Uderzenie fali odbitej w poziomą płytę zamocowaną powyżej powierzchni swobodnej

Dawid Majewski

Rozprawa doktorska
wykonana w Zakładzie Mechaniki Falowania i Dynamiki Budowli
Instytut Budownictwa Wodnego PAN
Promotor pracy:
dr hab. inż. Wojciech Sulisz, prof. IBW PAN

Gdańsk, 2019

Składam serdeczne podziękowania mojej małżonce Justynie, bez której wsparcia poniższa praca nigdy by nie powstała. Dziękuję dr. inż. Benedyktowi Hedzielskiemu za nieocenioną pomoc w przeprowadzeniu badań laboratoryjnych oraz precyzyjne uwagi dotyczące drgań konstrukcji. Dziękuję również promotorowi pracy, za poświęcony czas, a w szczególności za wprowadzenie w tajniki modelowania numerycznego propagacji fal wodnych.

Dawid Majewski

Streszczenie

Głównym celem pracy było zbadanie obciążeń hydrodynamicznych poziomej sztywnej płyty zamocowanej sprężyście, powyżej zwierciadła wody, wywołanych narastającą falą powierzchniową w otoczeniu płyty. Główne zadanie polegało na wyznaczeniu ciśnień powstałych bezpośrednio po zetknięciu cieczy z płytą. W celu zbadania tego zagadnienia zaproponowano model teoretyczny, w którym skupiono uwagę na podstawowych parametrach mających istotny wpływ na dynamikę układu płyta–ciecz. W opracowaniu modelu pominięto lepkość cieczy, jej małą ściśliwość oraz niewielką obecność powietrza w przypowierzchniowej warstwie płynu. Pominięto również efekty kawitacji. Uwzględniono siłę grawitacji oraz prędkość propagacji powierzchni zwilżonej. Potencjał fali uderzającej był modelowany numerycznie od warunków spokoju, tj. braku ruchu. Całkowe równanie brzegowe było rozwiązywane w każdym kroku czasowym, za pomocą drugiej tożsamości Greena. Warunki brzegowe formułowano dokładnie na granicach geometrycznych rozważanego obszaru. Do momentu uderzenia fali w poziomą płytę warunki brzegowe różniczkowano w czasie za pomocą czterokrokowej metody Adamsa-Moultona-Bashfortha. W momencie uderzenia stosowano otwarty schemat Eulera. Dla oceny dokładności modelu teoretycznego wykonano badania laboratoryjne. Badania te stanowią istotny element prac nad zaproponowanym modelem opisu zagadnienia. Pomiary przeprowadzono w kanale falowym IBW PAN. Kanał ma 64 m długości, 0,6 m szerokości, a ściany boczne o grubości 0,018 m i wysokości 1,4 m wykonane są z szyb klejonych, co pozwala na wizualizację prowadzonych eksperymentów. Kanał falowy wyposażony jest w generator fal o schemacie sztywnego tłoka, którego elementem sprawczym jest pionowa, sztywna płyta sterowana za pomocą silnika krokowego. Pozwala to na precyzyjne generowanie dwuwymiarowego pola falowego.

W kanale falowym zainstalowano model sztywnej płyty poziomej. Przytwierdzono ją przegubowo do pionowej przegrody, która zapewniała powstanie fali odbitej. Przegub zapewniał swobodę ruchu obrotowego płyty w ramach małych przemieszczeń. Drugi koniec płyty był zamocowany za pomocą czterech zestawów sprężyn o określonej sztywności. Po zainstalowaniu układ tych sprężyn był wstępnie napinany. W ten sposób otrzymano model o jednym stopniu swobody (małe przemieszczenia obrotowe płyty). Rejestrowanymi podczas badań parametrami były: wychylenie powierzchni swobodnej, ciśnienie, przyspieszenie oraz wychylenie płyty. Porównanie wartości ciśnień otrzymanych z pomiarów laboratoryjnych z wynikami otrzymanymi z symulacji numerycznych pozwoliło stwierdzić ich dobrą zgodność. Zarówno model, jak i pomiary wykazują wzrost ciśnienia wraz ze zmniejszaniem się stosunku

wysokości zawieszenia płyty do amplitudy fali padającej (d/A). Wyniki numeryczne wskazują na obecność piku ciśnienia. Zjawisko to, ze względu na ograniczoną częstotliwość próbkowania, nie w każdym przypadku rejestrowane było przez system pomiarowy. Porównanie wyznaczonych sił wykazuje dobrą zgodność dla każdej badanej kombinacji parametrów fali i parametru d/A. Wyznaczona numerycznie odpowiedz poziomej płyty na wymuszenie hydrodynamiczne, dla przypadków konfiguracji $d \cong A$ jest zgodna z wyznaczoną na podstawie pomiarów laboratoryjnych.

Abstract

The main objective of this work was to study hydrodynamical loads acting on a rigid elastically supported horizontal plate. A model of the plate was installed above an undisturbed water level. The main aspect of this thesis was to obtain instantaneous pressures that arise when a wave impacts the plate. The numerical model was proposed to investigate the problem. The fluid was assumed to be inviscid and incompressible. The model includes the gravity force and the velocity of the wetted area. The initial conditions correnspond to hydrostatic state. Boundary Integral Equation was solved using the Green's second identity. The boundary conditions were applied exactly at the geometric boundaries. The Adams-Bashforth-Moulton method was applied to advance the solution in time until free surface reached the horizontal plate. At the moment of impact, the time marching scheme was changed to Euler forward method. Laboratory studies were performed to validate the model. The measurements were carried out in the wave flume of the IBW PAN. The flume is 64 m long and 0.6 m wide. The side walls are made of 0.018 m thick and 1.4 m high glass which allows to visualize the measurements. The wave flume is equipped with a piston–type wave maker that is powered an AC motor. It allows to precisely generate a desired wave field. The model of a rigid horizontal plate was installed in the flume. One side of the model was jointly fixed to the vertical wall and the second was elastically supported by the system of springs. Such a configuration allows the plate to move with respect to one degree of freedom that corresponds to rotation in the regime of small displacements. Free– surface elevation, pressures, accelerations and displacements were measured. It was concluded that the numerical model predicts the generated pressure fairly well. Both the laboratory studies and the numerical results show the increase in pressure together with the decrease of the distance of the model of the plate from the still surface. Numerical results indicated that the peak pressure appears at the moment of impact. It was not always measured by the data acquisition system due to its low sampling frequency. The comparison of obtained forces showed good agreement for every considered configuration.

Spis treści

Lista symboli **7**

1 Wstęp **9**

1.1 Proces uderzenia fali 11

1.2 Cel pracy i motywacja 13

1.3 Organizacja pracy 14

2 Sformułowanie matematyczne problemu **16**

2.1 Równania ruchu 17

2.2 Zagadnienie brzegowe 20

2.2.1 Warunki kinematyczne 20

2.2.2 Warunek dynamiczny 21

2.3 Ciśnienie 22

2.4 Odpowiedź poziomej płyty 22

2.4.1 Częstość drgań własnych 23

2.4.2 Drgania wywołane uderzeniem fali 24

3 Metoda Elementów Brzegowych **26**

3.1 Przegląd metod numerycznych 27

3.2 Metoda Elementów Brzegowych 28

3.2.1 Całkowe równanie brzegowe 28

3.2.2 Schemat rozwiązania 31

3.2.3 Dokładność schematu 33

3.3 Chwila uderzenia 35

3.4 Podsumowanie 37

4 Pomiary laboratoryjne **38**

4.1 Stanowisko pomiarowe 39

4.2 Przeprowadzone pomiary 42

4.2.1 Identyfikacja statyczna i dynamiczna modelu w powietrzu . 46
4.3 Wyniki pomiarów 47
4.4 Podsumowanie 56

5 Wyniki **57**
5.1 Weryfikacja modelu numerycznego 58
5.1.1 Ciśnienia 63
5.1.2 Siły 68
5.1.3 Przyspieszenia i przemieszczenia 73
5.2 Eksperyment numeryczny 76
5.3 Podsumowanie 81

6 Wnioski **82**

Literatura **85**

Spis rysynków **89**

Spis tablic **94**

Załączniki **95**
A.I Przejście do układu styczna-normalna 96
A.II Parametry fizyczne modelu badawczego 98
A.II.1 Masy elementów modelu płyty 98
A.II.2 Sztywności pojedynczych sprężyn i ich zestawów 99
A.III Energia kinetyczna układu 99
A.IV Rysunki techniczne modelu płyty 101

Lista symboli

A	amplituda fali
Ak	stromość fali
a_{tan}	przyspieszenia styczne końca płyty
d	odległość poziomej płyty od powierzchni spokoju tj, $\eta = 0$
E_k	energia kinetyczna
E_p	rnergia potencjalna
f	częstotliwość [Hz]
h	głębokość wody
h_p	grubość płyty
I	moment bezwładności
k	liczba falowa
k_s	sztywność sprężyny
L_p	długość płyty
$\mathbf{n}$	wektor jednostkowy
P	ciśnienie
p_F	impuls siły
Q	siła uogólniona
$\mathbf{u}$	wektor prędkości
$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$	składowa normalna wektora prędkości

x, y, z osie kartezjańskiego układu współrzędnych

x_{gen} wychylenie płyty generatora

α kąt obrotu płyty wokół osi Y

η wzniesienie powierzchni swobodnej

Γ granica obszaru obliczeniowego

λ długość fali

ω częstość kołowa

$\mathbf{\Omega}$ wektor wirowości pola prędkości

Φ funkcja potencjału prędkości

$\partial\Phi/\partial n$ pochodna kierunkowa potencjału prędkości

ρ gęstość cieczy

Rozdział 1

Wstęp

Projektowanie konstrukcji hydrotechnicznych bądź obiektów pływających, takich jak statki, wymaga przeprowadzenia testów laboratoryjnych. Zwłaszcza innowacyjne rozwiązania muszą przejść taki etap. Celem pomiarów laboratoryjnych jest określenie zachowania się konstrukcji w odniesieniu do warunków rzeczywistych. W czasie pomiarów laboratoryjnych dla określonego zbioru parametrów ruchu cieczy można pomierzyć wielkości określające reakcję hydrodynamiczną konstrukcji. Odpowiedź ta wyraża się najczęściej przez drgania, a więc przyspieszenia obiektu oraz ciśnienia występujące wzdłuż jego powierzchni zwilżonej. Następnie przeprowadza się analizę wytrzymałościową i wprowadza niezbędne poprawki do projektu. Testy laboratoryjne obiektów hydrotechnicznych przeprowadza się w warunkach przepływu spodziewanego w rzeczywistości.

Proces obejmujący pomiary laboratoryjne przeprowadzane na modelach fizycznych konstrukcji i obiektów pływających jest stosunkowo drogi i czasochłonny. Ze względu na to dąży się do stworzenia modeli numerycznych opisujących środowisko pracy danego obiektu. Modele takie mogą również zawierać numeryczny opis reakcji danego obiektu na działanie sił zewnętrznych. Z reguły jednak analizę wytrzymałościową przeprowadza się w programach zewnętrznych, głównie komercyjnych. Opracowanie wiarygodnego modelu numerycznego danego zjawiska jest pożądane zarówno dla celów naukowych jak, i przemysłowych.

Największe zagrożenie dla bezpieczeństwa morskich budowli hydrotechnicznych stanowią erozja brzegu lub dna oraz obciążenia hydrodynamiczne. O ile erozja jest procesem stosunkowo długotrwałym, to siły pochodzące od cieczy mogą wystąpić w sposób nagły i z dużą amplitudą. Siły wywołane falowaniem mogą okazać się niszczycielskie zarówno ze względu na swój oscylacyjny charakter, jak i wartości osiągane w pojedynczym okresie. Zwłaszcza, jeśli obok siły związanej z ciśnieniem

hydrostatycznym cieczy, uwzględnimy impulsowe obciążenia wynikające z uderzenia fali. Zakładając, że budowla hydrotechniczna jest bezpieczna w normalnych warunkach falowania, to w czasie sztormu, kiedy wartości sił wywołanych falowaniem są wielokrotnie większe, bezpieczeństwo konstrukcji może być zagrożone. Dodatkowo w czasie jednego sztormu trwającego średnio cztery godziny, taka siła może pojawić się nawet trzy tysiące razy, powodując zjawiska zmęczeniowe konstrukcji, co w efekcie może doprowadzić do jej awarii. Podobny problem rozważa się przy projektowaniu statków, gdzie uderzająca w kadłub fala może wywołać drgania statku doprowadzając do awarii (Hänninen i in., 2016).

Przykładem konstrukcji hydrotechnicznych szczególnie narażonych na działanie fal powierzchniowych są falochrony pionowościenne. Budowle te zastosowane w warunkach głębokowodnych mają na celu ochronę portu przed falowaniem wnikającym w jego głąb. W celu dalszej poprawy warunków pracy portu falochrony wyposaża się w strukturę przypominającą parapet. Jest ona instalowana na koronie falochronu i skierowana w stronę morza. Jest to skuteczne rozwiązanie chroniące przed przedostawaniem się wody morskiej ponad falochronem w czasie sztormów. Pomimo warunków głębokowodnych i obecności głównie fal niezałamanych, spiętrzenie wody na odmorskiej części falochronu może doprowadzić do zjawiska przelewania się wody ponad falochronem (*a*ng. overtopping). Struktura parapetowa nie tylko zapobiega przedostawaniu się wody na odbrzegową stronę falochronu, ale również powoduje odbicie części energii falowania w stronę morza. Obecność takiej konstrukcji powoduje powstanie dużych ciśnień impulsowych działających zarówno na jej część poziomą, jak i podstawową część pionową. Zjawisko uderzenia fali wodnej w konstrukcje można podzielić na uderzenie w pionowy element, taki jak falochron czy pionowościenne nabrzeże portowe oraz na uderzenie w element poziomy. Druga grupa może obejmować pokłady platform morskich, mola i mosty, poziome elementy falochronów tworzące parapety i tym podobne.

Problem uderzenia w pionowe elementy konstrukcji jest stosunkowo dobrze rozpoznany w literaturze. Obejmuje on wszelkiego rodzaju oddziaływania fal w różnych konfiguracjach ze ścianami i przegrodami pionowymi (Peregrine, 2003). Obszerna jest literatura dotycząca oddziaływania fal załamujących się, jak i tworzącej się wtedy komory powietrznej (Wienke i Oumeraci, 2005; Cuomo i in., 2010; Veić i Sulisz, 2018; Veić i in., 2019). Drugi problem, czyli uderzenie od spodu w poziome elementy, nie jest zupełnie nowy, ponieważ był już badany w kontekście mostów wiszących nad akwenami wodnymi (Sheppard i Marin, 2009), platform morskich, pokładów (Baarholm i Faltinsen, 2004), falochronów (Meng i in., 2010) oraz nabrzeży

portowych. Ze względu jednak na to, że konstrukcje hydrotechniczne projektuje się tak, żeby ich poziome elementy nie miały kontaktu z najwyższą nawet falą, problem ten nie jest dotychczas dokładnie rozpoznany. W związku z tym stawianie budowli morskich na wysokich fundamentach pozostaje podstawowym działaniem w zapobieganiu uszkodzeniom tego typu elementów. Amerykańska jednostka Petroleum Institute zaleca w swoim dokumencie API (2002), żeby przy projektowaniu platform wiertniczych, odległość podstawy pokładu od powierzchni spokoju była przynajmniej o 1,5 m większa od maksymalnej spodziewanej wysokości fali. Takie zabezpieczenie konstrukcji poprzez wyniesienie jej podstawy poza zasięg oddziaływania falowania ma też swoje wady. Podstawową jest wzrost kosztów budowy takiej konstrukcji. Ponadto, jest zwiększa się podatność na działanie innych sił, takich jak wiatr. Biorąc pod uwagę, wzrost częstotliwości zjawisk ekstremalnych, w tym sztormów, takie rozwiązanie może nie być wystarczające. Osiadanie budowli oraz wymywanie materiału gruntowego przy fundamentach mogą powodować, że konstrukcja znajdzie się w zasięgu fal powierzchniowych. Stąd, istnieje konieczność badań nad procesem uderzenia w poziome elementy. Wyniki tych badań powinny umożliwić prawidłowe wyznaczenie sił i w konsekwencji projektowanie budowli odpornych na uderzenia fal wodnych.

1.1 Proces uderzenia fali

Wyznaczenie obciążeń hydrodynamicznych związanych z ruchem cieczy i działających na posadowioną na jej dnie konstrukcję wiąże się w ogólnym przypadku ze stosowaniem nieliniowych równań ruchu cieczy i jest zadaniem trudnym. Dlatego w wielu zagadnieniach szczegółowych poprzez wprowadzenie dodatkowych założeń upraszczających dąży się do ich linearyzacji. Istnieje wiele metod wyznaczania obciążeń hydrodynamicznych, a wybór konkretnego podejścia jest zależny od rodzaju konstrukcji i stanu falowania. W przypadku pali pionowych dla których $d/\lambda \leq 0{,}2$ korzysta się z równania Morisona (Shi-fu. i in., 2015). Równanie to uwzględnia geometrię konstrukcji oraz prędkość i przyspieszenie cieczy (Wolfram, 1999). Zawiera ono współczynniki oporu i bezwładności, z których pierwszy zależy od liczby Reynoldsa (opór zależy od warunków opływu na pobocznicy pala) natomiast drugi, od liczby Reynoldsa, liczby Keulegana-Carpentera i szorstkości pala. Dla oceny wartości współczynników można wykorzystać nomogramy Sarpkaya i Isaacson (1981) lub wyznaczyć je w badaniach laboratoryjnych (Chen i in., 2014). Podstawowym

ograniczeniem tego równania jest założenie, że obecność przeszkody w postaci konstrukcji nie wpływa na hydrodynamikę przepływu. Innymi słowy, opisuje ono sytuację oddziaływania płynu na wyidealizowaną cienką konstrukcję, która nie zaburza jego przepływu. Rozważając fale powierzchniowe, których długości są tego samego rzędu co wymiary budowli, może to być powodem dużego błędu w otrzymanych wynikach obliczeń. Dodatkowo procesy dyfrakcyjne w falowaniu mogą powodować transfer energii pomiędzy składowymi fali (Sulisz i Paprota, 2004). Taka sytuacja ma miejsce w procesie uderzenia fali w przeszkodę. Kaplan i in. (1995) za pomocą zmodyfikowanego równania Morisona wyznaczyli siły działające na pokład platformy morskiej i wykazali, że obciążenia pionowe na konstrukcję mogą być nawet osiem razy większe od obciążeń poziomych. Pomimo zastosowania równania Morisona wraz z jego ograniczeniami, podkreśla to znaczenie problemu uderzenia fal wodnych w poziome elementy.

Jest to typowy problem parapetu stosowanego w falochronach portowych. Problem ten nie jest dokładnie rozpoznany, a obecny stan wiedzy nie pozwala wykazać znacznego wzrostu ciśnienia w pierwszej fazie uderzenia.

Proces uderzenia fali powierzchniowej w konstrukcję hydrotechniczną zachodzi wtedy, kiedy względna prędkość płynu i budowli jest relatywnie duża. Zarówno kiedy obiekt opada na powierzchnię cieczy, która pozostaje w spoczynku jak i wtedy, kiedy to ciecz uderza w przeszkodę, która spoczywa. W literaturze przedmiotu problem ten jest najczęściej przedstawiany w kontekście opadania klina lub belki na powierzchnię swobodną (Wu, 1998; Judge i in., 2004; Korobkin, 1998; Faltinsen i in., 2004; Mei i in., 1999). Pewne podobieństwo stanowi również zagadnienie uderzenia płynu w pokład płynącego katamaranu (Faltinsen, 2000). Występują tu zdecydowanie większe prędkości względne płynu i obiektu, a kąt pod jakim płyn uderza w pokład jest niemal zerowy. Prowadzi to do powstania poduszki powietrznej, co wiąże się z koniecznością uwzględnienia procesów termodynamicznych. W efekcie wpłynie to na wartości ciśnienia wywieranego na obiekt tylko w bardzo krótkim czasie na początku uderzenia. Nie będzie to miało dużego wpływu na całkowite siły działające na konstrukcję (Faltinsen i in., 2004).

Niniejsza praca skupia się na pionowych obciążeniach wywołanych uderzeniem fal wodnych, przyjmując, że uderzenie następuje w dolną część poziomej konstrukcji, a powierzchnia zwilżona powiększa się, nie tworząc poduszki powietrznej. Proces uderzenia fali można podzielić na trzy etapy (Tirindelli i in., 2003). W pierwszym etapie fala zaczyna dotykać poziomego obiektu – następuje wtedy znaczny wzrost ciśnienia, który jest krótkotrwały i ma charakter impulsu. Drugim etapem procesu

jest rosnące ciśnienie unoszące. Etap ten jest zdecydowanie wolniejszy od pierwszego i trwa dłużej. Ostatnim etapem jest powstanie ciśnienia ujemnego. Cały proces można więc podzielić na nagły, impulsowy wzrost ciśnienia i na wolnozmienne fluktuacje ciśnienia (El-Ghamry, 1965). Typowy zapis ciśnienia dla takich procesów można znaleźć w pracach m. in. Tirindelli i in. (2003) lub Wilde i in. (1998), Sulisz i Paszke (2007) oraz Majewski i Sulisz (2017) i Majewski i Sulisz (2020, w recenzji). Widoczne są w nich fazy zarówno impulsowego ciśnienia, jak i wolnozmiennych oscylacji. Impuls ciśnienia trwa około 0,001 s. Obserwacja ta jest zgodna z wynikami jakie otrzymali Ma i in. (2019). Jednym z procesów fizycznych zachodzących w czasie uderzenia fali w konstrukcję może być tworzenie się komory powietrznej lub dostawanie się pęcherzyków powietrza pomiędzy konstrukcję a ciecz (Kiger i Duncan, 2012). Efektem tego jest powstanie strumienia ciśnienia o wysokiej prędkości rozprzestrzeniającego się wzdłuż konstrukcji (Wu i in., 2004). Można spodziewać się tutaj także bardzo wysokich impulsowych ciśnień oraz przyspieszeń (Peregrine, 2003). W warunkach rzeczywistych, pozioma uderzana konstrukcja ulega zginaniu bądź skręcaniu lub obu tym stanom jednocześnie (Lu i in., 2000; Korobkin, 1998). W trakcie uderzenia w konstrukcję parametry fizyczne cieczy mogą ulegać gwałtownym zmianom. Z tego względu zarówno prace eksperymentalne, jak i badania numeryczne są trudne (Sun i Wu, 2014).

1.2 Cel pracy i motywacja

Ponieważ w literaturze brakuje opracowania dotyczącego oddziaływania fali na budowlę składającą się z poziomego pokładu, połączonego z nabrzeżem bądź inną pionową przegrodą, podjęto próbę stosunkowo prostego opisania zjawiska uderzenia fali odbitej od pionowej przegrody w taką konstrukcję. Jest to typowy problem obciążenia hydrodynamicznego parapetu stosowanego w falochronach portowych. Założono przy tym, że płyn dotyka płyty poziomej od narożnika łączącego ją z pionową przegrodą eliminując w ten sposób zjawisko tworzenia się poduszki powietrznej pomiędzy płynem a konstrukcją. Takie podejście stanowi duże uproszczenie. Było ono jednak konieczne do poprawnej weryfikacji modelu numerycznego, która wymaga wiarygodnych i powtarzalnych pomiarów laboratoryjnych. Kisacik i in. (2011) w badaniach eksperymentalnych nad uderzeniem fali załamującej się stwierdzili, że zmierzone ciśnienia zarejestrowane na spodniej części nawisu wykazują znaczną losowość. Jako przyczynę wskazali trudności w zapewnieniu powta-

rzalności samego załamania. W ich konfiguracji fala załamująca się tworzyła komorę powietrzną pomiędzy grzbietem fali a konstrukcją i był to czynnik wpływający na brak powtarzalności. W pracy pominięto również ściśliwość cieczy z uwagi na małą prędkość rozchodzenia się zwilżenia na styku konstrukcja–płyn. Prędkość ta była dużo mniejsza od prędkości dźwięku w wodzie. Dodatkowo prędkość względna płynu i konstrukcji jest stosunkowo mała.

Celem niniejszej pracy jest opracowanie modelu teoretycznego opisującego zjawisko uderzenia odbitych od pionowej ściany fal wodnych w poziomą płytę zamocowaną powyżej powierzchni spokoju. W modelu wykorzystano Metodę Elementów Brzegowych, a nieliniowe warunki brzegowe sformułowano dokładnie na granicach geometrycznych obszaru. Model opisuje ruch falowy w skończonym obszarze obliczeniowym rzeczywistego kanału falowego i pozwala wyznaczyć charakterystyczne ciśnienia wywołane uderzeniem fali oraz siły działające na płytę. W ramach pracy została wykonana analiza dokładności i stabilności zaproponowanego schematu numerycznego oraz sprawdzenie poprawności rozwiązania. Zakres pracy obejmuje badania laboratoryjne, które umożliwiły doświadczalną weryfikację modelu teoretycznego. Badania te stanowią istotny element pracy i zostały przeprowadzone w kanale falowym IBW PAN.

1.3 Organizacja pracy

W rozdziale pierwszym opisany został problem oraz motywacja jego rozwiązania. Zawarte tu zostały również podejścia stosowane w literaturze z uwzględnieniem historii rozwoju badań nad przedmiotem uderzenia fal wodnych w konstrukcje hydrotechniczne.

W rozdziale 2 zawarte zostało sformułowanie matematyczne problemu. Podana została konstrukcja równań opisujących fizykę procesu. Wyszczególnione zostały wszystkie założenia dotyczące modelu numerycznego.

Rozdział 3 zawiera przegląd metod stosowanych w numerycznym modelowaniu propagacji fal powierzchniowych. Zawiera on również opis Metody Elementów Brzegowych oraz jej implementację do problemu postawionego w pracy.

Rozdział 4 obejmuje opis badań laboratoryjnych przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy. Przedstawiona jest w nim konstrukcja modelu płyty oraz omówione są wyniki pomiarów.

Rozdział 5 zawiera porównanie wyników numerycznych, otrzymanych na podstawie symulacji z wynikami laboratoryjnymi. Porównywane są wartości ciśnień sił i prze-

mieszczenia obrotowego. W rozdziale zamieszczona również analizę parametryczną procesu uderzenia przeprowadzoną na podstawie określonych wartości początkowych potencjału prędkości.
Wnioski otrzymane na podstawie wyników przedstawione zostały w rozdziale 6. Na końcu pracy zamieszczono spis literatury i rysunków oraz dodano załączniki.

Rozdział 2

Sformułowanie matematyczne problemu

W niniejszym rozdziale przedstawiono podstawowe równania ruchu cieczy. W opisie fal powierzchniowych pominięto siły kapilarne, siły wynikające z obrotu Ziemi oraz lepkości cieczy i zmiany jej gęstości. Jedyną zewnętrzną siłą masową jest siła grawitacji. Założono, że ciśnienie na powierzchni swobodnej jest stałe i równe ciśnieniu atmosferycznemu.

2.1 Równania ruchu

Równania stanu cieczy przyjęto w następującej formie:

$$\rho = const. \tag{2.1}$$

Zgodnie z zasadą zachowania masy, jeżeli z danej objętości jednostkowej V wypływa masa, to ten wypływ jest równy przepływowi przez powierzchnię S ścian bocznych tej objętości (Johnson, 1997). Związek ten przyjmuje postać:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho dV = -\oint_S \rho \mathbf{u}\cdot\mathbf{n} dS, \tag{2.2}$$

gdzie $\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}$ oznacza składową prędkości normalną do powierzchni S. Wykorzystując twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego do prawej strony równania (2.2) i przenosząc ją na lewą stronę otrzymujemy:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho dV + \int_V \nabla\cdot(\rho\mathbf{u}) dV = 0. \tag{2.3}$$

Ponieważ V jest stałe w układzie współrzędnych i tylko ρ zależy od czasu oraz biorąc pod uwagę dowolność granic całkowania (mamy do czynienia z jednostkową objętością) otrzymujemy równanie:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\mathbf{u}) = 0, \tag{2.4}$$

które dla cieczy nieściśliwej (2.1) przyjmuje postać:

$$\nabla\cdot\mathbf{u} = \mathrm{div}\mathbf{u} = 0. \tag{2.5}$$

Równania od (2.3) do (2.5) nazywane są równaniami ciągłości i wyrażają zasadę zachowania masy.

Bilans pędu dla płynu nielepkiego prowadzi do równania:

$$\rho\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla P + \rho\mathbf{f}, \tag{2.6}$$

gdzie P jest ciśnieniem, a $\mathbf{f}$ grawitacyjną siłą masową, dla której wprowadza się potencjał w postaci:

$$\mathbf{f} = -\nabla F_g. \tag{2.7}$$

Jeżeli w czasie t prędkość cząstki płynu wynosiła $\mathbf{u}(x, y, z, t)$, to w czasie $t + \Delta t$ prędkość ta wynosi $\mathbf{u}(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, t + \Delta t)$, gdzie przesunięcie wzdłuż osi x wynosi $\Delta x = u_x \Delta t$, a wzdłuż osi y i z odpowiednio $\Delta y = u_y \Delta t$, $\Delta z = u_z \Delta t$. Korzystając z definicji pochodnych cząstkowych otrzymujemy równanie:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, t + \Delta t) = \mathbf{u}(x, y, z, t) \\ + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} u_x \Delta t + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} u_y \Delta t + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} u_z \Delta t + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \Delta t.\end{aligned} \tag{2.8}$$

Z równania tego wyznaczamy przyspieszenie:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} u_z + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\, \mathbf{u}. \tag{2.9}$$

Podstawiając równania (2.7) i (2.9) do równania (2.6) i dzieląc przez ρ otrzymujemy:

$$-\frac{\nabla P}{\rho} - \nabla F_g = \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\, \mathbf{u} \tag{2.10}$$

czyli równanie Eulera dla płynu nielepkiego.
Następnie wykorzystując znaną tożsamość:

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\, \mathbf{u} = \nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}\mathbf{u} \right) - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u})$$

i przyjmując $\nabla \times \mathbf{u} = \mathbf{\Omega}$ otrzymujemy:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}\mathbf{u} + \frac{P}{\rho} + F_g \right) = \mathbf{u} \times \mathbf{\Omega}. \tag{2.11}$$

Wprowadzona wielkość $\mathbf{\Omega}$ nazywana jest wirowością. Dla wielu przypadków szczegółowych – m. in. fal wodnych (Johnson, 1997; Stoker, 1957), przyjmuje się założenie $\mathbf{\Omega}$=0, co pozwala wprowadzić funkcję potencjału prędkości zgodnie z zależnością:

$$\mathbf{u} = \nabla \Phi(x, y, z, t). \tag{2.12}$$

Różnica pomiędzy wartościami potencjału w dwóch różnych punktach pozwala wyznaczyć przepływ z jednego punktu do drugiego i nie zależy ona od drogi (Stoker, 1957; Dean i Dalrymple, 1991). Podstawiając równanie (2.12) do równania (2.5) otrzymujemy dywergencję z gradientu, czyli laplacjan. Oznacza to, że funkcja Φ spełnia równanie Laplacea dane wzorem:

$$\nabla \cdot \nabla \Phi(x, y, z, t) = \nabla^2 \Phi(x, y, z, t) = 0. \tag{2.13}$$

Wykorzystanie bezwirowości ruchu oraz podstawienie (2.12) i (2.13) do równania (2.11) daje:

$$\nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \Phi)^2 + \frac{P}{\rho} + F_g \right) = 0. \tag{2.14}$$

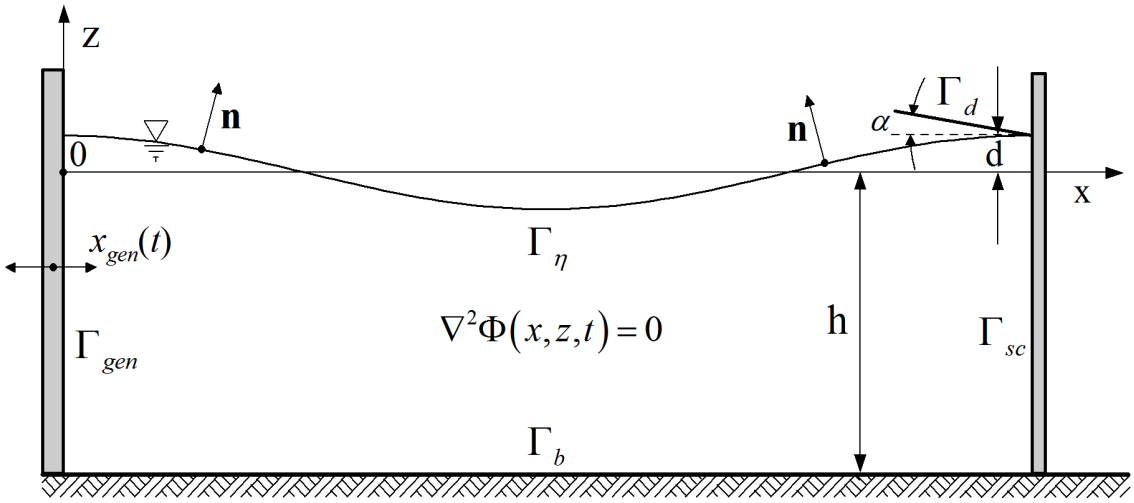
Wyrażenie w nawiasie w powyższym równaniu może zależeć tylko od czasu. Podstawienie $F_g = gz$ daje:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \Phi)^2 + \frac{P}{\rho} + gz = C(t). \tag{2.15}$$

Funkcja $C(t)$ może być łatwo wyeliminowana z powyższego równania poprzez podstawienie $\Phi = \Phi + \int C(t)dt$. Taka zmiana w potencjale nie będzie wpływać na pole prędkości, ponieważ $\nabla \left(\int C(t)dt \right) = 0$ (Johnson, 1997). Równanie (2.15) nazywane jest równaniem Bernoulliego dla przepływów niestacjonarnych. Równanie to pozwala w sposób całkowity wyznaczyć ciśnienia, jeśli pole prędkości przepływu może być wyznaczone na podstawie funkcji potencjału Φ. Johnson (1997) w swojej książce proponuje nawet, żeby to równanie nazywać równaniem ciśnienia. Cecha ta została wykorzystana w niniejszej pracy.

Założenie o bezwirowości pola prędkości cieczy i możliwość wprowadzenia potencjału prędkości prowadzi do zagadnienia liniowego. W celu dalszego uproszczenia opisu można formułować liniowe warunki brzegowe. Podejście takie jest, z powodzeniem, stosowane w praktyce inżynierskiej, a także w prostych szacowaniach naukowych. Zasadniczo, jest to podejście bezpieczne przy falach o małych amplitudach. Kiedy zaczynamy rozważać falę o wyższych amplitudach, podejście to nie daje dobrych rezultatów. Okazuje się, że im wyższa fala, tym bardziej jej profil odbiega od kształtu sinusoidalnego (Osborne, 2010). Dodatkowo profil taki nie spełnia zasady superpozycji i nie może być opisany jako suma fal sinusoidalnych. Dopiero uwzględnienie nieliniowych warunków brzegowych na granicach obszaru daje zadowalające rezultaty. Jednymi z pierwszych, którzy podali rozwiązanie nieliniowych równań warunków brzegowych byli Longuet-Higgins i Cokelet (1976). Zakładali oni periodyczność fali w kierunku propagacji, a swoje rozważania przeprowadzili we współrzędnych biegunowych. Duży wkład w rozwinięcie metody mieli Grilli i in. (1989). Zakładali oni nieperiodyczne fale i wprowadzili warunek radiacyjny na końcu numerycznego kanału falowego.

2.2 Zagadnienie brzegowe



Rysunek 2.1: Układ geometryczny dla modelu matematycznego.

Dla cieczy nielepkiej, nieściśliwej oraz bezwirowego pola prędkości istnieje potencjał tego pola, który musi spełniać równanie Laplaca (2.13) w obszarze Γ (rys. 2.1). Brzeg obszaru można podzielić na część z powierzchnią swobodną – Γ_η i część, w której płyn ma kontakt z nieprzepuszczalną ścianą. W części brzegu z nieprzepuszczalną ścianą wydzielono płytę generatora Γ_{gen}, dno Γ_b, poziomą płytę Γ_d oraz ścianę pionową Γ_{sc}, do której przymocowana jest pozioma płyta. Cząstki płynu nie mogą przenikać przez żadną część brzegu Γ, oznacza to że prędkości normalne do Γ są równe zero.

2.2.1 Warunki kinematyczne

Dla opisu powierzchni swobodnej przyjęto funkcję $F(x,z,t) = z - \eta(x,t) = 0$, w której η jest odległością granicy Γ_η od prostej $z = 0$. Założenie $F(x,z,t) = 0$ powoduje, że cząstka płynu będąca na granicy obszaru pozostaje na niej przez cały czas trwania ruchu, mamy więc

$$z = \eta(x,t), \tag{2.16}$$

które po obliczeniu pochodnych śledczych obu stron tego równania i wykorzystaniu potencjalności pola prędkości daje

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)\Bigg|_{z=\eta} = 0. \tag{2.17}$$

Równanie (2.17) jest kinematycznym warunkiem brzegowym na powierzchni swobodnej. Warunek ten jest warunkiem, w którym nie znamy ani η ani Φ. Oznacza to,

że nie można wyznaczyć potencjału nie znając jego granic (Stoker, 1957). W celu rozwiązania tego problemu wprowadza się w kolejnym podrozdziale 2.2.2 warunek dynamiczny.

Podobnie rozważania można przeprowadzić dla płyty pionowej generatora – brzeg Γ_{gen} oraz cząstek cieczy ją okupujących. Przyjmujemy wtedy, że różnica ich prędkości jest równa zero. Wynika stąd, że prędkość brzegu jest równa prędkości normalnej do brzegu cząstek płynu, co wyraża się poniższym równaniem:

$$\nabla\Phi \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial x_{gen}}{\partial t} \;\Rightarrow\; \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial x_{gen}}{\partial t} \tag{2.18}$$

oraz na pozostałych nieprzepuszczalnych granicach, czyli Γ_b, Γ_d oraz Γ_{sc}:

$$\nabla\Phi \cdot \mathbf{n} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0. \tag{2.19}$$

2.2.2 Warunek dynamiczny

Warunek dynamiczny na powierzchni swobodnej wykorzystuje fakt równości ciśnień po obu stronach powierzchni rozdziału cieczy i powietrza. W takim przypadku ciśnienie cieczy musi być równe ciśnieniu atmosferycznemu $P = P_{atm}$. Dodatkowo zakłada się, że to ciśnienie jest równe zero. Zapisując równanie Bernoulliego dla przepływów niestacjonarnych (2.15) na powierzchni swobodnej otrzymuje się:

$$\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\nabla\Phi\right)^2 + g\eta\right]_{z=\eta} = 0. \tag{2.20}$$

Równania (2.13), (2.17), (2.20), (2.18) oraz równanie (2.19) stanowią zagadnienie brzegowe. Przedstawione one zostały wspólnie w równaniu

$$\begin{cases} \left(\nabla\Phi\right)^2 = 0 & \text{w całym obszarze} \\ \left[\dfrac{\partial \eta}{\partial t} + \dfrac{\partial \Phi}{\partial x}\dfrac{\partial \eta}{\partial x} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial z}\right]_{z=\eta} = 0, & \text{na } \Gamma_\eta \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial t} = -\dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2\right] - g\eta & \text{na } \Gamma_\eta \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 & \text{na } \Gamma_b,\ \Gamma_{sc},\ \Gamma_d \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial n} = \dfrac{\partial x_{gen}}{\partial t} & \text{na } \Gamma_{gen} \end{cases} \tag{2.21}$$

W numerycznych rozwiązaniach zagadnienia propagacji fal powierzchniowych w kanałach numerycznych obserwuje się przesuwanie się węzłów siatki numerycznej w kierunku propagacji fali (Sun i in., 2012). Prowadzi to do dużych odległości między węzłami w okolicach generatora i gromadzeniu się węzłów w przeciwnym końcu kanału numerycznego (Ma i Yan, 2006). Sytuacja taka wprowadza niestabilności

w rozwiązaniu numerycznym i wymaga tworzenia nowej siatki co krok lub kilka kroków czasowych. W celu uniknięcia konieczności przebudowywania siatki modelu w każdym kroku czasowym zastosowano podejście nazywane w literaturze *s*emi-Lagrangian approach (Zhang i in., 2006). Oznacza ono, że element brzegowy będąca na powierzchni może poruszać się jedynie w pionie a jej prędkość wynosi $(0, \partial\eta/\partial t)$. Warunki brzegowe zapisane z wykorzystaniem tego podejścia podano w załączniku ((4) i (3)).

2.3 Ciśnienie

Ciśnienia zostały wyliczone na podstawie równania Bernoulliego (2.15), które rozpisując możemy zapisać w postaci:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\nabla\Phi\right)^2 + \frac{P + P_{atm}}{\rho} + gz = 0 \tag{2.22}$$

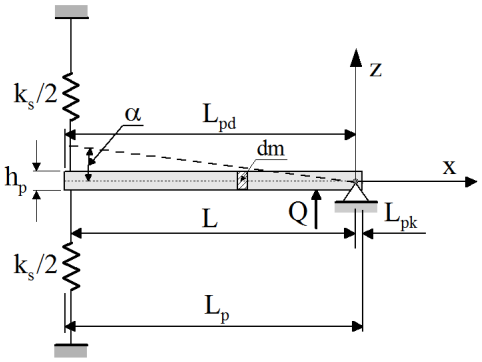
W przypadku fal progresywnych przyjmuje się ciśnienie atmosferyczne równe zero, a ciśnienie od falowania równe ciśnieniu hydrostatycznemu. W przypadku uderzenia fali założono, że ciśnienie P_{atm} jest nadal równe zero, a ciśnienie P jest sumą ciśnienia dynamicznego i hydrostatycznego co można zapisać w postaci równania:

$$P = -\rho\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla\Phi^2 + g\eta\right) \tag{2.23}$$

Na podstawie tego równania wyliczano ciśnienia wywołane uderzeniem fali w poziomą płytę. Jest ono ważne tylko dla ruchu bezwirowego Dean i Dalrymple (1991). Wartość $\partial\Phi/\partial t$ została wyznaczona w znaczeniu różnicy skończonej.

2.4 Odpowiedź poziomej płyty

Ponieważ rozpatrywany układ jest układem nieswobodnym, przy układaniu równań dynamiki konieczne jest uwzględnienie sił reakcji więzów. Stanowią one dodatkowe niewiadome i komplikują rozwiązanie. Sposobem na ominięcie tych trudności jest przejście z układu kartezjańskiego do współrzędnych uogólnionych i zastosowanie równań Lagrange'a drugiego rodzaju. Najczęściej współrzędne uogólnione przyjmują postać przemieszczeń liniowych lub kątowych. Cechą współrzędnych uogólnionych jest to, że dowolna zmiana jednej z nich nie prowadzi do zmiany pozostałych. Dodatkowo współrzędne uogólnione jednoznacznie opisują położenie układu w przestrzeni. Liczba współrzędnych uogólnionych jest równa liczbie stopni swobody układu. Poniżej przedstawiono równania dynamiki płyty we współrzędnych



Rysunek 2.2: Schemat układu dynamicznego płyty.

uogólnionych, gdzie α jest zmienną uogólnioną kątową (patrz rys. 2.2).
Energia potencjalna E_p i energia kinetyczna E_k układu, zapisane są następująco:

$$E_p = \frac{1}{2} k_s (L\alpha)^2, \tag{2.24a}$$

$$E_k = \frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2, \tag{2.24b}$$

gdzie: k_s – sprężystość układu, I – jego moment bezwładności. Szczegółowe wyznaczanie energii układu zamieszczone zostało w załączniku A.III.

2.4.1 Częstość drgań własnych

W celu wyznaczenia drgań własnych układu skorzystano z równania Lagrange'a drugiego rodzaju:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}}\right] - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = Q, \tag{2.25}$$

gdzie $L = E_k - E_p$ jest potencjałem kinetycznym, α przyjętą współrzędną uogólnioną, a Q jest siłą uogólnioną. Wykorzystując (2.24) wyznaczamy L:

$$L = \frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2 - \frac{1}{2} k_s (L\alpha)^2. \tag{2.26}$$

Podstawiając do (2.25) otrzymujemy składniki

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} = I\ddot{\alpha} \quad \wedge \quad \frac{\partial L}{\partial \alpha} = -k_s L^2 \alpha$$

i ostatecznie otrzymujemy równanie ruchu dla układu o jednym stopniu swobody:

$$I\ddot{\alpha} + k_s L^2 \alpha = Q. \tag{2.27}$$

W celu wyznaczenia częstości drgań własnych przyjmujemy w równaniu (2.27) zerową siłę wymuszającą. Otrzymujemy równanie oscylatora harmonicznego, z którego wyznaczamy częstość drgań własnych układu:

$$I\ddot{\alpha} + k_s L^2 \alpha = 0 \Rightarrow \ddot{\alpha} + \frac{k_s L^2}{I}\alpha = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k_s L^2}{I}. \tag{2.28}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$\omega^2 = \frac{k_s L^2}{I} \Rightarrow \omega = L\sqrt{\frac{k_s}{I}} \Rightarrow f_{wl} = \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{k_s}{I}}. \tag{2.29}$$

Obliczona częstość drgań własnych modelu wynosiła 20,93 Hz. Wyznaczona na podstawie pomiarów laboratoryjnych częstotliwość drgań własnych – podana w rozdziale 4.2.1 wynosiła 20,4 Hz co daje błąd względny równy 2,6 %.

2.4.2 Drgania wywołane uderzeniem fali

Do określenia reakcji na uderzenie pewnej siły Q wykorzystuje się koncepcję impulsu siły, czyli siły działającej w krótkim czasie:

$$p_F = Q\delta t \quad \text{, gdzie} \quad \delta t \to 0. \tag{2.30}$$

Zakłada ona, że w krótkim czasie δt ciało nie zmieni swojego położenia ale zmieni swoją prędkość. Z drugiej zasady dynamiki Newtona dla ruchu obrotowego mamy:

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} = \frac{Q}{I_0} \ \wedge p_F = Q\delta t \ \rightarrow \dot{\alpha} = \int_0^{\delta t} \frac{p_F}{I_0 \delta t} dt = \frac{p_F}{I_0} \tag{2.31}$$

oraz

$$\alpha = \int_0^{\delta t} \dot{\alpha} dt = 0. \tag{2.32}$$

Możemy wtedy równanie ruchu (2.27) zapisać w postaci:

$$\lim_{\delta t \to 0} \int_0^{\delta t} \left(I_0 \ddot{\alpha} + k_s L^2 \alpha \right) dt = \lim_{\delta t \to 0} \int_0^{\delta t} Q dt. \tag{2.33}$$

Po scałkowaniu otrzymujemy:

$$I_0(\dot{\alpha}_{\delta t} - \dot{\alpha}_0) = Q|_0^{\delta t} = p_F, \tag{2.34}$$

skąd otrzymujemy prędkość w krótkiej chwili czasu δt:

$$\dot{\alpha}_{\delta t} = \frac{p_F}{I_0}. \tag{2.35}$$

Klasycznie problem taki rozwiązuje się zakładając:

$$\alpha(t) = \alpha_H(t) + A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) + \frac{p_F}{I_0 \omega^2}, \tag{2.36}$$

gdzie α_H jest rozwiązaniem homogenicznym. Warunki początkowe tego równania przyjmuje się w postaci:

$$A = \frac{\dot{\alpha}_0}{\omega} \ \wedge \ B = \alpha_0 - p_F/(I_0\omega^2), \tag{2.37}$$

gdzie $\dot{\alpha}_0$ i α_0 są odpowiednio prędkością i położeniem początkowym. Z tego rozwiązania otrzymujemy prędkość:

$$\dot{\alpha}(t) = \dot{\alpha}_H(t) + A\omega\cos(\omega t) - B\omega\sin(\omega t) \tag{2.38}$$

i przyspieszenie:

$$\ddot{\alpha}(t) = \ddot{\alpha}_H(t) - A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t). \tag{2.39}$$

Równania te wykorzystano do wyznaczenia przemieszczeń kątowych płyty w czasie uderzenie fal. Wyniki przedstawiono w rozdziale 5.1.3.

Rozdział 3

Metoda Elementów Brzegowych

3.1 Przegląd metod numerycznych

Konieczność badania współoddziaływania fal wodnych z obiektami hydrotechnicznymi, związana z potrzebami przemysłu i świata nauki, przyczyniła się do powstania wielu metod modelowania numerycznego. Koncepcje tych metod są zasadniczo związane z charakterystyką oddziaływania jakie trzeba opisać i mocą obliczeniową, jaką się dysponuje. Dla ograniczonych głębokości wody można wyróżnić dwie podstawowe koncepcje, tj. modelowanie polegające na rozwiązywaniu równań Naviera-Stokesa razem z równaniem ciągłości oraz modelowanie bazujące na teorii potencjalnej przepływu. Modele bazujące na rozwiązywaniu równań Naviera-Stokesa i równania ciągłości, razem z odpowiednimi warunkami brzegowym w literaturze nazywane są modelami NS (Ma i Yan, 2006). W zależności od przyjętej siatki numerycznej, wśród modeli NS można wyróżnić modele bazujące na ujęciu Eulera, Lagrange'a i Eulera-Lagrange'a.

Do pierwszej grupy wchodzi cieszący się bardzo dużą popularnością pakiet OpenFOAM. Moduły pakietu przeznaczone do modelowania falowania są modelami NS. Dyskretyzacja przestrzenna równań ruchu wykonywana jest Metodą Objętości Skończonych (ang. *Finite Volume Method*). Modele z tej grupy mogą bazować również na Metodach Różnic lub Elementów Skończonych (ang. *Finite Difference Method, Finite Element Method*). Stosowana w nich siatka jest nieruchoma, a płyn przemieszcza się względem węzłów tej siatki. Cecha ta stanowi zaletę podejścia Eulera, ponieważ nie ma konieczności przesuwania punktów siatki w kolejnych krokach symulacji. Dodatkowo modele te radzą sobie stosunkowo dobrze z zaburzeniami powstającymi na styku dwóch ośrodków. Trudność natomiast stanowi zadanie warunków brzegowych dokładnie na granicy obszaru. Stosuje się w tym celu szereg metod śledzących powierzchnię swobodną. W pakiecie OpenFOAM granica pomiędzy ośrodkami śledzona jest Metodą Objętości Płynu (ang. *Volume of Fluid*). W literaturze do śledzenia tej granicy stosuje się również metodę CIP (ang. *Constrained Interpolation Profile*) oraz LS (ang. *Level Set*).

W metodach bazujących na ujęciu Lagrange'a węzły siatki na powierzchni swobodnej podążają za odpowiadającymi sobie cząsteczkami płynu. Pozwala to na precyzyjne wyznaczenie granicy obszaru i zadanie na niej warunków brzegowych. Jednak jeśli pewne cząsteczki w czasie symulacji oddalą się od siebie za bardzo, konieczne może być stworzenie nowej siatki w danym kroku czasowym (ang. *remeshing*).

W metodach hybrydowych w ujęciu Eulera-Lagrange'a nie jest wymagane, aby cząsteczki płynu pokrywały się z węzłami siatki, a jednocześnie pozwalają one precyzyjnie śledzić powierzchnię swobodną. Siatkę w tych modelach można dowolnie

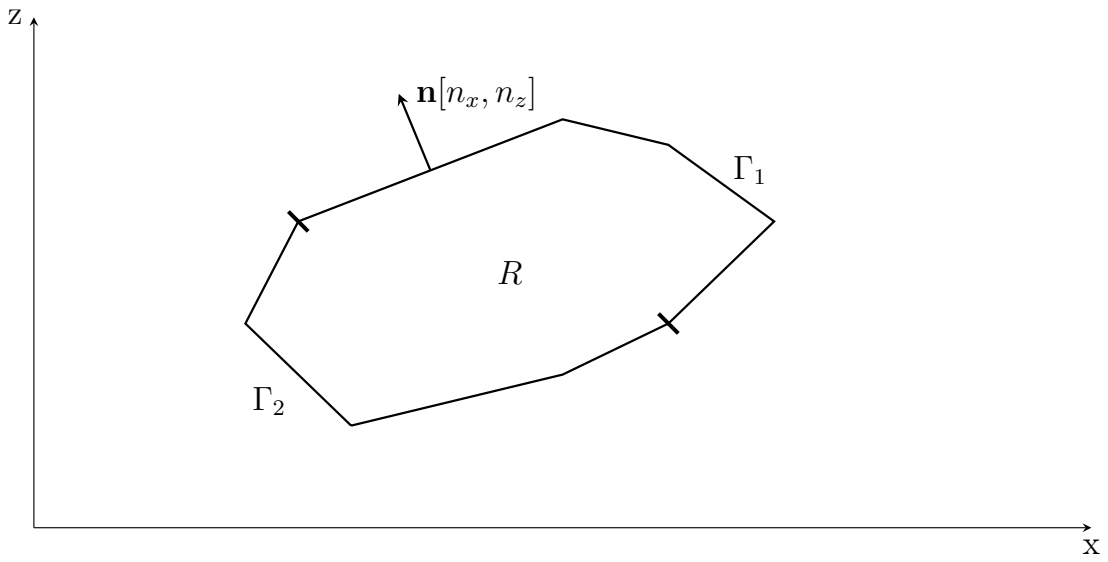
przesuwać uwzględniając to w warunkach brzegowych, które przez to stają się skomplikowane. Wśród metod modelowania zagadnienia propagacji fal wodnych należy wymienić metodę Wygładzonej Hydrodynamiki Cząstek (ang. *Smoothed Particle Hydrodynamics*). Jest to metoda bezsiatkowa, która polega na śledzeniu wszystkich cząstek płynu danego obszaru w czasie (Zhu, 2006). Metody te pozwalają modelować bardzo skomplikowane konfiguracje interakcji fal z obiektami, uwzględniając efekty lepkościowe czy ściśliwość cieczy oraz samej propagacji, jak np. załamanie fali. Jednak w wielu przypadkach lepkość lub ściśliwość wody ma drugorzędne znaczenie (Sun, 2007). Dodatkowo niezależnie od wybranej metody bezpośrednie rozwiązywanie równań Naviera-Stokesa zawsze będzie bardziej czaso- i zasobochłonne od zastosowania teorii przybliżonych. W tych ostatnich uzasadnione jest zastosowanie teorii potencjalnej przepływu. Teoria ta jest dobrze opisana w literaturze i znalazła zastosowanie w wielu problemach szczegółowych hydromechaniki. Zastosowanie tej teorii wraz z Metodą Elementów Brzegowych wpisuje się w ujęcie Lagrange'a, ponieważ warunki brzegowe opisane są dokładnie na granicach obszaru i zmiany tych granic są śledzone w czasie (Song i Zhang, 2018). Metoda ta została również wykorzystana w pracach Faltinsen i in. (2004); Baarholm i Faltinsen (2004); Baarholm (2001) dotyczących podobnych zagadnień jak prezentowane w niniejszej pracy.

3.2 Metoda Elementów Brzegowych

Metoda Elementów Brzegowych od czasu pojawienia się w latach sześćdziesiątych stała się dobrze opisaną i sprawdzoną metodą do rozwiązywania problemów naukowych i inżynierskich. Metoda ta jest alternatywą dla metod różnic skończonych lub elementów skończonych.

3.2.1 Całkowe równanie brzegowe

Zgodnie z założeniami przyjętymi w rozdziale 1, zagadnienie postawione w niniejszej pracy zdecydowano rozwiązać za pomocy Całkowego Równania Brzegowego (ang. *Boundary Integral Equation*). Zastosowanie tego podejścia razem z MEB pozwala całkowicie wykorzystać zalety tej drugiej, a więc przede wszystkim dyskretyzację samej granicy obszaru płynu. Dzięki tej metodzie możemy zapisać różniczkowe równania ruchu jako Całkowe Równanie Brzegowe. Ponieważ w każdym kroku czasowym poszukuje się powierzchni swobodnej, która jest jedną z granic obszaru, konieczność opisu tylko i wyłącznie granicy jest ogromną zaletą tej metody (Liggett, 1994). Problem postawiony w rozdziale 2 za pomocą równań (2.21) sprowadza



Rysunek 3.1: Schemat obszaru rozwiązywania zagadnienia brzegowego.

się do rozwiązania tego zagadnienia brzegowego w pewnym ograniczonym obszarze R, którego granicą jest Γ. Graficzna reprezentacja schematycznie została pokazana na rys. 3.1. Na granicy zapisane są warunki brzegowe:

$$f_1(x, z) = \Phi \text{ na } \Gamma_1 \tag{3.1}$$

$$f_2(x, z) = \frac{\partial \Phi}{\partial n} \text{ na } \Gamma_2, \tag{3.2}$$

przy czym granice Γ_1 i Γ_2 nie przecinają się i $\Gamma_1 \bigcup \Gamma_2 = \Gamma$. Pochodna normalna w równaniu (3.2) jest równa

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = n_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} + n_z \frac{\partial \Phi}{\partial z},$$

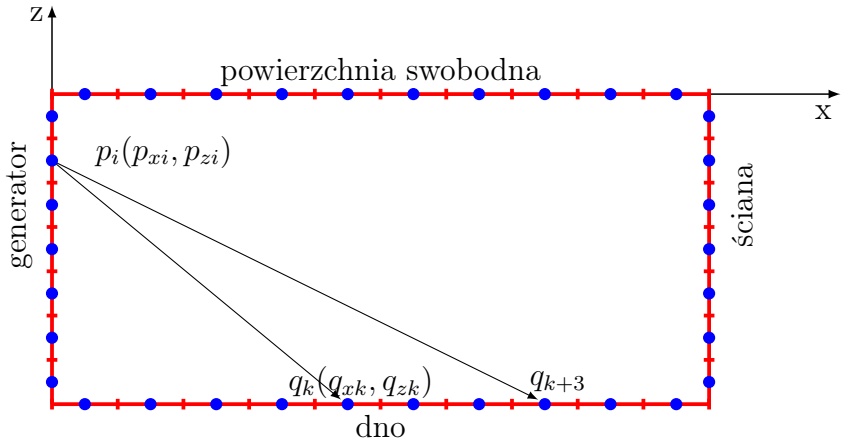
gdzie n_x i n_z są składowymi jednostkowego wektora normalnego do powierzchni, a tak postawiony problem nazywany jest w literaturze zagadnieniem Neumanna. Równanie (3.1) przedstawia problem nazywany zagadnieniem Dirichleta. Kierunek wektora normalnego przyjmowany jest na zewnątrz granicy Γ i zmienia się w zależności od kąta nachylenia elementu brzegowego. Przy poprawnie sformułowanych warunkach brzegowych, tak postawiony problem daje pewność znalezienia funkcji Φ (Ang, 2007). Funkcja Greena dla równania Laplaca jest stosunkowo prosta w porównaniu z formułami jakie przyjmuje dla innych zagadnień (Sutradhar i in., 2008). Dla rozważanego zagadnienia dwuwymiarowego będzie ona miała postać:

$$G(p, q) = \frac{1}{2\pi} \log(r), \quad r = \sqrt{(p_x - q_x)^2 + (p_z - q_z)^2}$$

Przy użyciu funkcji Greena i drugiej tożsamości Greena równanie (2.13) można przetransformować do całkowego równania brzegowego (Grilli i in., 2001):

$$C(p)\Phi(p) = \int_\Gamma \left[G(p,q)\frac{\partial \Phi(q)}{\partial n(q)} - \Phi(p,q)\frac{\partial G(q)}{\partial n(q)} \right] d\Gamma, \tag{3.3}$$

gdzie p i q są punktami na granicy obszaru, funkcja $C(p)$ jest współczynnikiem geometrycznym i dla położenia punktu na stałym elemencie brzegowym jest równa 0,5. Podział brzegu na elementy został dokonany za pomocą elementów stałych. Punkty źródłowe zostały umieszczono w środku poszczególnych elementów. Oznacza to, że funkcja potencjału jest stała w obrębie elementu. Schematyczny podział pokazany został na rys. 3.2. Zdyskretyzowane równanie (3.3) można zapisać jako:



Rysunek 3.2: Podział granicy obszaru na elementy brzegowe.

$$\frac{1}{2}\Phi(p) = \sum_{q=1}^{N} \left[\frac{\partial \Phi(q)}{\partial n(q)} \int_\Gamma G(p,q)d\Gamma - \Phi(q) \int_\Gamma \frac{\partial G(p,q)}{\partial n(q)} d\Gamma \right]. \tag{3.4}$$

Równanie (3.4) pozwala zapisać warunki brzegowe na poszczególnych elementach i po całkowaniu wyznaczyć Φ dla elementu, dla którego warunkiem brzegowym było $\partial\Phi/\partial n$ i odwrotnie. Po podziale brzegu Γ na N elementów i określeniu warunków brzegowych otrzymamy równanie:

$$\sum_{k=1}^{N} a_{ik} z_k = \sum_{k=1}^{N} b_{ik} \text{ dla } i = 1, 2, ..., N, \tag{3.5}$$

gdzie jeśli na q_k zadany był warunek Dirichleta, czyli Φ, to:

$$\begin{aligned}
a_{ik} &= -\int_\Gamma G(p_i, q_k)d\Gamma, \\
b_{ik} &= -\Phi \int_\Gamma \frac{\partial G(p_i, q_k)}{\partial n} + 0{,}5\delta_{ik} \ \wedge \ \begin{pmatrix} i = k \to \delta_{ik} = 0 \\ i \neq k \to \delta_{ik} = 1 \end{pmatrix}, \\
z_k &= \frac{\partial \Phi}{\partial n}.
\end{aligned}$$

Jeśli na q_k zadany był warunek Neumanna, czyli $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$, to:

$$a_{ik} = \int_{\Gamma} \frac{\partial G(p_i, q_k)}{\partial n} d\Gamma,$$
$$b_{ik} = \frac{\partial \Phi_k}{\partial n} \int_{\Gamma} G(p_i, q_k) d\Gamma,$$
$$z_k = \Phi.$$

W celu rozwiązania tego układu równań zastosowano podejście zaproponowane przez Sugino i Tosaka (1992). Polega ono na przyjęciu w obrębie każdego elementu ortogonalnego układu współrzędnych $(\mathbf{s}, \mathbf{n})$ i całkowanie w oparciu o ten układ.

3.2.2 Schemat rozwiązania

Zastosowanie Metody Elementów Brzegowych do opisu propagacji nieliniowych fal powierzchniowych zasadniczo składa się z dwóch etapów. Pierwszym jest rozwiązanie Brzegowego Równania Całkowego (BIE), czyli znalezienie rozwiązania równania Laplaca w pewnej chwili czasu. Drugim etapem jest predykcja zmiany powierzchni swobodnej i jej potencjału wykonywana w oparciu o warunki brzegowe – kinematyczny i dynamiczny poprzez rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych. Wśród metod numerycznych stosowanych w tej procedurze (tzw. *time-stepping*), w literaturze wymienia się m.in. metodę Rungego-Kutty, metodę szeregu Taylora, metodę Adamsa-Bashfortha, metodę Adamsa-Moultona oraz metody różniczkowania wstecznego. Stosowana jest również metoda polegająca na rozwijaniu w szereg Taylora pochodnych materialnych funkcji η i Φ. Współczynniki pierwszego rzędu w tym rozwinięciu brane są z warunków brzegowych, natomiast aby wyznaczyć współczynniki drugiego rzędu formułuje się całkowe równanie brzegowe dla $\partial\Phi/\partial t$ jako warunku Dirichleta i $\partial^2\Phi/\partial t\partial n$ jako warunku Neumanna (Grilli i in., 2001, 1989). W niniejszej pracy zastosowano czterokrokowy schemat opierający się na predykcji wartości za pomocą metody Adamsa-Bashforha, a następnie jej korekcji za pomocą metody Adamsa-Moultona. Obie metody polegają na przybliżaniu funkcji różniczkowanej za pomocą wielomianu Lagrange'a. W etapie predykcji (metoda Adamsa-Bashfortha) wyznaczając wartość w czasie $i+1$, wykorzystuje się wartości pochodnych z kroków czasowych od i do $i-3$. Oznacza to, że schemat ten jest schematem jawnym. W etapie korekcji wartości otrzymanej w pierwszym etapie, wykorzystano już pochodną funkcji wyznaczoną na podstawie wartości z predykcji. Oznacza to, że schemat ten jest niejawny. Cały schemat rozwiązywania równania można zapisać (Longuet-Higgins i Cokelet, 1976):

– mając dane równanie różniczkowe $\frac{dy}{dt} = f(t)$

– w etapie predykcji:

$$p_{i+1} = py_i + \frac{\Delta t}{24}\left(55f_i - 59f_{i-1} + 37f_{i-2} - 9f_{i-3}\right)$$

– ewaluacja funkcji z równań (5) i (6) dla p_{i+1}

– etap korekcji:

$$C_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t}{24}\left(9f_{i+1} + 19f_i - 5f_{i-1} + f_{i-2}\right)$$

– ewaluacja funkcji z równań (5) i (6) dla C_{i+1}

W celu uniknięcia konieczności przebudowywania siatki modelu w każdym kroku czasowym zastosowano podejście nazywane w literaturze semi-Lagrangian approach (Zhang i in., 2006). Oznacza ono, że element brzegowy będąca na powierzchni może poruszać się jedynie w pionie a prędkość tej powierzchni wynosi $(0, \partial\eta/\partial t)$

Krok czasowy wyznaczono za pomocą tzw. geometrycznej liczby Couranta C_o przedstawionej poniżej:

$$\Delta t = C_o \frac{\Delta\left|r\right|_{min}}{C_{phase}}, \tag{3.6}$$

gdzie $\Delta\left|r\right|_{min}$ jest najmniejszą długością elementu brzegowego, C_{phase} jest prędkością fazową generowanej fali. Taki krok czasowy zapewnia, że element brzegowy nie przesunie się dalej niż do następnego elementu siatki, jeśli liczba Couranta C_o będzie mniejsza od 1. Procedurę różniczkowania powtarzano w pętli iteracyjnej do momentu uzyskania założonej dokładności pomiędzy kolejnymi wynikami dla funkcji potencjału. Granica dokładności wynosiła $\varepsilon_{num} = 10^{-8}$. Zbieżność rozwiązania otrzymywano w maksymalnie 15 krokach iteracyjnych. Symulacje propagacji fali zaczynano od warunków początkowych $\eta(x, y, t_0) = 0$, $\Phi(x, y, t_0) = 0$ i $x_{gen} = 0$. Ruch generatora inicjował generację fali. Dla zapewnienia pierwszych trzech wartości pochodnych potencjału i powierzchni swobodnej dla metody Adamsa-Moultona-Bashfortha zastosowano otwarty schemat Eulera, czyli wartość kolejną otrzymywano ze wzoru $f(t + \Delta t) = f(t) + \Delta t\dot{f}(t)$. Dla całej procedury szukania wartości funkcji Φ i η w kolejnych krokach czasowych otrzymano zadowalającą dokładność, którą omówioną w dalszej części rozdziału. Po otrzymaniu rzędnych powierzchni swobodnej i potencjału w chwili czasu $t + \Delta t$ formułowano dla nich zagadnienie brzegowe, uwzględniając przesunięcie wynikające z ruchu klapy generatora. Problem taki ponownie rozwiązywano za pomocą MEB. Schemat rozwiązywania zagadnienia brzegowego Metodą Elementów Brzegowych można przedstawić więc następująco:

1. Ustalenie początkowej geometrii i warunków brzegowych.

2. Rozwiązanie układów równań MEB w celu obliczenia Φ tam, gdzie było dane $\delta\Phi/\delta n$ i $\delta\Phi/\delta n$ i tam gdzie dane było Φ.

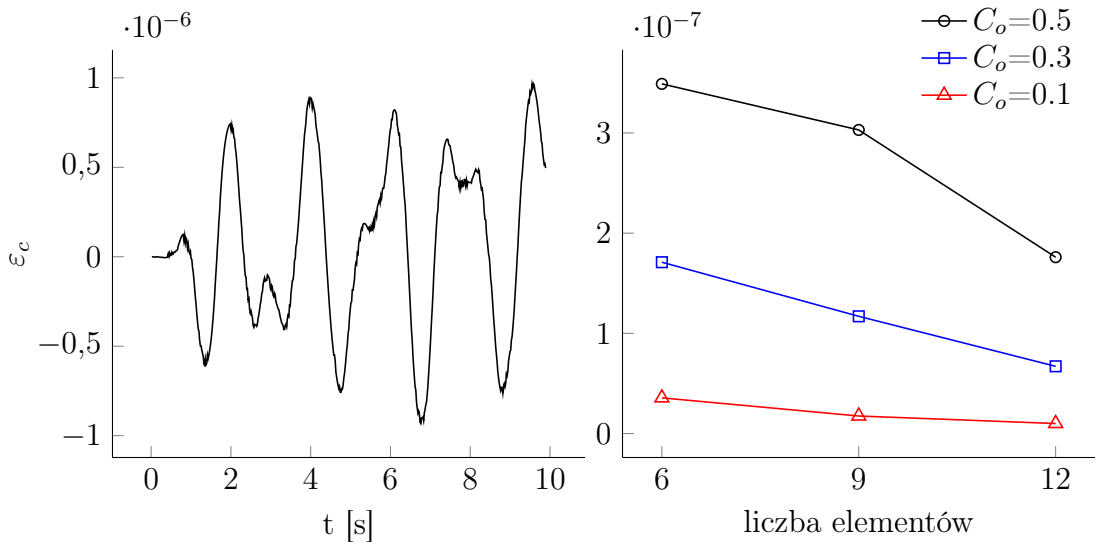
3. Znalezienie nowej geometrii obszaru i nowych warunków brzegowych poprzez $t$ime-stepping.

3.2.3 Dokładność schematu

W celu oszacowania dokładności modelu numerycznego oszacowano błędy. Zastosowano dwie metody sprawdzenia jego dokładności. W pierwszej sprawdzono dokładność rozwiązywania równania Laplaca wyznaczając błąd ciągłości (Grilli i in., 1989). Oznacza on ubytek masy z obszaru obliczeniowego w czasie trwania symulacji numerycznej (Longuet-Higgins i Cokelet, 1976). Błąd ten jest definiowany następująco:

$$\varepsilon_c = \left[\int_\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial n} d\Gamma\right] \Delta t/V. \tag{3.7}$$

Na lewym wykresie rys. 3.3 przedstawiono przebieg ε_c dla symulacji fali o λ =1,75 m. W porównaniu z wynikami prezentowanymi w pracy Sun i in. (2012) jest on niewielki (o trzy rzędy mniejszy). Wpływ liczby elementów brzegowych przypadających na długość fali na wyniki oszacowano przeprowadzając serię eksperymentów numerycznych. Polegały one na generacji fali S2, czyli λ = 1,75 m i A = 0,06 m. W kolejnych seriach pomiarowych zmieniano ilość elementów brzegowych przypadających na długość fali oraz wartość liczby Couranta. Uśrednione wartości ε_c dla tych testów przedstawiono na prawym wykresie na rys. 3.3. Widać, że dokładność rozwiązania jest proporcjonalna do wartości liczby Couranta. W dalszej części pracy zdecydowano się używać 9 elementów brzegowych na długość fali oraz C_o = 0,1. Wybór takich wartości był podyktowany tym, że zwiększanie liczby elementów nieznacznie tylko poprawia dokładność, zwiększając jednocześnie czas obliczeń. Natomiast im niższa liczba Couranta, tym rozwiązanie jest dokładniejsze. Następnie, wykorzystując równanie (3.6) wyznaczano krok czasowy. Drugą metodą sprawdzenia dokładności modelu było sprawdzenie, czy wartość ciśnienia atmosferycznego pozostawała bliska zeru, jak to zostało założone na etapie formułowania modelu teoretycznego w rozdziale 2. W tym celu z równania Bernoulliego (2.15) wyznaczono ciśnienia dla swobodnie propagującej się fali (Sun i in., 2012), a następnie otrzymane ciśnienia określono w jednostkach wysokości słupa wody P_{mH_2O}. Tak otrzymane wyniki porównano z odpowiadającymi im wartościami funkcji η. Wy-

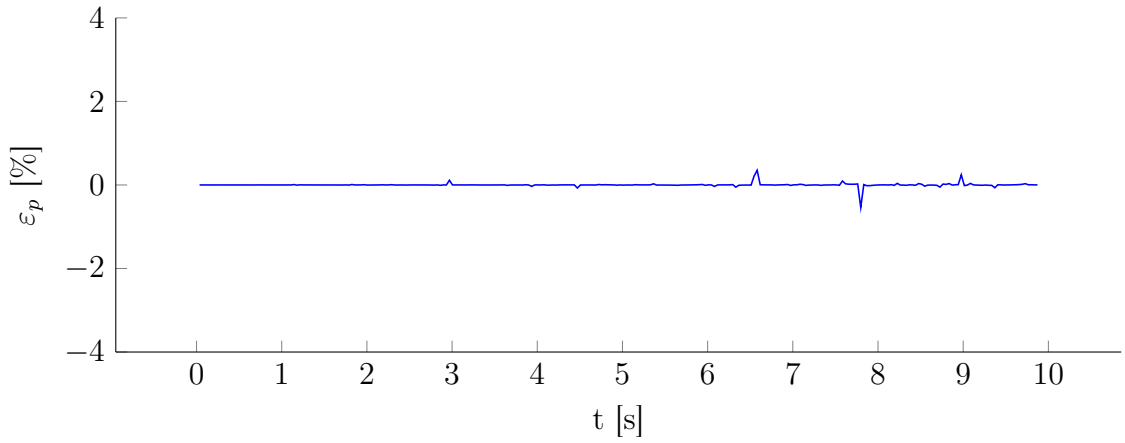


Rysunek 3.3: Lewy wykres: Przebieg błędu ciągłości ε_c. Prawy wykres: Średnie wartości ε_c w zależności od liczby Couranta i liczby elementów brzegowych na długość fali.

kres 3.4 przedstawia błąd oszacowany na podstawie zależności:

$$\epsilon_p = \frac{P_{mH_2O}}{\eta} 100.$$

Dodatkowo przeprowadzono weryfikację modelu numerycznego polegającą na ge-



Rysunek 3.4: Zapis błędów numerycznych.

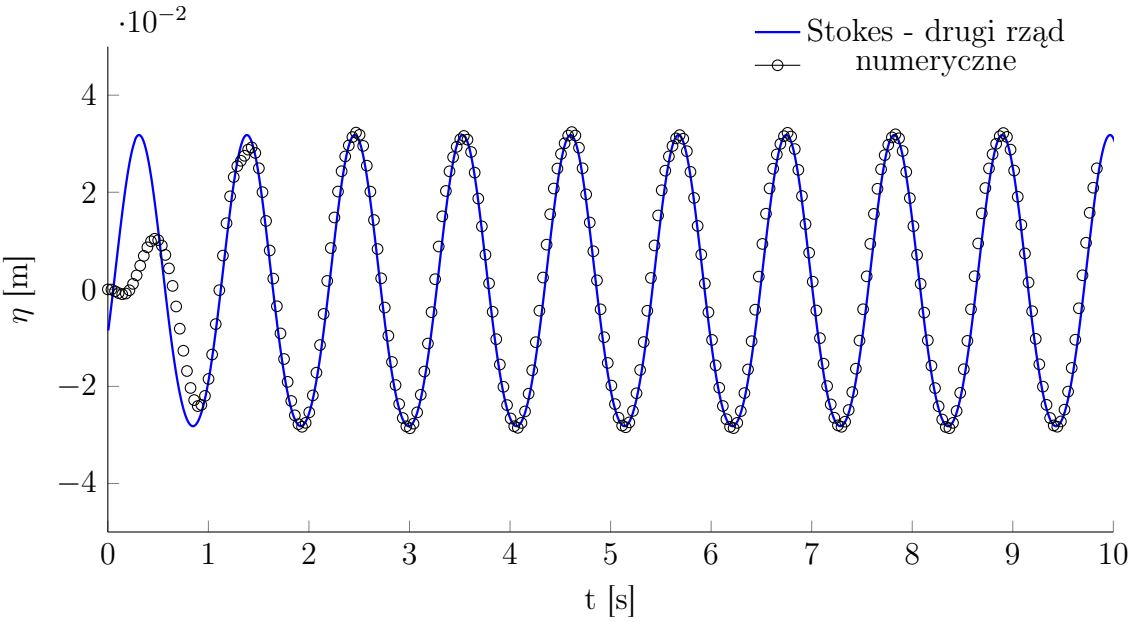
neracji fali progresywnej. Ruch płyty generatora został opisany zgodnie z teorią generacji fal o małych amplitudach (Dean i Dalrymple, 1991). Jej położenie $x_{gen}(t)$ wynosiło:

$$x_{gen}(t) = \left[-\frac{1}{2} A \frac{\left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)}\right)}{\tanh(kh)} \cos(\omega t) \right],$$

gdzie k jest liczbą falową równą $2\pi/\lambda$, h głębokością wody, a ω częstością generowanej fali. Wyniki tej symulacji porównano z wynikami analitycznymi otrzymanymi na podstawie teorii Stokesa drugiego rzędu. Porównanie przedstawiono na rys. 3.5 dla fali o długości λ =1,75 m, punktu leżącego w odległości $x = \lambda$ od klapy generatora i kanału numerycznego o długości 10λ. Jest widoczne, że poza pierwszymi dwoma okresami zgodność jest bardzo dobra. Różnice w dwóch pierwszych okresach wynikają ze zmodyfikowania funkcji $x_{gen}(t)$ o funkcję:

$$f_{gen} = \begin{cases} 0{,}5\left(1 - \dfrac{\cos(\pi t)}{2\pi\omega}\right) & \text{dla } t < T \\ 0 & \text{dla } t > T \end{cases}$$

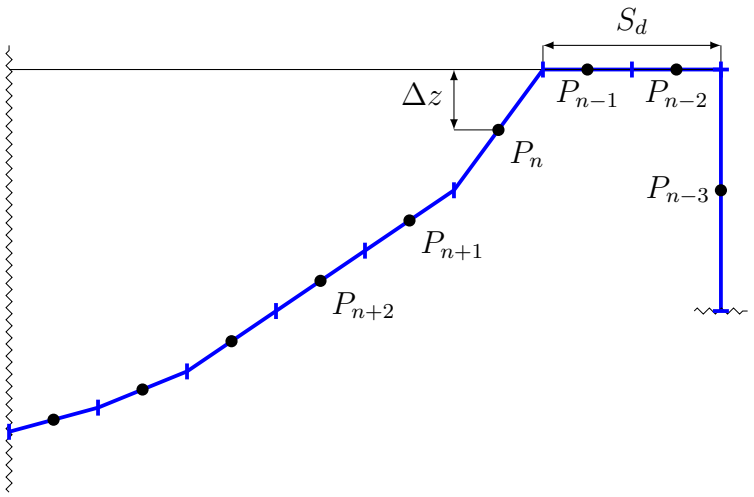
Zabieg taki miał na celu uniknięcia impulsowego zachowania się klapy generatora i wygładzenia jej ruchu.



Rysunek 3.5: Porównanie wyników propagacji fali prezentowanego modelu teoretycznego z wartościami otrzymanymi z teorii Stokesa drugiego rzędu.

3.3 Chwila uderzenia

W każdym kroku czasowym określano położenie i prędkość elementów powierzchni swobodnej. Z założenia pierwszym elementem, który zwilżał powierzchnię poziomej płyty był prawy, skrajny element powierzchni swobodnej – element z punktem węzłowym P_{n-2} na rys. 3.6. Moment uderzenia następował wtedy, kiedy ten element przekroczył wysokość zainstalowania poziomej płyty. Jeżeli tak się stało, cofano się



Rysunek 3.6: Przyrost powierzchni zwilżonej.

o krok czasowy i zagęszczano elementy brzegowe należące do Γ_η tak, żeby krok czasowy wynosił 10^{-4} s, a liczba Couranta została niezmieniona. Krok czasowy wybrano jako dostatecznie mały, aby umożliwić śledzenie impulsu ciśnienia. W celu spełnienia warunku stabilności zmniejszano długości elementów brzegowych na powierzchni swobodnej do $\sim 10^{-3}$ m. Z takim krokiem czasowym kontynuowano symulację do momentu zetknięcia się środka elementu brzegowego P_{n-2} z płytą. W momencie zetknięcia, zmieniano na tym elemencie brzegowym warunek Dirichleta (3.1), na warunek Neumanna (3.2). Warunek ten przyjmował postać:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = U_{pl} \text{ na } S_d, \tag{3.8}$$

gdzie U_{pl} jest prędkością płyty, a S_d jest powierzchnią zwilżoną, którą tworzą wszystkie elementy mające kontakt z płytą. Analogicznie jak Baarholm i Faltinsen (2004) w swojej pracy dotyczącej uderzenia fali bez obecności pionowej przegrody, w niniejszej pracy przyjęto płytę nieruchomą, dla której $U_{pl} = 0$, a kolejne kroki czasowe po uderzeniu, zmieniano w taki sposób, aby droga przebywana przez punkt P_n w kolejnym kroku czasowym była większa niż Δz. Kiedy prędkość rozrastania się powierzchni zwilżonej spadała, a krok czasowy rósł, sprawdzano czy ostatni element będący na płycie będzie się odrywał. Procedura polegała na tymczasowym przypisaniu temu elementowi brzegowemu warunku Dirichleta i wyznaczeniu jego pochodnej normalnej. Jeżeli ta pochodna była mniejsza od zera, oznaczało to, że element oderwał się od powierzchni płyty. Moment ten zaczynał proces cofania się powierzchni zwilżonej. Podejście to jest intuicyjne i daje rezultaty identyczne z podejściem zastosowanym przez Baarholm i Faltinsen (2004). W pracy tej fala progresywna propagując się pod płytą uderzała w nią. W momencie mijania przez falę

przeszkody zastosowali oni warunek Kutty na ostatnim przyklejonym elemencie. Warunek ten wymuszał sytuację, w której prędkości poziome elementów pobliskich musiały być dużo większe od prędkości pionowych. Obrana w niniejszej pracy metoda nie wymusza prędkości cząstki odklejającej się i zapewnia stabilne rozwiązanie, aż do momentu całkowitego oderwania się płynu od konstrukcji. Dodatkowo zapewnia ona, że krok czasowy nie wzrośnie na tyle, żeby liczba Couranta była większa od 1.

3.4 Podsumowanie

Zaproponowany model numeryczny nie wymaga stosowania funkcji wygładzających. Generowane fale, dla których wyniki omówione zostały w rozdziale 5, mieszczą się w zakresie stromości $Ak \in$[0,03, 0,33]. Żadna z konfiguracji parametrów ruchu falowego nie generowała niestabilności numerycznych, bądź innych niepożądanych rezultatów. Dzięki zastosowaniu nieliniowych warunków na powierzchni swobodnej, model uwzględnia oddziaływania w polu falowym wynikające z dyfrakcji oraz odbicia zarówno od pionowej przegrody, jak i modelu poziomej płyty. Zastosowany schemat procedury odrywania się powierzchni zwilżonej zapewnia stabilne rozwiązanie.

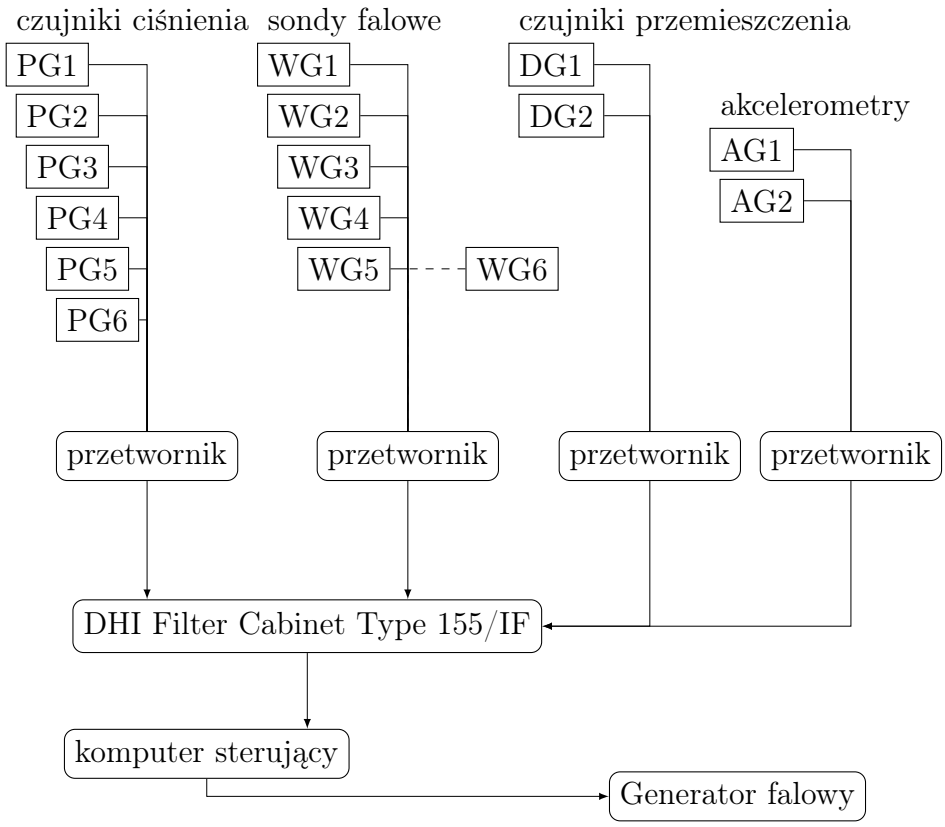
Rozdział 4

Pomiary laboratoryjne

4.1 Stanowisko pomiarowe

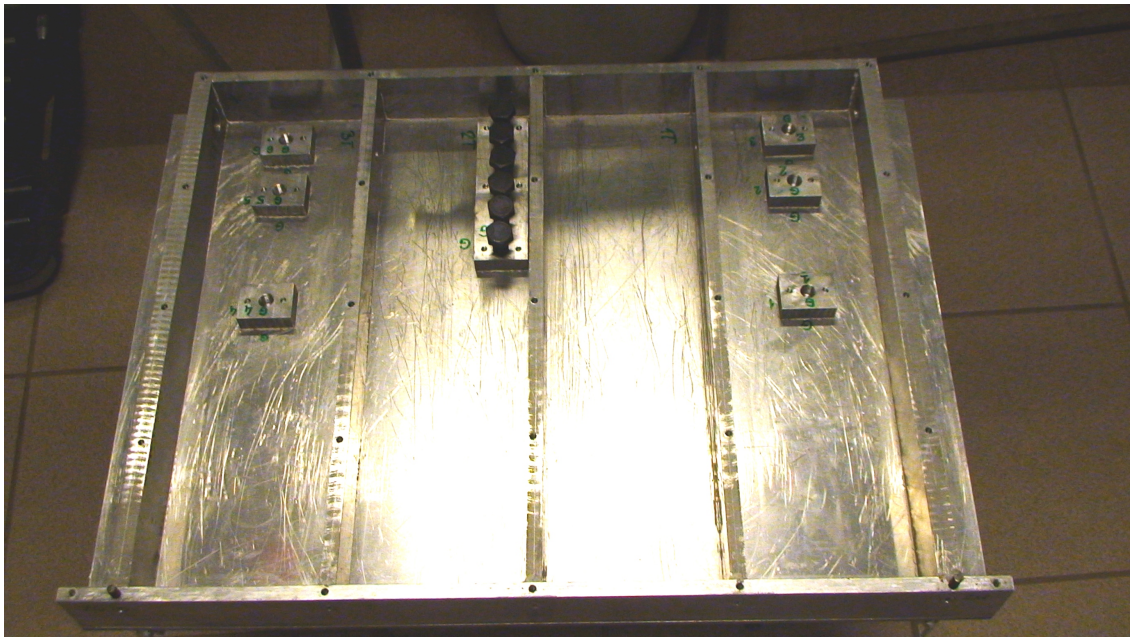
Rysunek 4.1: Laboratorium hydrauliczne IBW PAN.

W celu weryfikacji modelu numerycznego przedstawionego w rozdziale 2, przeprowadzono pomiary laboratoryjne. Pomiary zostały wykonane w ramach działalności statutowej w laboratorium hydraulicznym IBW PAN. Główną instalacją w laboratorium jest kanał falowy (rys. 4.1). Ma on 64 m długości i 0,6 m szerokości. Ściany boczne kanału falowego wykonane są ze szkła klejonego o łącznej grubości 0,018 m i wysokości 1,4 m. Zapewnia to możliwość wizualizacji przebiegu pomiarów. Kanał wyposażony jest w programowalny generator falowy typu tłokowego. Elementem sprawczym generatora jest sztywna, pionowa płyta napędzana silnikiem krokowym. Generator umożliwia wygenerowanie zarówno fal regularnych jak i fal nieregularnych o zadanym spektrum falowym. Do pomiaru zmian wychylenia powierzchni swobodnej użyto oporowych sond falowych produkcji DHI. Przyspieszenia modelu płyty rejestrowano za pomocą pary akcelerometrów ENDEVCO 7751-500. Przemieszczenia modelu płyty rejestrowane były za pomocą dwóch czujników indukcyjnych. Ciśnienia mierzone były za pomocą zainstalowanych w poszyciu dolnym płyty miniaturowych czujników ciśnienia typu PDCR 81 GE DRUCK. Wszystkie peryferyjne czujniki zintegrowane były poprzez moduł DHI Filter Cabinet Type 155/IF, co umożliwiało rejestrowanie wszystkich wielkości w tym samym czasie. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 4.2. Na schemacie zaznaczona została



Rysunek 4.2: Schemat podłączenia urządzeń pomiarowych.

również sonda falowa WG6, która stosowana była tylko w pierwszej serii pomiarowej, przeprowadzonej bez modelu płyty. Dodatkowo w każdej serii pomiarowej wybrane przebiegi rejestrowano za pomocą kamery wideo. Pole widzenia kamery ustawione było na model poziomo zawieszonej płyty, od spodu. Umożliwiało to ocenę jakości przeprowadzonego testu, zwłaszcza sprawdzenie czy w miejscach mocowania czujników ciśnienia, nie powstaje komora powietrzna. Model płyty został wykonany z aluminium. Część główna modelu składała się z elementów takich jak: płyty poszycia dolna i górna, żebra środkowe i skrajne oraz ściany tylnej i czołowej. We wszystkich elementach przygotowano otwory montażowe. Dokumentacja modelu, w postaci rysunków technicznych elementów płyty, została dołączona do pracy jako załącznik A.IV. Podstawę modelu stanowiło poszycie dolne (rys. A.IV.2). Do przygotowanych otworów w płycie dolnej zamocowano ścianę czołową (rys. A.IV.5) oraz ścianę tylną (rys. A.IV.6). Model został wzmocniony za pomocą trzech żeber środkowych (rys. A.IV.4) oraz dwóch żeber skrajnych (rys. A.IV.3). W płycie dolnej modelu przygotowano otwory dla dwóch konfiguracji ustawienia czujników ciśnienia. Laboratorium hydrauliczne IBW PAN w czasie prowadzenia badań dysponowało tylko sześcioma czujnikami ciśnienia. Wymusiło to konieczność powta-



Rysunek 4.3: Zdjęcie wnętrza poziomej płyty z mocowaniami dla czujników ciśnienia.

rzania testów dla dwóch konfiguracji ustawienia czujników. W pierwszej konfiguracji czujniki rozmieszczone były symetrycznie względem osi podłużnej kanału falowego i mocowane do modelu płyty za pomocą specjalnie przygotowanych klocków (rys. A.IV.8). W drugiej konfiguracji czujniki ciśnienia rozmieszczone były równolegle do osi podłużnej kanału i mocowane za pomocą specjalnie przygotowanej płytki (rys. A.IV.9). Otwory na czujniki ciśnienia nieużywane w danej konfiguracji były zaślepiane. Wszystkie łączenia elementów oraz gwinty śrub zostały uszczelnione. Zapobiegało to dostawaniu się wody do wnętrza modelu. Zdjęcie wnętrza modelu płyty przedstawiono na rys. 4.3. W celu wydzielenia w kanale falowym sekcji pomiarowej skonstruowano nieodkształcalną przegrodę. Wykonana ona została ze sklejki wodoodpornej o grubości 0,021 m i wzmocniona czterema żebrami (rys. A.IV.11). Konstrukcja przegrody zapewniała możliwość zmiany odległości mocowania płyty od dna. Zmiana tej odległości realizowana była przez wymianę elementu 7 na rys. A.IV.11. Górna krawędź tego elementu pokrywana była uszczelką minimalnie wpływającą na ruchy obrotowe płyty. Uszczelnienie uniemożliwiało wydostanie się wody z obszaru pomiarowego. Odległość przegrody od położenia zerowego płyty generatora fal wynosiła 3,5 m.

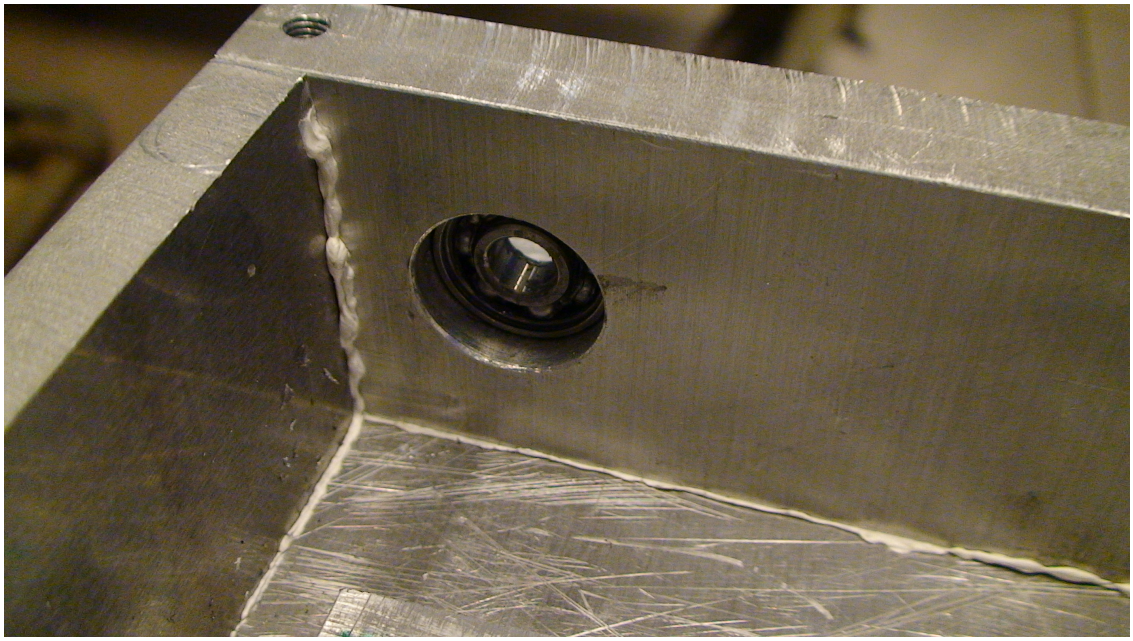
Model płyty został z jednej strony przegubowo połączony z pionową przegrodą, za pomocą klocków mocujących (A.IV.7). Klocki mocujące miały zamontowane osie, które umieszczono w łożyskach tocznych, osadzonych w skrajnych żebrach modelu

Rysunek 4.4: Przednia część płyty zawieszona na systemie sprężyn.

płyty (4.5), co umożliwiało jej obrót. Klocki przykręcane były do płyty aluminiowej o grubości 0,015 m (rys. A.IV.10), którą mocowano do przegrody pionowej. Od strony generatora falowego, model został zawieszony na dwóch układach sprężyn (rys. 4.4). Każdy układ składał się z dwóch zestawów, z których każdy zawierał po trzy sprężyny. Sprężyny w zestawie były spięte za pomocą specjalnie skonstruowanych sztywnych orczyków. Po każdym ustawieniu modelu układ był wstępnie napinany w taki sposób, aby podczas pomiarów nie dopuścić do jego zluzowania. Poprzez dobór sprężyn do zestawów zapewniono, że ich sprężystości były bardzo zbliżone. Poszczególne sprężystości zostały podane w tab. 2 w załączniku A.II.2. Sumaryczna sprężystość układu określona została w rozdziale 4.2.1. Taka konstrukcja modelu zapewniała mu jeden stopień swobody, odpowiadający obrotowi wokół osi y na rys. 2.2.

4.2 Przeprowadzone pomiary

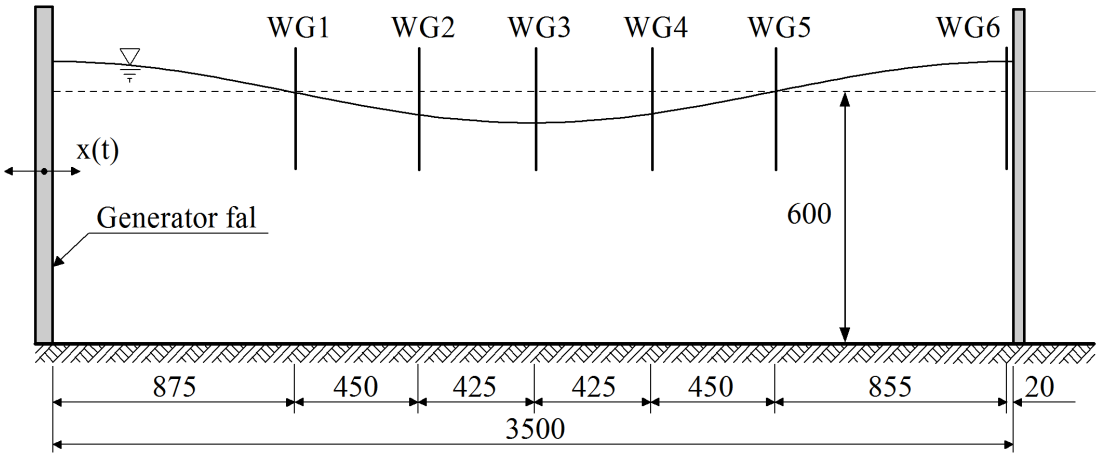
W ramach eksperymentów przygotowano serię testów. Każdej kombinacji parametrów falowych nadano skrótowe nazwy zgodnie z tab. 4.1. Każdą z fal generowano w trzech konfiguracjach ustawienia płyty tj. d=0,03, 0,06, 0,09 m. Spis wykonanych testów podany został w tab. 4.2. Oznaczenia amplitud fali są umowne, ponieważ generowana fala, na skutek odbicia od pionowej przegrody, narastała, stopniowo osiągając amplitudę równą wysokości zawieszenia poziomej płyty. W pierwszym etapie generowano falowanie bez obecności poziomej płyty i rejestrowano wychylenie powierzchni swobodnej za pomocą sond falowych. Schemat układu pomiarowego



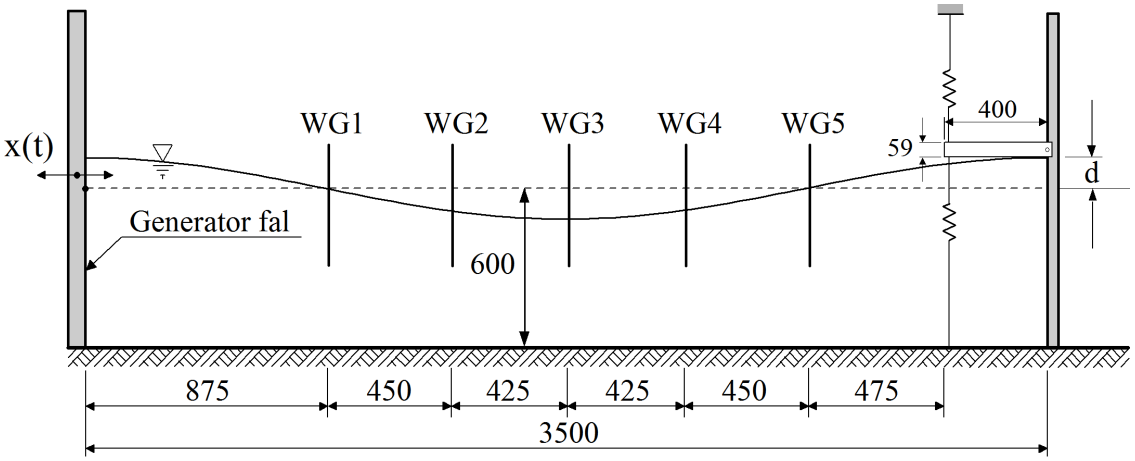
Rysunek 4.5: Łożyska toczne zamocowane w skrajnych żebrach modelu.

dla tego etapu przedstawiono na rys. 4.6. Etap ten miał na celu wyznaczenie parametrów ruchu płyty generatora zapewniających żądany przebieg uderzenia fali. Uwzględniał on sondę falową (WG6) w miejscu, w którym na kolejnym etapie znajdował się model płyty.

Drugi etap obejmował mocowanie poziomej płyty w kanale falowym. Schemat układu pomiarowego dla tego etapu przedstawiono na rys. 4.7. Schematyczne rozmieszczenie czujników dla dwóch przypadków pokazano na rys. 4.8 i 4.9. Dodatkowo przedstawiono je na rysunkach wykonawczych w załączniku (A.IV). Testy dla fal o najwyższych amplitudach, tj. $A = 0{,}09\,\mathrm{m}$ i najniższego poziomu płyty $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$ zostały wykluczone ze względu na utworzenie się komory powietrznej pomiędzy pionową przegrodą, a powierzchnią zwilżoną. Oznaczało to, iż powierzchnia zwilżona na spodniej części płyty nie rozchodziła się od mocowania płyty w kierunku generatora i pierwszy kontakt powierzchni wody z płytą nie nastąpił w rogu łączącym płytę z pionową przegrodą. Wykluczone zostały również testy dla sytuacji, w której wysokość płyty d była większa od amplitudy fali A.



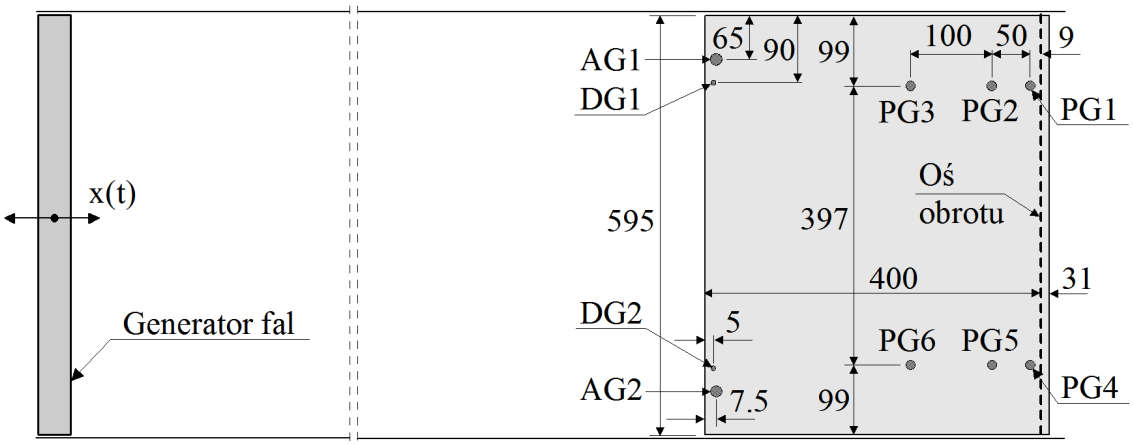
Rysunek 4.6: Schemat sekcji pomiarowej dla pierwszego etapu. Wszystkie wymiary w mm.



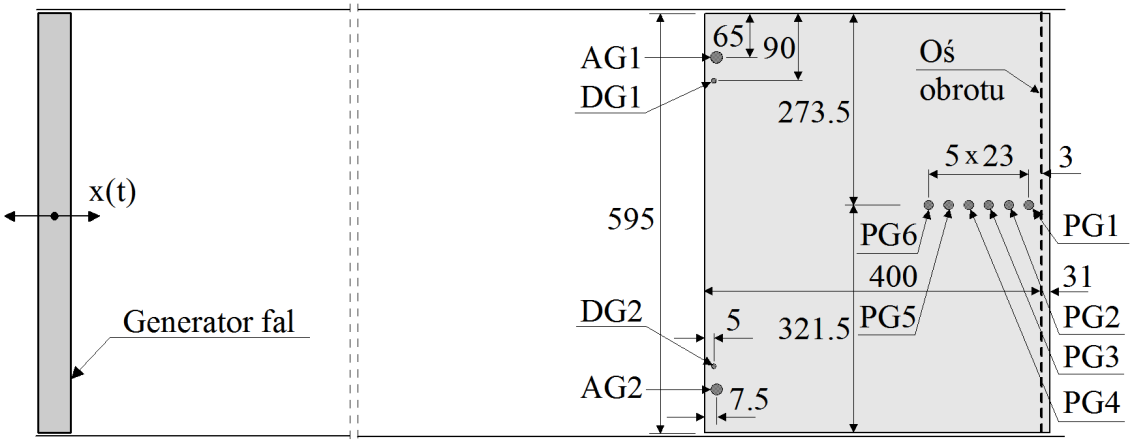
Rysunek 4.7: Schemat sekcji pomiarowej wraz z modelem poziomej płyty. Wszystkie wymiary w mm.

Tablica 4.1: Parametry ruchu falowego i ich oznaczenia.

λ [m] / A [m]	1,75	3,5	5,25
0,03	S1	M1	L1
0,06	S2	M2	M3
0,09	S3	M3	L3



Rysunek 4.8: Schemat przedstawiający rozmieszczenie czujników w konfiguracji A. Wszystkie wymiary w mm.



Rysunek 4.9: Schemat przedstawiający rozmieszczenie czujników w konfiguracji B. Wszystkie wymiary w mm.

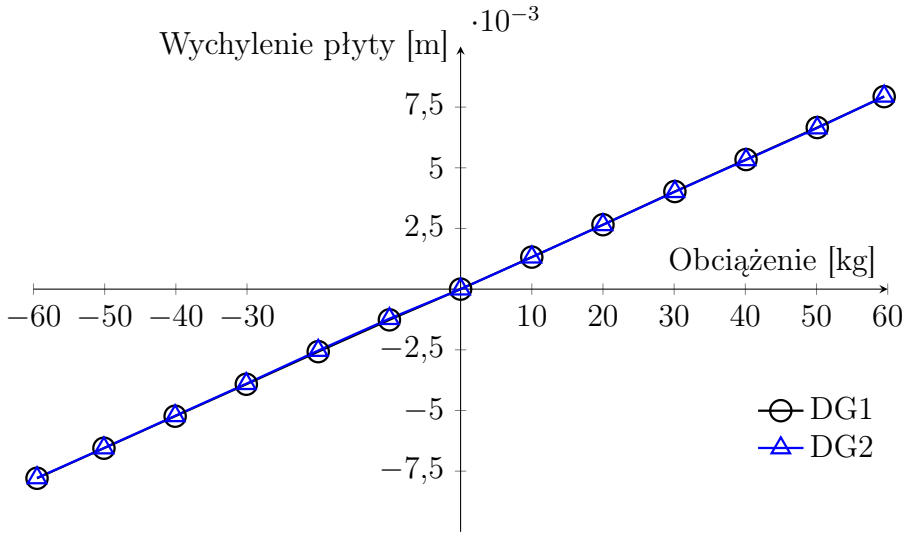
Tablica 4.2: Spis wykonanych testów.

fala	d = 0,03 m	d = 0,06 m	d = 0,09 m
S1	✓(T1)	-	-
S2	✓(T2)	✓(T10)	-
S3	-	✓(T11)	✓(T16)
M1	✓(T4)	-	-
M2	✓(T5)	✓(T12)	-
M3	-	✓(T13)	✓(T17)
L1	✓(T7)	-	-
L2	✓(T8)	✓(T14)	-
L3	-	✓(T15)	✓(T18)

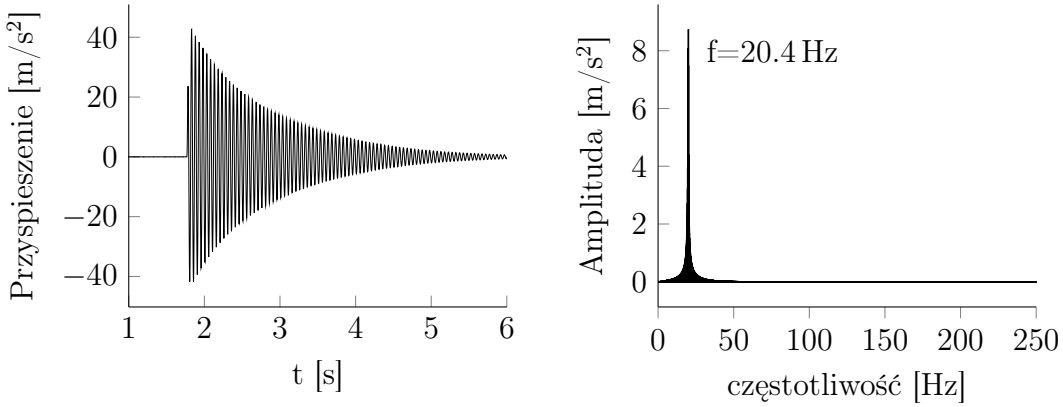
4.2.1 Identyfikacja statyczna i dynamiczna modelu w powietrzu

W pierwszym etapie wyznaczono sprężystość układu pomiarowego, wychylając płytę za pomocą szeregu stałych obciążeń i rejestrując jej wychylenia. Zapis wyników z tego pomiaru, dla zainstalowanych dwóch czujników przemieszczenia, przedstawiono na rys. 4.10. Wyznaczona na tej podstawie sprężystość układu wynosiła 74 525,57 kg/s^2.

W drugim etapie układ pomiarowy poddano identyfikacji dynamicznej. Masy poszczególnych elementów modelu oraz ich momenty bezwładności zostały przedstawione w załączniku A.II.1 w tab. 1. Wyznaczona teoretycznie częstotliwość drgań własnych modelu wynosiła 20,93 Hz. Opis procedury wyznaczania teoretycznych częstości drgań własnych podany został w rozdziale 2.4.1. Eksperymentalną wartość częstości drgań własnych modelu płyty wyznaczono, napinając go wstępnie a następnie zwalniając więz. Przebieg obciążeń dla tych testów miał charakter funkcji Heavysida. Zmierzona eksperymentalnie częstotliwość wynosiła 20,4 Hz. Zapis przyspieszeń dla identyfikacji drgań modelu w powietrzu przestawiono na rys. 4.11.



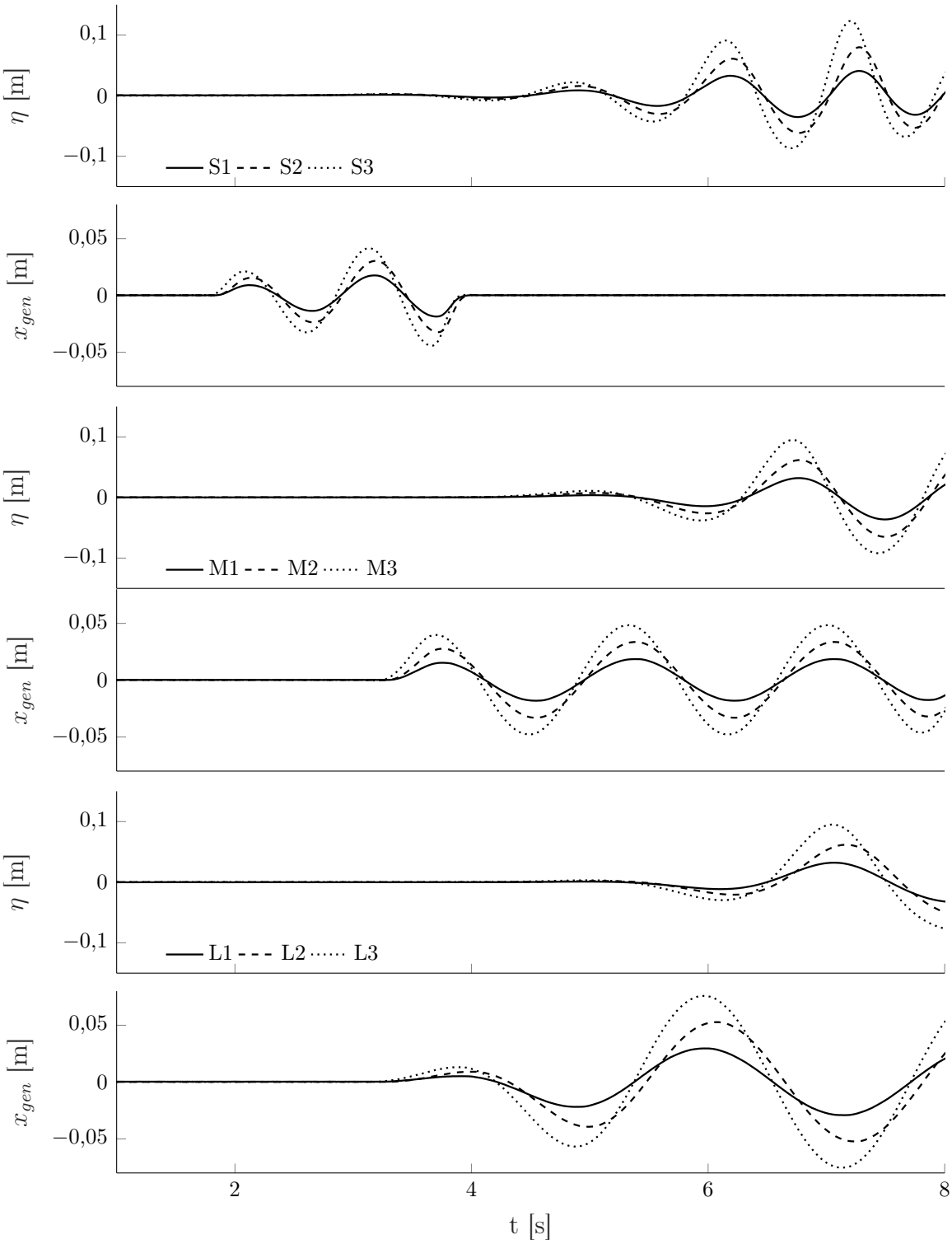
Rysunek 4.10: Wyznaczanie sprężystości układu modelowego.



Rysunek 4.11: Zmierzone przyspieszenie i jego spektrum częstotliwościowe.

4.3 Wyniki pomiarów

Na rys. 4.12 przedstawiono przebiegi czasowe wychylenia powierzchni swobodnej oraz płyty generatora dla wszystkich przeprowadzonych testów falowych. Jest to zapis powierzchni swobodnej z sondy falowej WG6, która zlokalizowana była w miejscu, w którym na kolejnych etapach pomiarów znajdował się model płyty. W rozdziale 5.1 zapisy te porównano z wynikami z modelu numerycznego. Wyniki porównania powierzchni swobodnej przedstawione są na rys. od 5.1 do 5.7.



Rysunek 4.12: x_{gen} – wychylenie płyty generatora, η – wychylenie powierzchni swobodnej zarejestrowane na sondzie WG6.

Tablica 4.3: Zidentyfikowane czasy uderzenia dla konfiguracji A w [s].

fala / d/h	S1	S2	S3	M1	M2	M3	L1	L2	L3
0,05	6,079	5,964	5,887	6,729	6,523	6,376	6,891	6,697	6,685
0,1	–	6,059	5,951	–	6,558	6,51	–	6,929	6,795
0,15	–	-	6,104	–	–	6,581	–	–	6,937

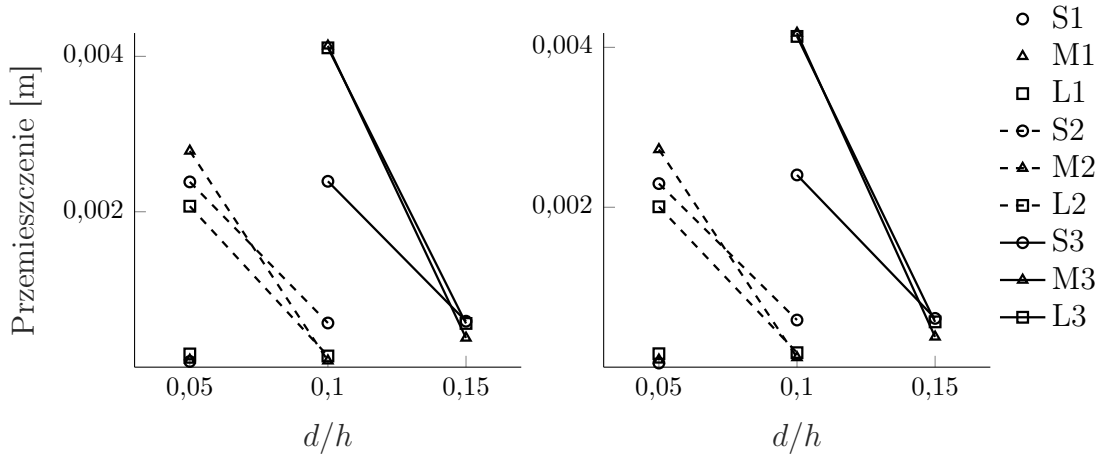
Uderzenia fali w płytę następowały co okres fali i były coraz mocniejsze z powodu jej narastania. Niezbędne więc było zidentyfikowanie czasu pierwszego uderzenia fali. Wykonano to na podstawie analizy zapisów ciśnienia z czujnika znajdującego się najbliżej osi obrotu płyty. Wystąpienie w czasie pierwszego piku ciśnienia oznaczało identyfikację tego czasu jako uderzenia właściwego. Uderzenia kolejne nie są brane pod uwagę w niniejszej pracy. Zidentyfikowane czasy uderzenia właściwego podano w tab. 4.3 i 4.4. Czasy te są bardzo zbliżone, a niewielkie przesunięcia wynikają z różnej odległości zainstalowania pierwszego czujnika ciśnienia od osi obrotu płyty dla konfiguracji A i B.

Tablica 4.4: Zidentyfikowane czasy uderzenia dla konfiguracji B w [s].

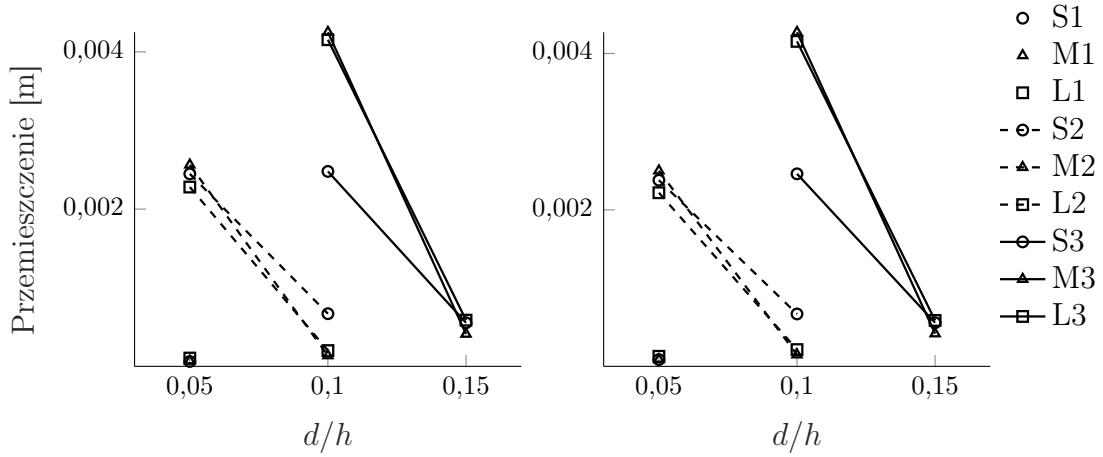
fala / d/h	S1	S2	S3	M1	M2	M3	L1	L2	L3
0,05	6,075	5,948	5,964	6,647	6,424	6,434	6,912	6,704	6,728
0,1	–	6,159	6,036	–	6,705	6,556	–	7,027	6,892
0,15	–	-	6,100	–	–	6,624	–	–	6,938

Dalszej wstępnej oceny wyników pomiarów dokonano na podstawie zapisu przemieszczeń płyty. Wyniki maksymalnych wychyleń płyty – w nawiązaniu do tab. 4.1 pokazano na rys. 4.13 dla konfiguracji A z dwoma rzędami czujników ciśnienia oraz na rys. 4.14 dla konfiguracji B, czyli dla jednego rzędu czujników ciśnienia. Oba rysunki pokazują zależność maksymalnego przemieszczenia płyty od parametru d/h dla określonej długości i amplitudy fali. Wyniki te dają pierwszy obraz opisujący siły pochodzące od falowania i działające na poziomo zawieszoną płytę. Jest widoczne, że przemieszczenie płyty jest zależy od amplitudy fali. Jeśli rozważymy wysokość zawieszenia płyty d ponad powierzchnią spokoju to otrzymamy intuicyjny wniosek, że przemieszczenia płyty dla tej samej fali wzrastają wraz ze zmniejszaniem się odległości d.

Wyznaczone na podstawie tych przemieszczeń kąty α przedstawiono na rys. od 5.28

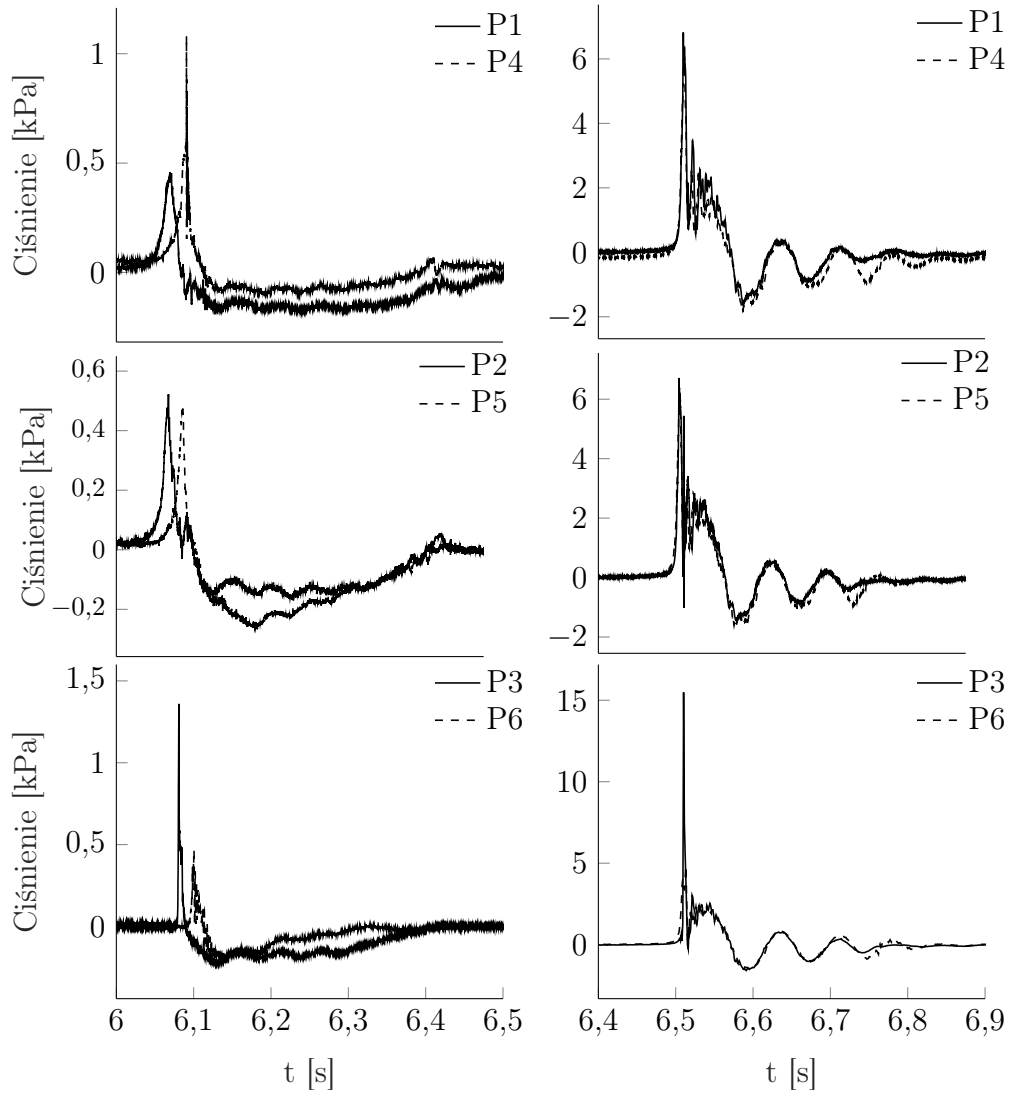


Rysunek 4.13: Maksymalne zarejestrowane przemieszczenia modelu dla konfiguracji A czujników ciśnienia. (Lewa dla DG1, prawa dla DG2 zgodnie z rys. 4.8)



Rysunek 4.14: Maksymalne zarejestrowane przemieszczenia modelu dla konfiguracji B czujników ciśnienia. (Lewa dla DG1, prawa dla DG2 zgodnie z rys. 4.9)

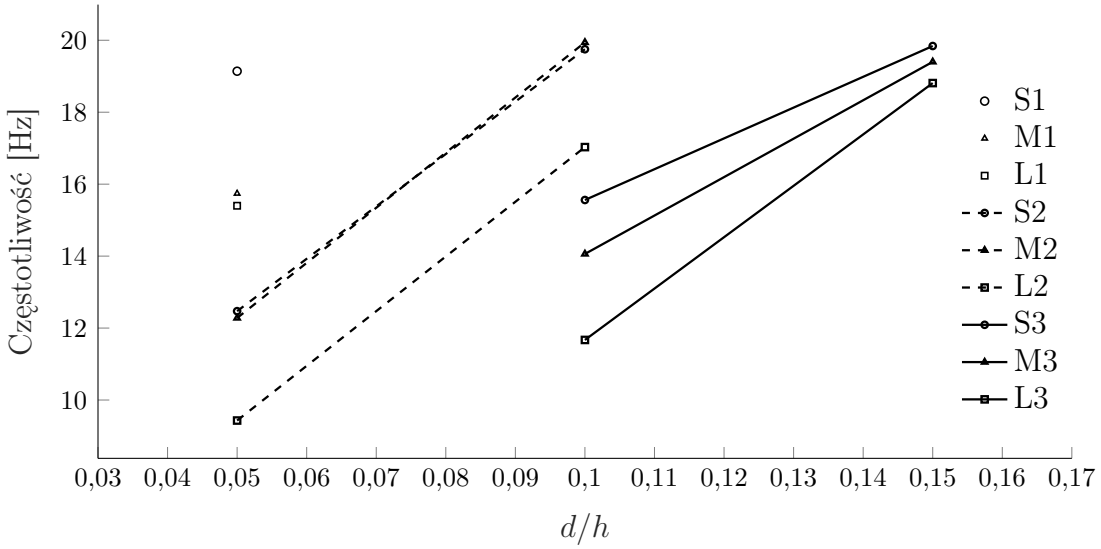
do 5.36 w rozdziale 5 i porównano z wynikami numerycznymi. Dodatkowo, porównanie wartości zmierzonych ciśnień dla dwóch konfiguracji rozmieszczenia czujników ciśnienia potwierdza dobrą jakość i powtarzalność procesu uderzenia, mimo iż samo zjawisko jest gwałtowne i zawiera pewne cechy losowości, zwłaszcza jeśli rozpatruje się je w trzech wymiarach. Przykładem jest zapis ciśnień zarejestrowanych w konfiguracji A, pokazany na rys. 4.15. Lewy wykres przedstawia ciśnienia dla testu T1, a prawy dla testu T13 – zgodnie z tab. 4.2. Analizując prawy wykres jest widoczne, że proces jest dwuwymiarowy, a czujniki rozmieszczone po obu stronach osi modelu rejestrują bardzo podobne wielkości. Analiza lewego wykresu może poddawać w wątpliwość dwuwymiarowość procesu uderzenia fali. Różnica w czasie maksymalnego ciśnienia dla odpowiadających sobie czujników w konfiguracji A, dla



Rysunek 4.15: Zapisy ciśnienia z symetrycznie rozmieszczonych czujników (lewy: T1, prawy: T13; zgodnie z tab. 4.2), pozycje czujników zgodnie z rysunkiem 4.9.

wszystkich testów nie przekroczyła 0,5% okresu fali, była więc bardzo mała. Wartości maksymalnego ciśnienia zarejestrowanego na obu symetrycznych czujnikach, różniły się nawet kilkukrotnie.

Rys. 4.16 przedstawia zależność częstości drgań modelu płyty od parametrów falowania. Z rysunku widać, obniżającą wraz ze spadkiem wielkości d/A, częstość drgań modelu. Wpływa na to masa dołączona drgająca razem z modelem (Dymarski i Dymarski, 2014). Wartości masy dołączonej wyznaczono na podstawie równań podanych w podrozdziale 2.4.1 i wykorzystano do wyznaczenia zmian kąta α przedstawionych w podrozdziale 5.1.3. Małe zmiany częstości występują dla przypadków kiedy $d \cong A$, następuje wtedy bardzo szybkie oderwanie się powierzchni swobodnej od modelu płyty.

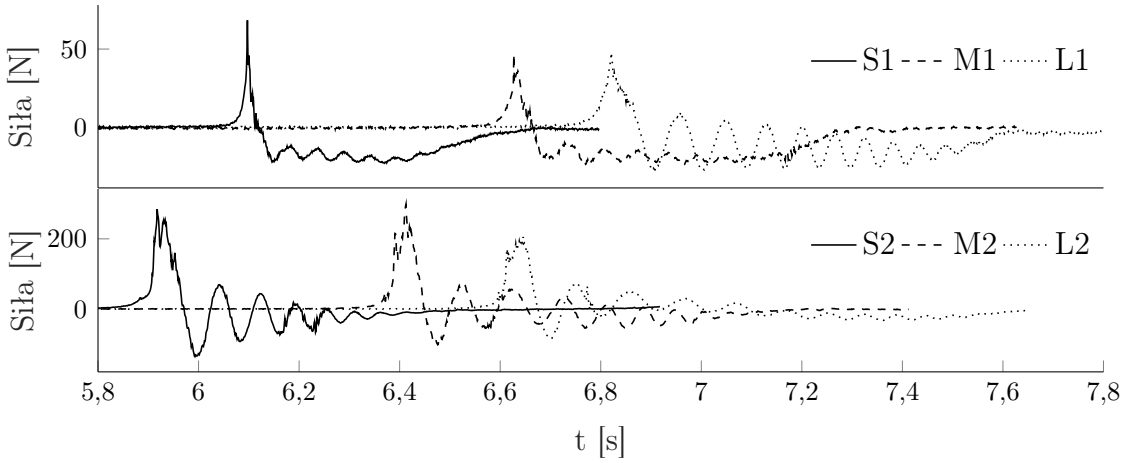


Rysunek 4.16: Częstotliwość drgań modelu w kontakcie z wodą

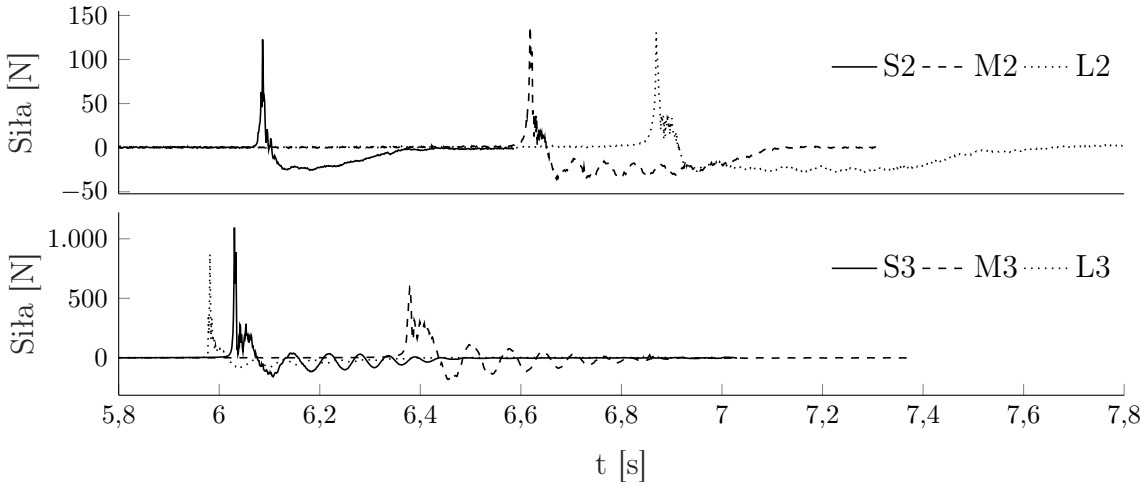
Ponieważ w laboratorium hydraulicznym w czasie prowadzenia pomiarów nie był dostępny czujnik siły, siłę działającą na model płyty wyznaczono całkując ciśnienia w przestrzeni, tzn. po powierzchni zwilżonej S_d. Tak otrzymane wartości zostały przedstawione na rys. od 4.17 do 4.19. Na rys. 4.17 pokazane są wyznaczone siły dla testów od 1 do 8, czyli dla najniższej rozpatrywanej wartości d. Górny wykres rys. 4.17 prezentuje siły dla amplitudy fali $A \cong d$, dla których widoczny jest szybki spadek siły, a uderzenie ma charakter impulsowy. Dalsze oscylacje ujemnych wartości siły związane są z cofaniem się powierzchni zwilżonej i ruchem płyty. Dolny wykres przedstawia sytuację, kiedy amplituda fali jest większa niż wysokość zainstalowania płyty d. Obliczone siły dla tej konfiguracji są większe niż dla poprzedniej, co jest związane z większą masą wody miała kontakt z płytą. Dodatkowo, kontakt ten jest dłuższy i z tego powodu oscylacja powstała po uderzeniu trwa dłużej niż dla fal o mniejszej amplitudzie. Rys. 4.18 przedstawia siły wyznaczone dla testów od 10 do 15, czyli dla $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. Na wykresach tych podobnie jak poprzednio przedstawiono sytuację, gdzie $A \cong d$ (górny wykres) i gdzie amplituda fali jest większa od d (dolny wykres). Podobnie jak poprzednio na wykresie dolnym widać, że siła nie spada zdecydowanie poniżej zera zaraz po wystąpieniu piku. Podobne zjawisko widać również na zapisach ciśnienia dla testu 13, gdzie d jest mniejsze od amplitudy fali (zob. 4.15). Kolejny rys. 4.19 przedstawia wyznaczone siły dla testów od 16 do 18. Przebieg siły w czasie zgodny jest konfiguracjami, gdzie $d \cong A$. Dla tej grupy wyników jako jedynej widać wyraźną zależność otrzymanej siły od długości fali. Rośnie ona wraz ze wzrostem długości fali.

Charakterystyczne dla tych zapisów jest, że dla amplitudy dużo większej od d oscy-

lacja związana z odrywaniem się osiąga większe amplitudy i generuje dodatnie siły. Oscylacja powstała na skutek uderzenia fali o amplitudzie $\cong d$ jest przez ujemna i osiąga mniejsze amplitudy. Zauważyć to można porównując wartości dla fali S2 z rys. 4.18 i rys. 4.17. Związane jest to masą wody, która miała kontakt z płytą.

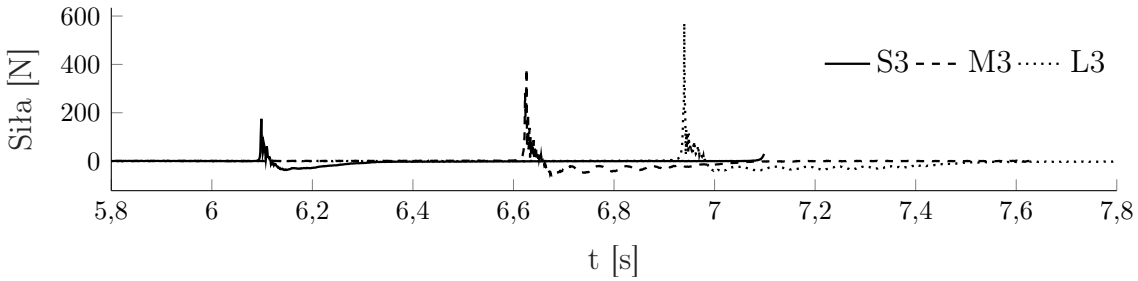


Rysunek 4.17: Pionowa składowa siły działająca na model obliczona dla położenia płyty $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.

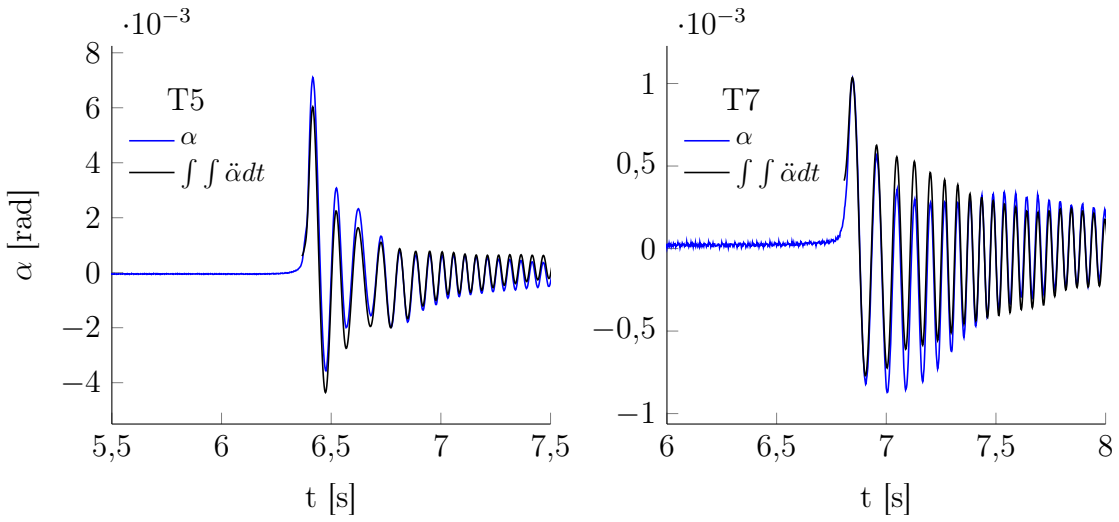


Rysunek 4.18: Pionowa składowa siły działająca na model obliczona dla położenia płyty $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.

Dodatkowo w celu dalszego potwierdzenia prawidłowości pomiarów porównano wartości kąta α otrzymanego na podstawie przemieszczeń liniowych zarejestrowanych przez czujniki przemieszczeń oraz pochodzące z dwukrotnego całkowania przyspieszeń w czasie. Pierwsze wartości otrzymano wyznaczając $\sin^{-1}(ds/L_{pd})$, gdzie ds jest przemieszczeniem liniowym zarejestrowanym na końcu płyty, a L_{pd} jest długością płyty (por. rys. 2.2). Wyniki te zaznaczono kolorem niebieskim. Drugie wartości

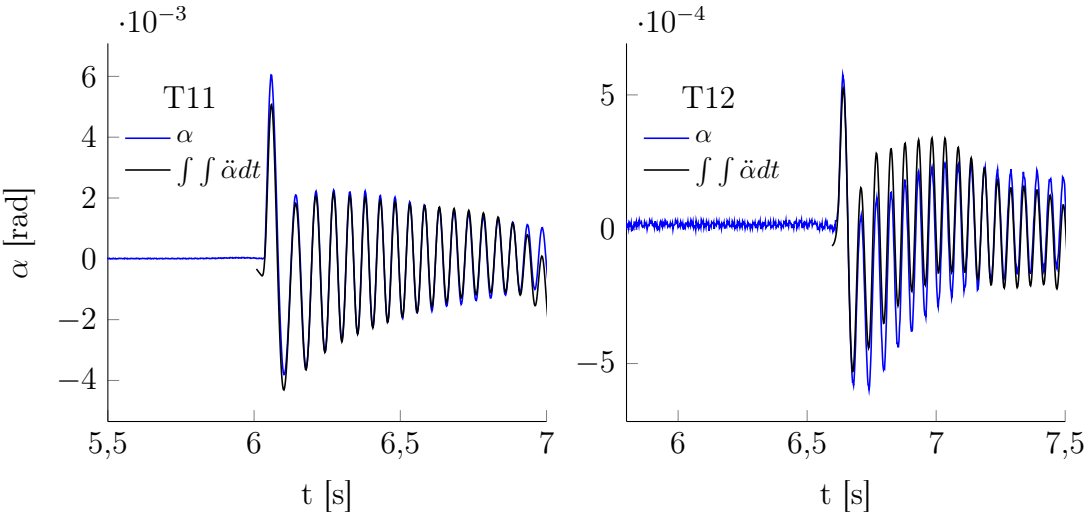


Rysunek 4.19: Pionowa składowa siły działająca na model obliczona dla położenia płyty $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.

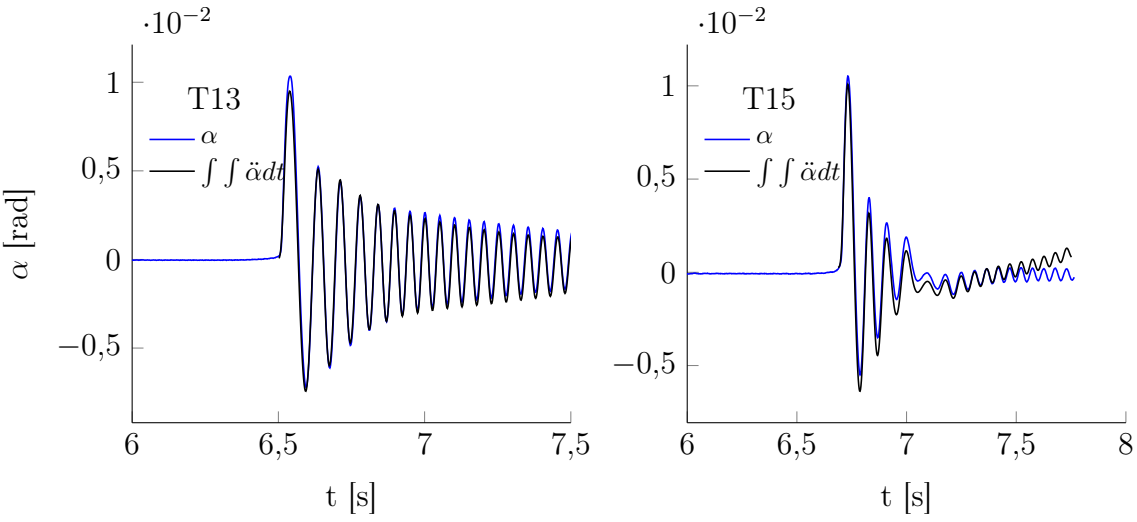


Rysunek 4.20: Porównanie wartości zmian kąta α zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych na podstawie przemieszczeń oraz całkowania przyspieszenia dla testów T5 i T7.

otrzymano przechodząc z przyspieszeń zarejestrowanych przez akcelerometry, na przyspieszenia kątowe, czyli $\ddot{\alpha} = a_{tan}/L_{pd}$, następnie dwukrotnie całkując w czasie. Wyniki te zaznaczono kolorem czarnym. Porównanie obu wartości przedstawione zostało na rys. od 4.20 do rys. 4.22 dla wybranych testów. Wyniki wykazują bardzo dobrą zgodność. Nie zamieszczone porównania dla pozostałych testów wypadły równie dobrze.



Rysunek 4.21: Porównanie wartości zmian kąta α zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych na podstawie przemieszczeń oraz całkowania przyspieszenia dla testów T11 i T12.



Rysunek 4.22: Porównanie wartości zmian kąta α zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych na podstawie przemieszczeń oraz całkowania przyspieszenia dla testów T13 i T15.

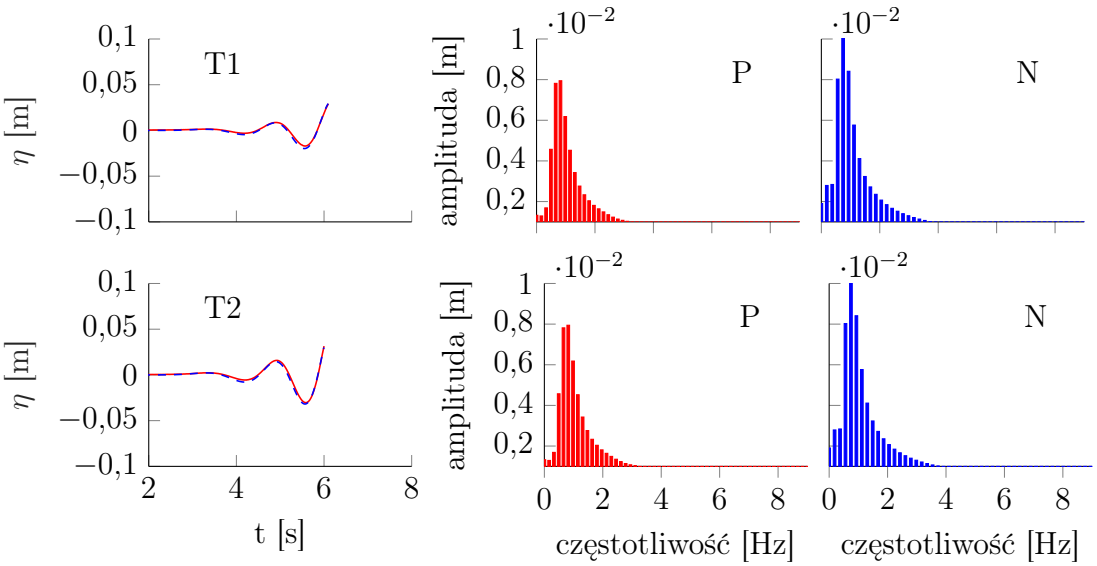
4.4 Podsumowanie

Pomiary laboratoryjne zostały przeprowadzone w celu pozyskania danych do weryfikacji modelu numerycznego i stanowią one istotny element prezentowanej pracy. Pomiary przeprowadzono w kanale falowym IBW PAN. Na końcu wydzielonej sekcji pomiarowej o długości 3,5 m zainstalowano pionową przegrodę. Do przegrody przegubowo, przymocowano model poziomej płyty. Drugi koniec płyty zainstalowany był na systemie sprężyn o określonej sztywności i wstępnie napięty. Mierzone parametry obejmowały wychylenie powierzchni swobodnej i ciśnienia cieczy oraz przyspieszenie i przemieszczenia płyty. Testy przeprowadzone dla czujników ciśnienia rozmieszczonych symetrycznie do osi kanału wykazały, że w przyjętych warunkach, proces uderzenia fali jest dwuwymiarowy. Analiza danych pomiarowych wykazała wzrost rejestrowanych na płycie ciśnień wraz z obniżaniem się wysokości jej mocowania ponad powierzchnią cieczy. Zwiększenie ciśnienia następowało również w przypadku zwiększenia amplitudy fali wymuszającej.

Rozdział 5

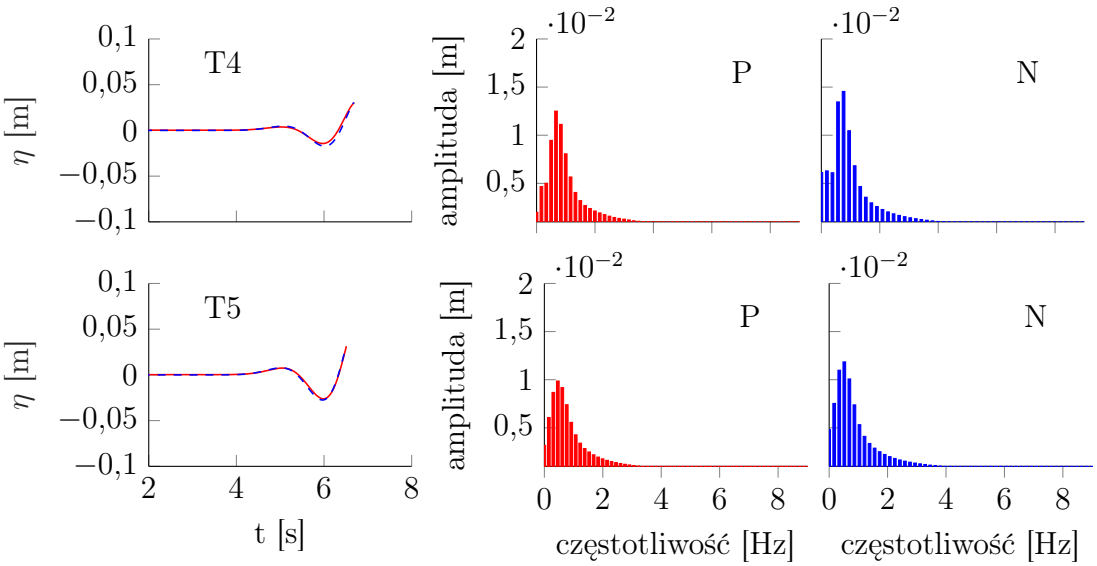
Wyniki

5.1 Weryfikacja modelu numerycznego

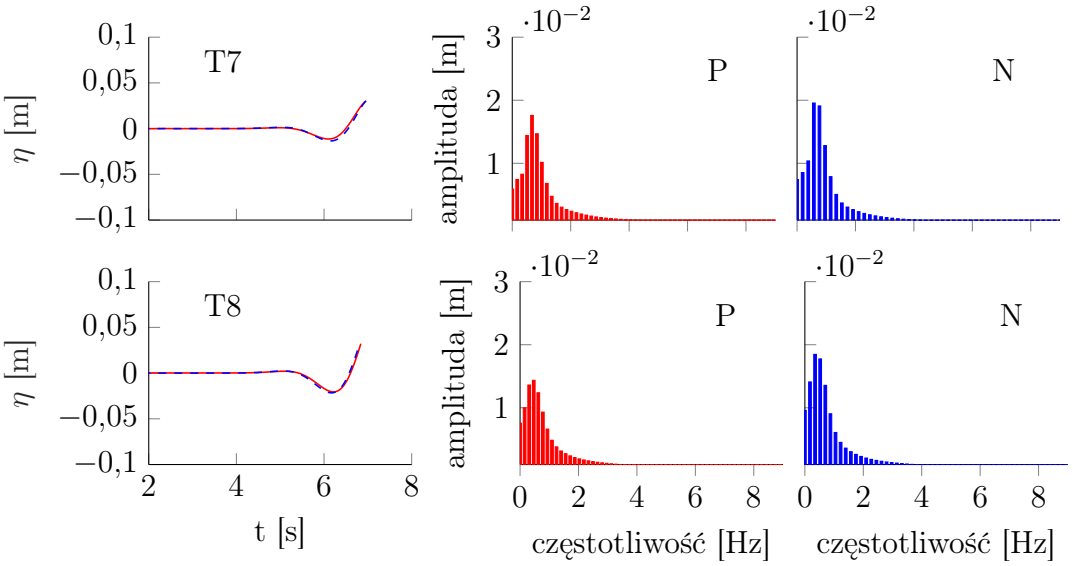


Rysunek 5.1: Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali S oraz $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.

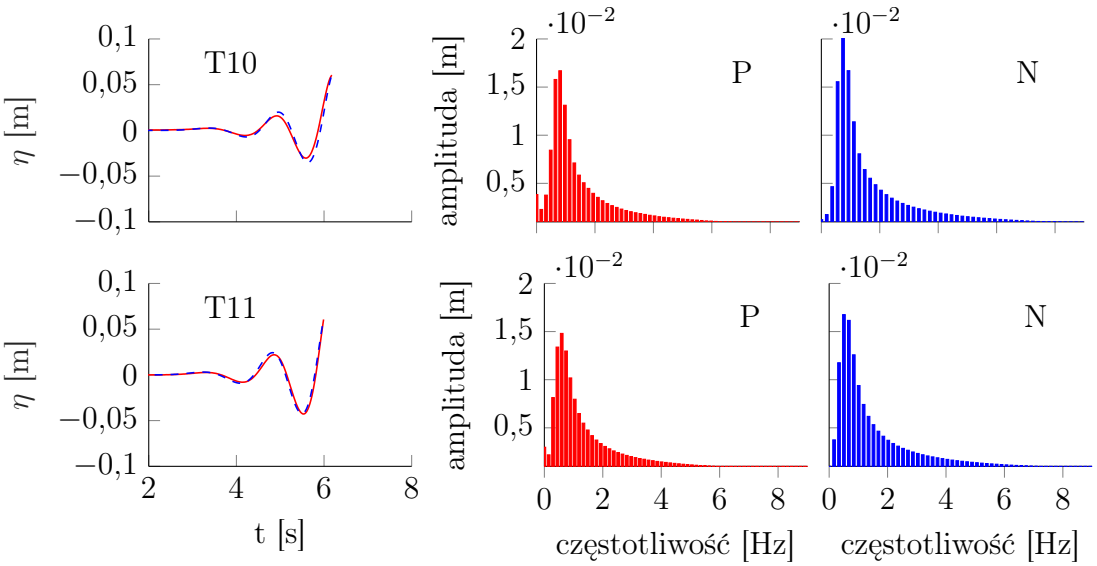
W celu weryfikacji modelu teoretycznego porównano wyniki otrzymane w badaniach laboratoryjnych dla wybranego zbioru parametrów definiujących ruch cieczy z wynikami numerycznymi dla analogicznego zbioru tych parametrów. Oznaczenia generowanych fal są zgodne z tab. 4.1. Zbiory przemieszczeń płyty generatora zadane w modelu numerycznym zostały wcześniej zarejestrowane w badaniach laboratoryjnych jako rzeczywisty ruch płyty generatora. Porównania powierzchni swobodnej pokazane zostały na rysunkach od 5.1 do 5.7. Lewe wykresy na tych rysunkach przedstawiają zapis powierzchni swobodnej, gdzie na niebiesko zaznaczono wyniki obliczone w modelu numerycznym, a na czerwono zapisy zarejestrowane w badaniach laboratoryjnych. Wielkości zmierzone w czasie eksperymentów pochodzą z sondy falowej WG6 (zob. 4.6). Wielkości numeryczne zostały obliczone dla elementu brzegowego, którego położenie odpowiadało położeniu tej sondy. Środkowy wykres przedstawia spektrum częstotliwościowe sygnału zarejestrowanego w laboratorium, a prawy wykres pokazuje spektrum częstotliwościowe dla wyników numerycznych. Widoczna jest bardzo dobra zgodność, która pogarszała się wraz ze wzrostem amplitudy fali. Oszacowania błędów wysokości fali numerycznej, czyli $|\eta_P - \eta_N| / \eta_P \cdot 100\%$, nie przekraczały 3% i były największe dla dla fali L3, czyli testu T15. Niewątpliwą zaletą opracowanego modelu jest to, iż odzwierciedla wiernie całą strukturę częstotliwościową sygnału, który został zadany na numerycznym generatorze. Symulacje numeryczne do momentu zetknięcia się powierzchni swo-



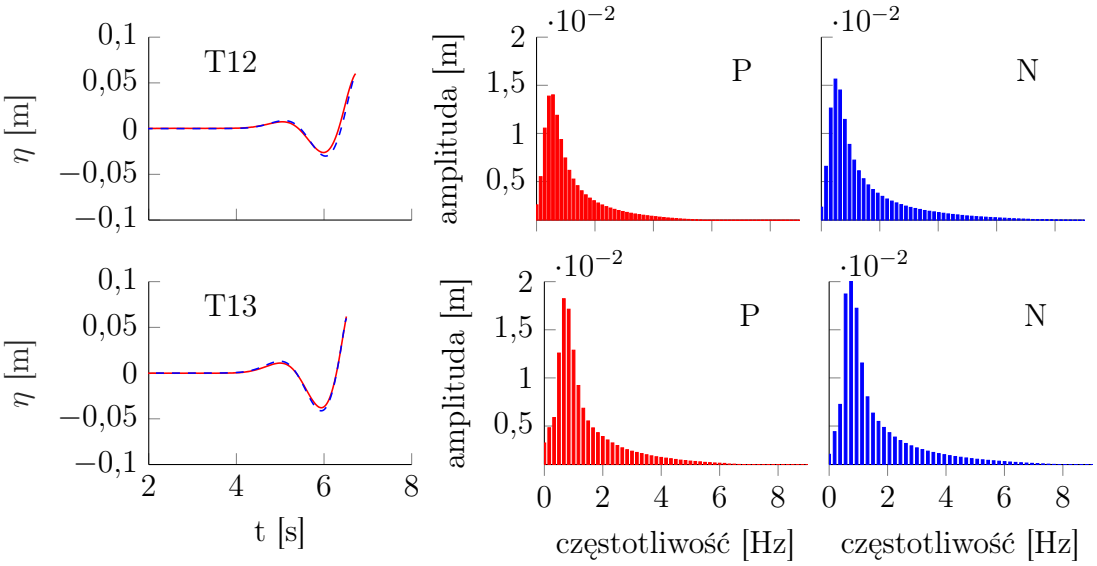
Rysunek 5.2: Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali M oraz $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.



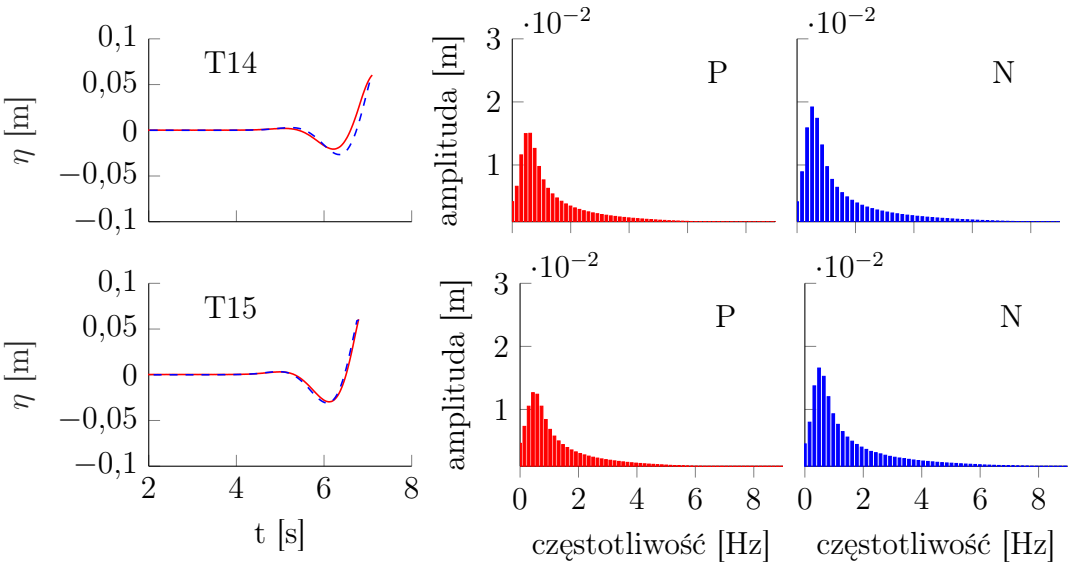
Rysunek 5.3: Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali L oraz $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.



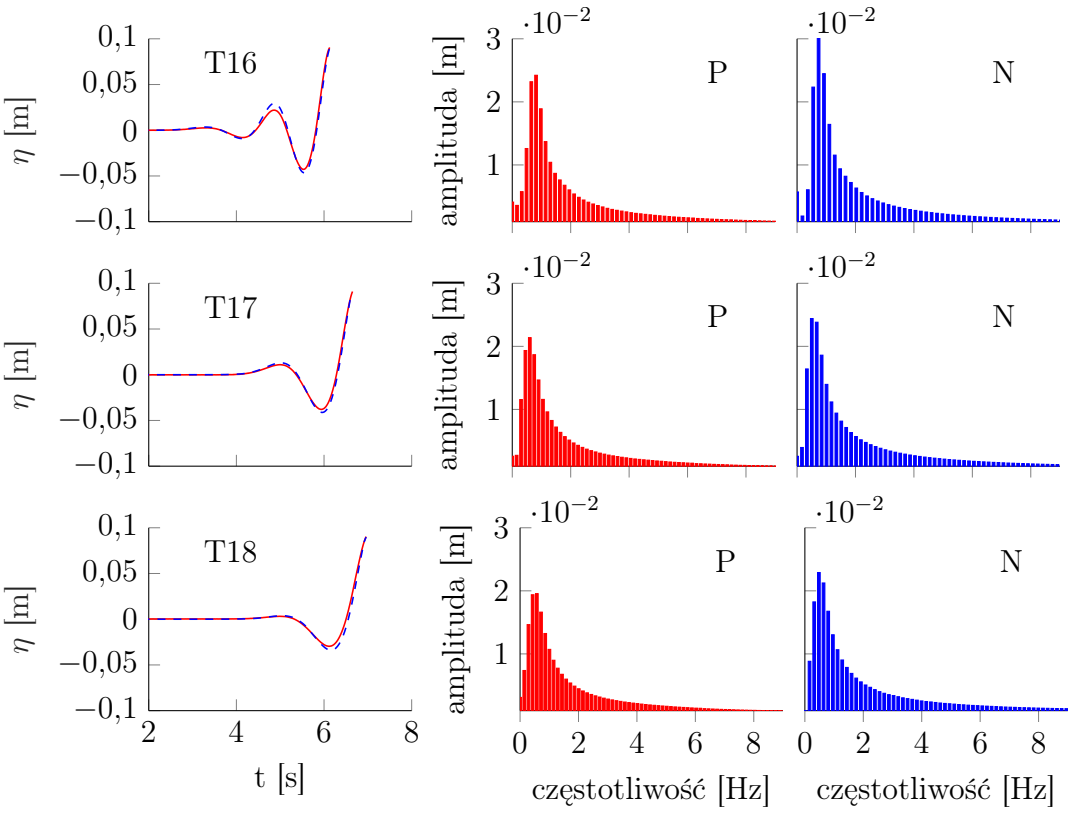
Rysunek 5.4: Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali S oraz $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



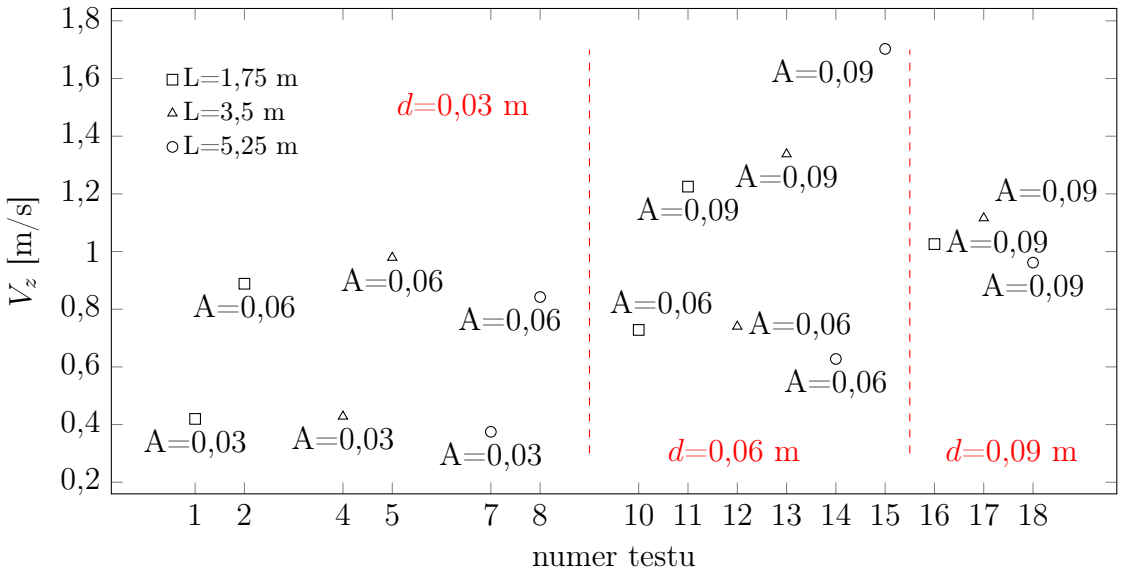
Rysunek 5.5: Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali M oraz $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.6: Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali L oraz $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.7: Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali S, M i L oraz $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.8: Prędkości pionowe fali wyznaczone numerycznie tuż przed uderzeniem.

bodnej z poziomą płytą prowadzono z parametrami wskazanymi w rozdziale 3.2.3. Poprawne wartości wychylenia powierzchni swobodnej η i potencjałów Φ na powierzchni swobodnej są kluczowe do prawidłowego opisu ciśnień i sił wywołanych uderzeniem fali. Uzyskano zadowalającą zgodność powierzchni swobodnej modelowanej i pomierzonej. Niewielkie przeszacowania wychylenia powierzchni w modelu teoretycznym wynikają z braku tłumienia. Nie wprowadzono go do modelu numerycznego, ponieważ niepotrzebnie skomplikowałoby to rozwiązanie matematyczne i dodatkowo mogło wprowadzić niefizyczne procesy, gdyż z reguły tłumienie implementuje się jako plażę numeryczną, na końcu obszaru. Takie wygaszanie energii fal nie pozwoliłoby uzyskać odpowiedniej amplitudy fali, tuż pod poziomą płytą. Krok czasowy w modelu numerycznym zmieniał się zgodnie z ideą zaprezentowaną na rys. 3.6. Długość elementów brzegowych ustalana była przed pierwszym krokiem czasowym uwzględniającym kontakt cieczy z poziomą płytą. W tym kroku przyjmowano Δt równe wartości częstotliwości próbkowania czujników ciśnienia w pomiarach laboratoryjnych ($10\,\mathrm{kHz} \longrightarrow \Delta t = 10^{-4}\,\mathrm{s}$). Wielkość kroku czasowego, za pośrednictwem warunku stabilności Couranta, determinowała długości odcinków brzegowych. Długość ta była stała dla czasu, w którym ciecz miała kontakt z płytą. Wyniki numeryczne pozwoliły wyznaczyć prędkości pionowe cząstek płynu tuż przed uderzeniem. Wielkości maksymalne prędkości pionowych przedstawione zostały na rys. 5.8. Prędkość pionowa w momencie uderzenia zależy od amplitudy fali oraz od wysokości zawieszenia modelu płyty. Większa amplituda wywołuje większe prędkości pionowe. Jeżeli zmniejszaniu parametru d nie towarzyszy zmiana amplitudy, to

Tablica 5.1: Oznaczenia czujników na rys. od 5.9 do 5.17.

T	1	2	4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	17	18
P	6	6	4	5	6	5	3	3	5	4	5	6	2	6	6

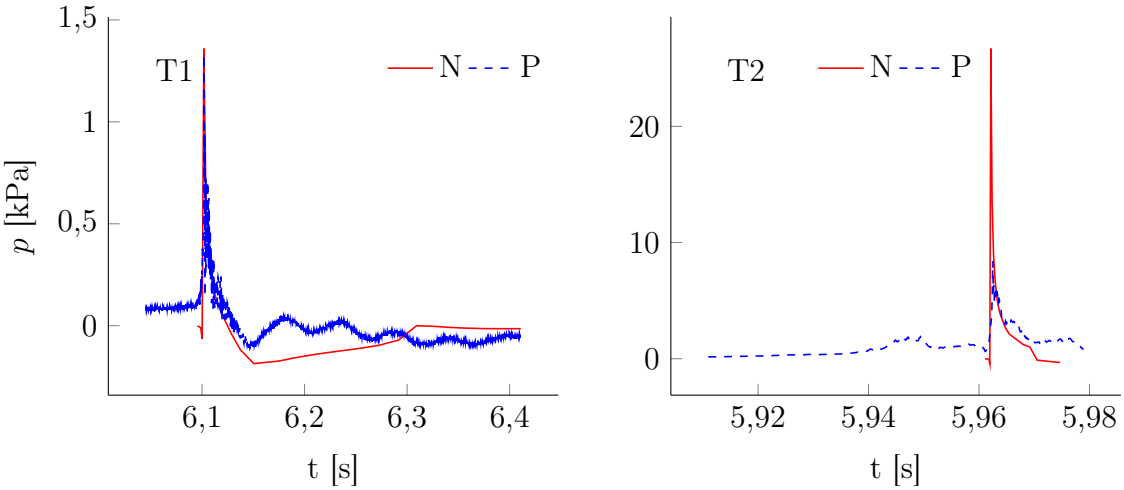
skutkuje to zwiększaniem prędkości. Wynik ten jest zgodny z teorią fal stojących, według której prędkość pionowa fali stojącej w strzałce jest najwyższa wtedy, kiedy powierzchnia fali przechodzi przez zero i maleje wraz ze wzrostem amplitudy w tym punkcie.

Testy laboratoryjne 2, 5, 8, 11 i 13 charakteryzowały się całkowitym zwilżeniem spodu płyty. W miejscu, w którym kończyła się płyta, następowało burzliwe wypiętrzenie się powierzchni swobodnej. W warunkach laboratoryjnych rozmieszczenie czujników ciśnieni i ich ograniczona liczba uniemożliwiały rejestracje pełnego rozlewania się powierzchni zwilżonej, a tym samym jej śledzenie. Do określenia, czy zwilżenie objęło całą płytę, użyto nagrań wideo. W symulacji numerycznej duże prędkości pionowe cząstek znajdujących się tuż obok płyty prowadziły do niestabilności i braku wiarygodności wyników otrzymanych po tym kroku czasowym. Zjawisko to ma negatywny wpływ na wyznaczane ciśnienia w ostatniej fazie uderzenia fali.

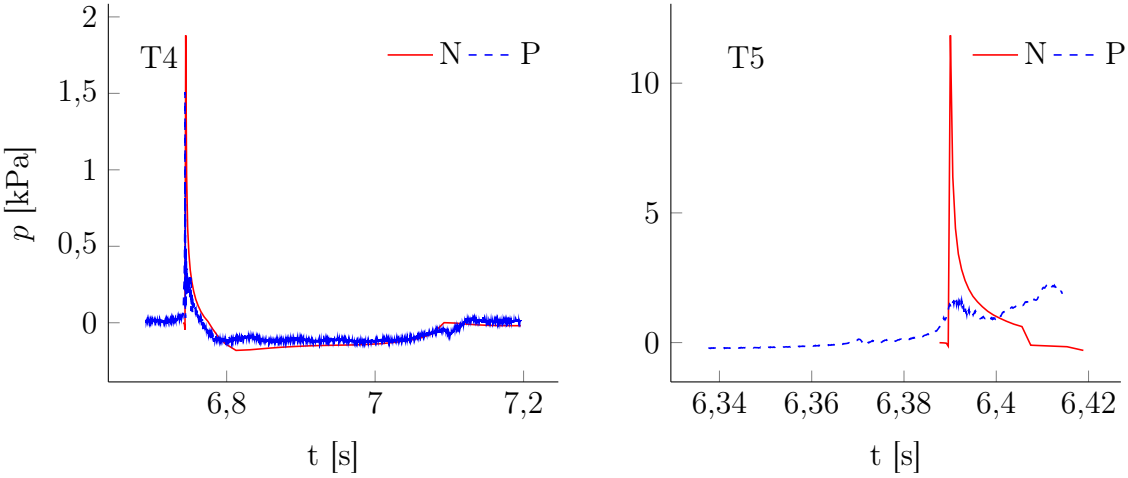
5.1.1 Ciśnienia

Ciśnienia zostały wyznaczone na podstawie równania Bernoulliego (2.14). Wykresy od 5.9 do 5.17 przedstawiają porównanie wyników numerycznych i pomierzonych w badaniach dla wybranych czujników ciśnienia. Wyniki z pomiarów pochodzą z konfiguracji B czujników ciśnienia, ponieważ takie ich rozstawienie zapewniało dokładniejsze wyznaczenie działającej siły. Dla ułatwienia opisu słownego przyjęto, że początek płyty znajduje się w miejscu jej połączenia z pionową przegrodą. Kierunek taki jest zgodny z kierunkiem propagacji powierzchni zwilżonej. Zgodnie z tym założeniem czujnik P1 znajdował się na początku płyty, a odległość kolejnych czujników od osi obrotu rosła wraz ze wzrostem ich numerów.

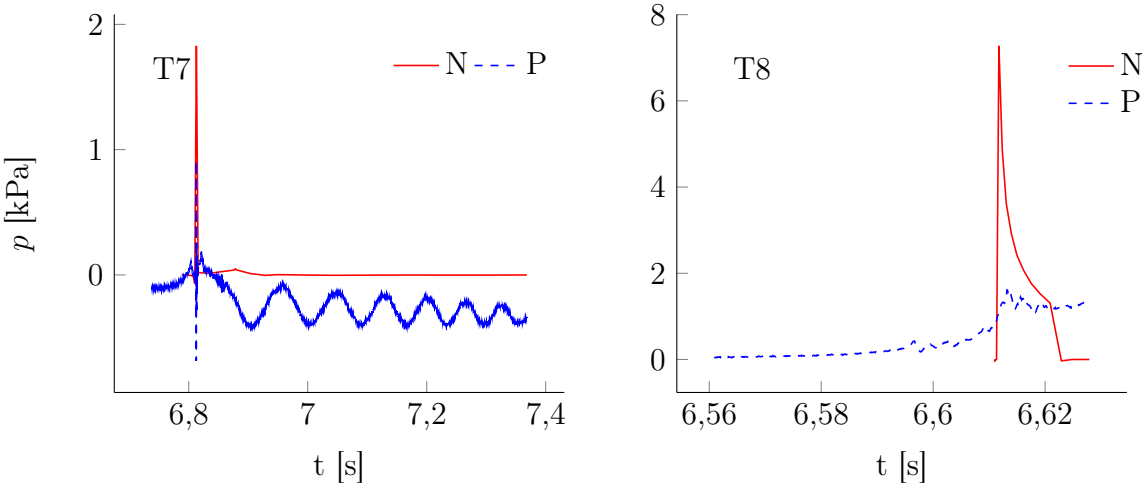
Zapisy z pomiarów przedstawione na rys. od 5.9 do 5.17 wybrane zostały na podstawie tego, czy dany czujnik zarejestrował pik ciśnienia i zostały one oznaczone kolorem niebieskim. Wyniki numeryczne przedstawione są dla analogicznie położonych elementów brzegowych i oznaczono je kolorem czerwonym. Oznaczenia czujników, z których zapisy są prezentowane na powyższych rysunkach, przedsta-



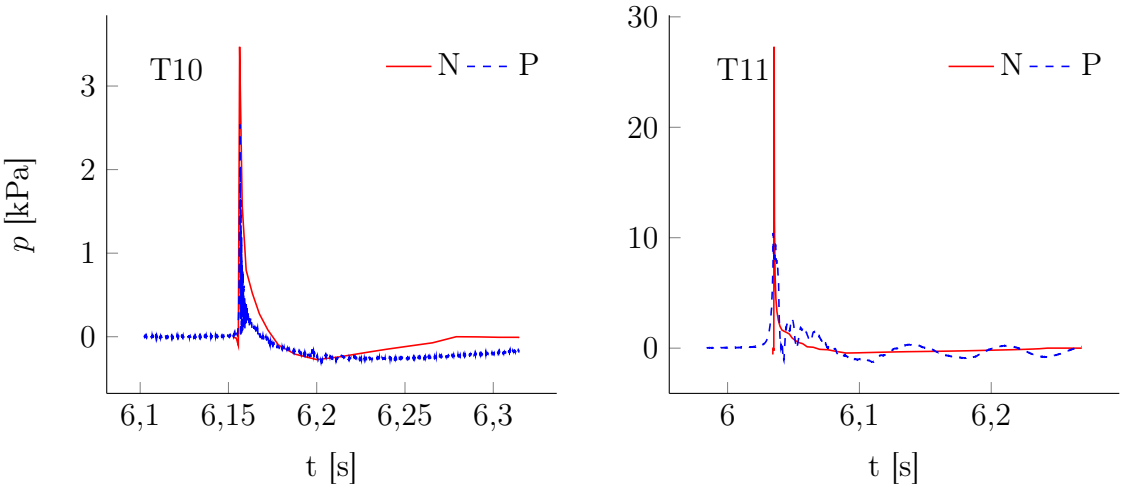
Rysunek 5.9: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.



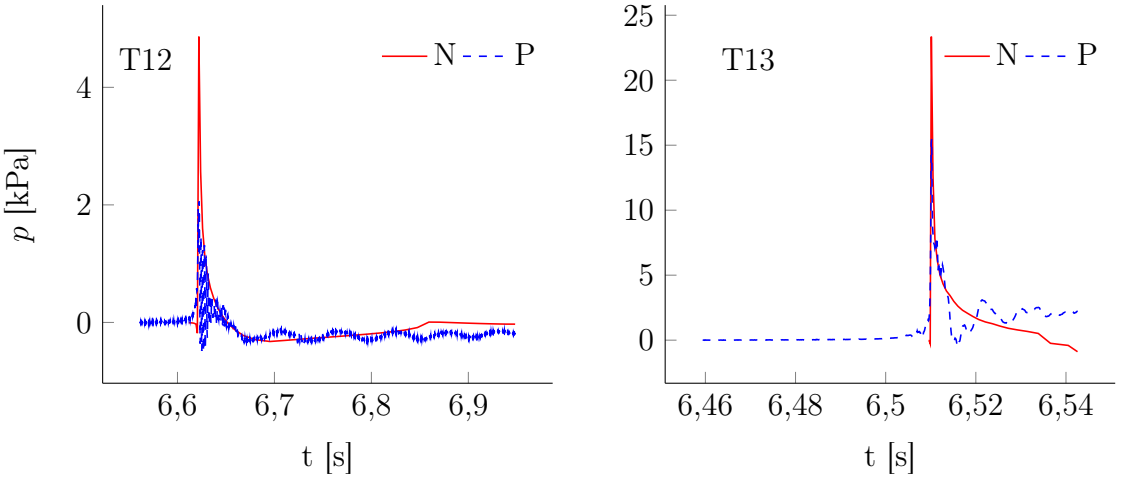
Rysunek 5.10: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.



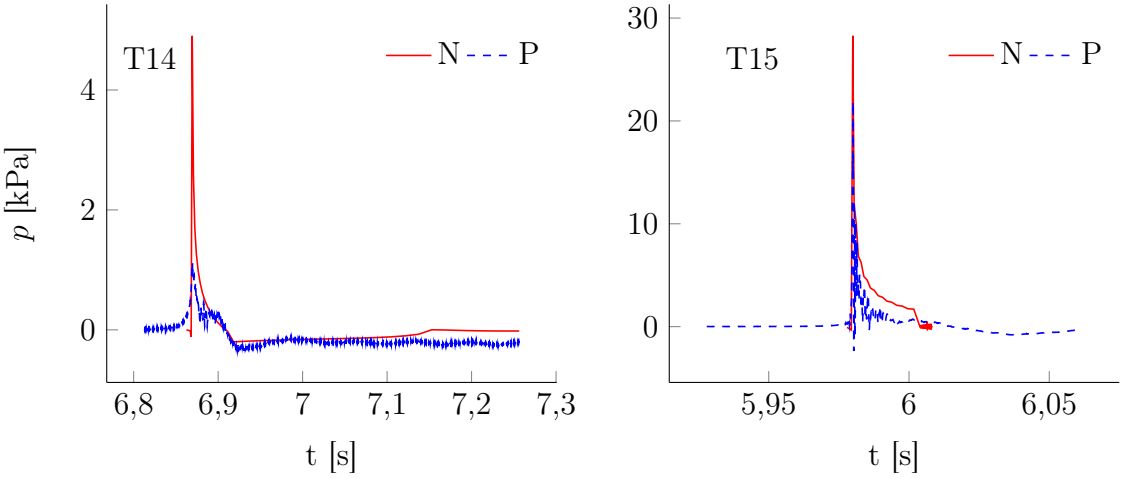
Rysunek 5.11: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.



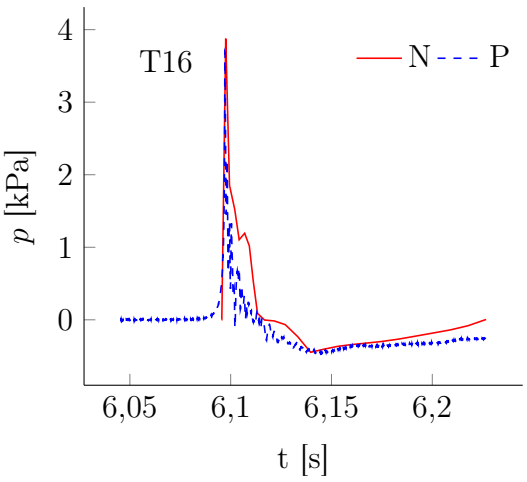
Rysunek 5.12: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



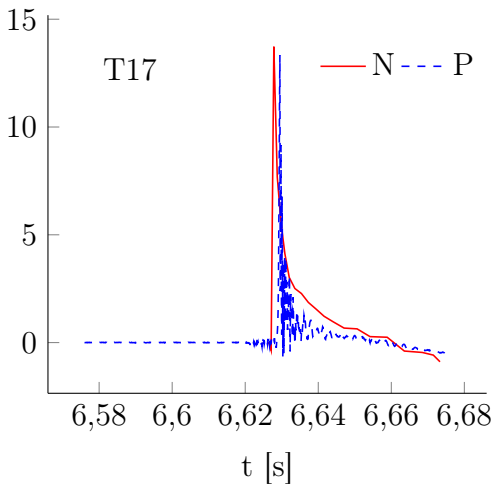
Rysunek 5.13: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



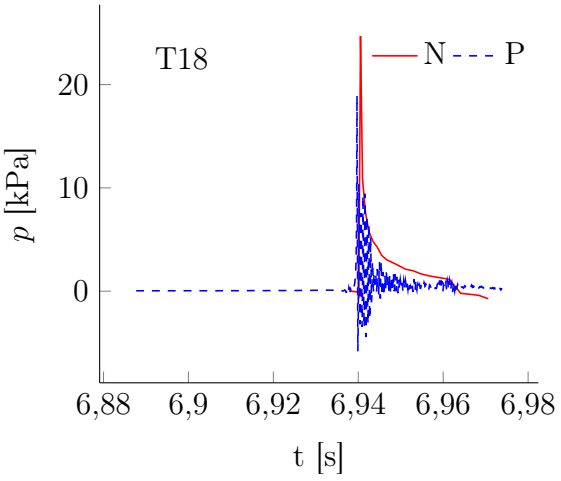
Rysunek 5.14: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.15: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.

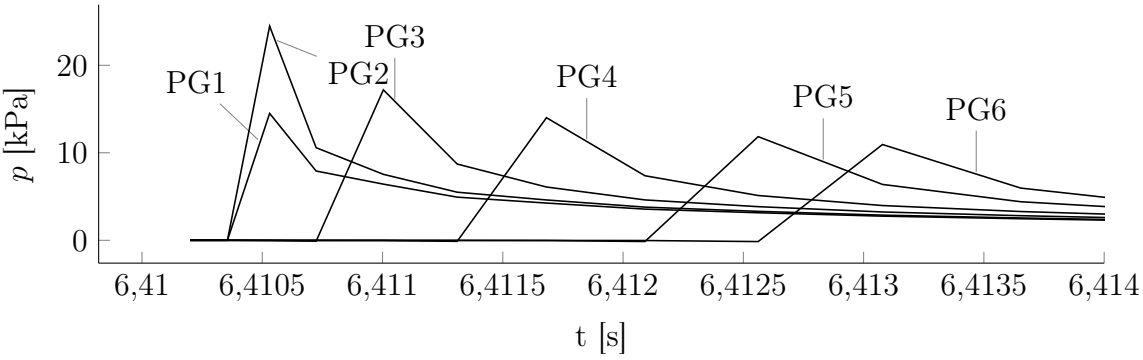


Rysunek 5.16: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.17: Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.

wiono w tab. 5.1, gdzie T oznacza numer testu, a P numer czujnika zgodnie z rys. 4.9. Dla testów, w których wielkość d była zbliżona do amplitudy fali, zgodność wyników jest bardzo dobra. Dla tych przypadków odnotowano niewielkie tylko przeszacowania wartości maksymalnej. Zwiększenie częstości próbkowania w czasie pomiarów spowodowałoby zarejestrowanie większych ciśnień powstających w pierwszej fazie uderzenia. Wyniki numeryczne zwłaszcza dla testów 1 i 4 w pełni oddają charakter przebiegu zarejestrowanego w badaniach ciśnienia. Wyróżnić na nich można bardzo szybki impuls ciśnienia, a następnie wolniejszy jego spadek i powolny wzrost ciśnienia związany z cofaniem się powierzchni zwilżonej. Wyniki numeryczne nie opisują w sposób zadowalający oscylacyjny charakter ujemnego ciśnienia w fazie odrywania się powierzchni zwilżonej od płyty. Jest to skutek tego, że płyta w modelu numerycznym była nieruchoma. Podobnie prezentuje się porównanie dla pozostałych testów, w których $d \cong A$. Wraz ze wzrostem spadkiem stosunku d/A pojawia się jednak niezgodność w modelowaniu czasu odrywania się powierzchni swobodnej od płyty. W modelu numerycznym powierzchnia zwilżona odrywała się szybciej i ciśnienie szybciej wracało do wartości ciśnienia atmosferycznego. W przypadku testów 2, 5, 8, 11 i 13 ciśnienia otrzymane z modelu numerycznego są wyższe niż zarejestrowane w pomiarach laboratoryjnych. Związane jest to z tym, że układ pomiarowy nie wyłapał pików ciśnienia. Obrana z konieczności częstotliwość rejestrowania ciśnienia wynosząca 10 kHz okazała się niewystarczająca. Mimo to zarówno wartości obliczone, jak i pomierzone, wykazują wzrost generowanego ciśnienia wraz ze wzrostem amplitudy fali. Dla testów 5 i 8 na żadnym czujniku nie udało się zarejestrować piku ciśnienia. Dodatkowo efekt całkowitego pokrycia płyty przez powierzchnię zwilżoną powodował gwałtowne wypiętrzanie się powierzchni swobodnej zaraz za płytą. Generowało to problemy w modelu numerycznym. Wysokie prędkości pionowe elementów brzegowych, nad którymi nie było już płyty powodowały wydłużanie się tych elementów brzegowych i w rezultacie koniec obliczeń. Próbowano temu zaradzić zwiększając długości wszystkich elementów brzegowych na powierzchni swobodnej. Jednak otrzymane w ten sposób wyniki nie wydają się wiarygodne z powodu szybkiego cofania się powierzchni zwilżonej. Zmiana długości elementów nie wpływała na wyniki z pierwszych dwóch etapów procesu uderzenia. Zastrzeżeń nie budzą maksymalne wyznaczone ciśnienia. Ich wartości rosną wraz ze spadkiem wartości parametru d. W otrzymanych wynikach, zarówno laboratoryjnych jak i numerycznych, brak jest widocznej zależności generowanego ciśnienia od długości fali. Wyjątkiem jest konfiguracja obejmująca najwyższą rozpatrywaną wartość d. Wyniki z testów 16, 17 i 18 pokazują wzrost



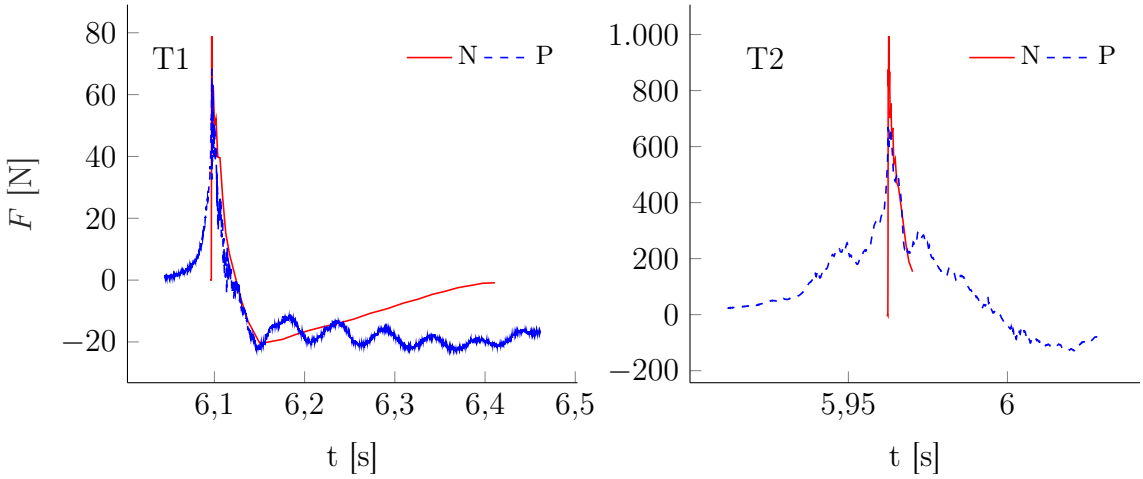
Rysunek 5.18: Numeryczne wartości ciśnień otrzymane dla testu 5.

maksymalnego ciśnienia powiązany ze wzrostem długości fali, potwierdzenie tego można znaleźć na rys. 4.19 w rozdziale 4.

W pracy eksperymentalnej Kisacik i in. (2011) dotyczącej uderzenia fali załamującej się, stwierdzono, że największe ciśnienia występują najbliżej narożnika łączącego pionową przegrodę z poziomym elementem. Podobne wnioski płyną z pomiarów przedstawionych w rozdziale 4. Z analizy wyników numerycznych wynika jednak, że maksymalne ciśnienie może być przesunięte w kierunku końca płyty. Sytuacja taka może zmienić moment zginający układu. Informacja taka jest niezwykle cenna na etapie projektowania konstrukcji. Na podstawie wyników numerycznych stwierdzono, że sytuacja taka może wystąpić wtedy, kiedy amplituda fali padającej jest znacznie większa od wysokości zawieszenia pokładu. Przykład takich wyników pokazano na podstawie wartości ciśnień otrzymanych numerycznie z testu 5 (rys. 5.18). Na rysunku tym widać, że ciśnienie wyznaczone najbliżej początku płyty nie jest najwyższe. Rośnie ono do odległości odpowiadającej odległości czujnika PG2 i dopiero od tego punktu maleje wraz ze wzrostem odległości od początku płyty. Dodatkowo można zauważyć malejącą prędkość propagacji powierzchni zwilżonej.

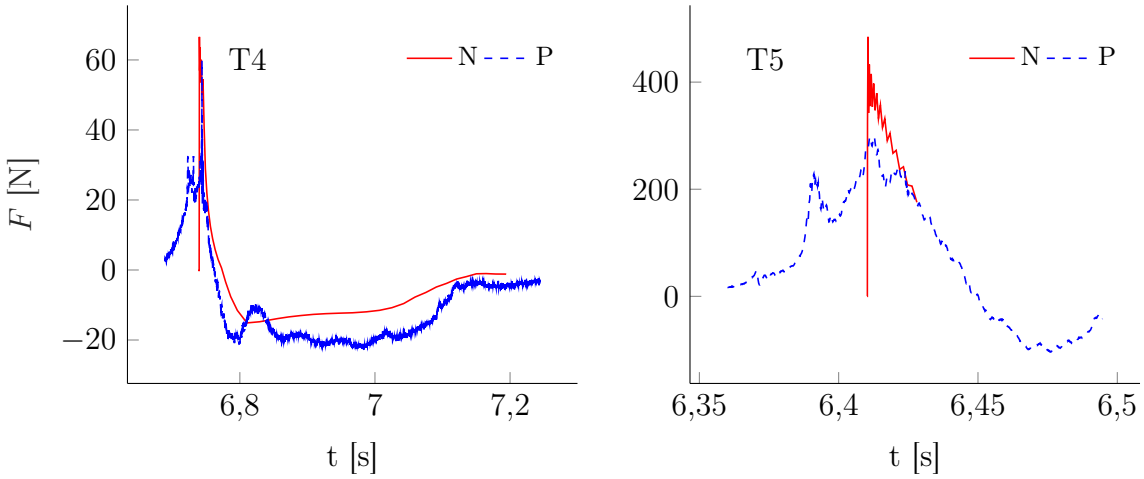
5.1.2 Siły

Wielkości sił otrzymano przez całkowanie ciśnienia po powierzchni zwilżonej. W przypadku pomiarów laboratoryjnych wykorzystano wyniki otrzymane dla konfiguracji B czujników ciśnienia. Ciśnienia w modelu numerycznym całkowane były dla wszystkich elementów brzegowych znajdujących się w położeniach odpowiadających położeniu czujników w konfiguracji B. Otrzymane wyniki przedstawiono na rys. od 5.19 do 5.27. Podobnie jak w przypadku ciśnień, zdecydowanie lepsza zgodność występuje dla przypadków, w których $d \cong A$. Wielkości maksymalne wyznaczonych sił w każdym przypadku są bardzo zbliżone. Wyjątek w tej grupie (tj.

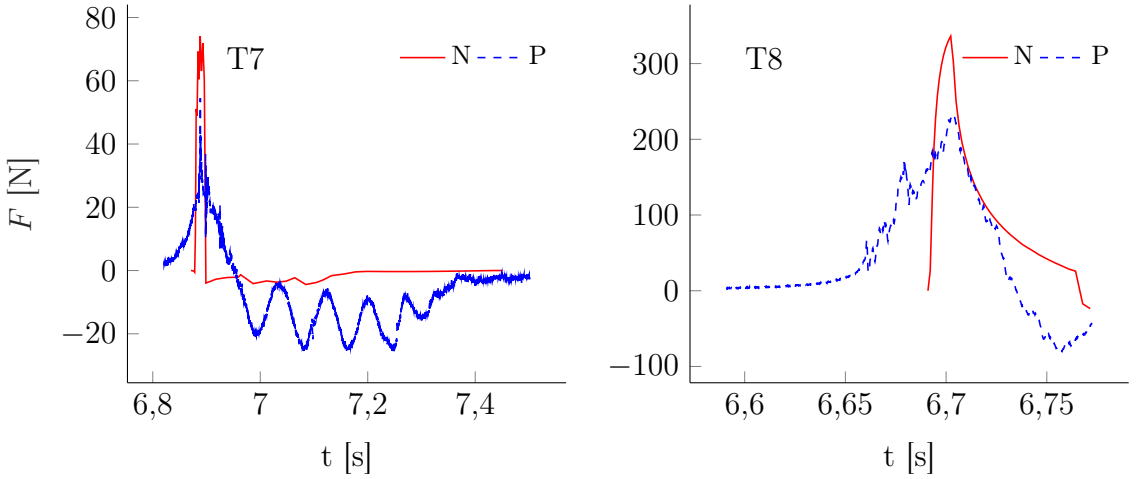


Rysunek 5.19: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.

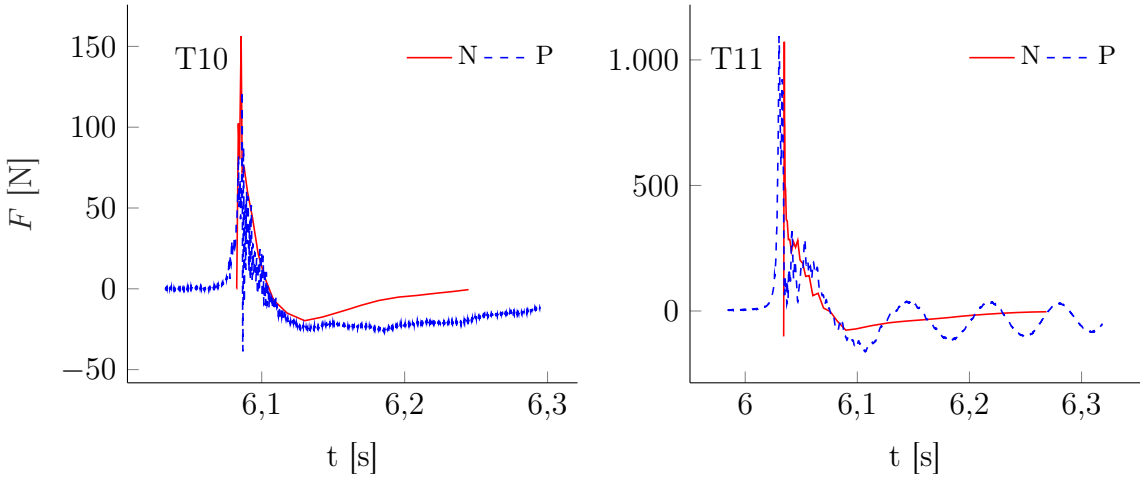
$d \cong A$) stanowi test 7, dla którego wielkości ciśnień i siły wykazują cechy charakterystyczne dla uderzenia w konfiguracji, kiedy amplituda fali jest dużo większa od d. Wynika to z faktu, że dla tak długiej fali powierzchnia zwilżenia również doszła do końca płyty. Nie nastąpiło tu jednak tak burzliwe wypiętrzenie powierzchni cieczy za płytą. Jednak samo objęcie zwilżeniem całej płyty oraz niewielkie wypiętrzenie powierzchni swobodnej za płytą wpłynęły na wyniki otrzymane w modelu. Wyniki numeryczne dla sił, podobnie jak wyniki dla ciśnień, nie opisują ich oscylacji w czasie cofania się powierzchni zwilżonej. Dla przypadków, w których $d \ll A$, wielkości maksymalnych sił są bliższe sobie niż wielkości maksymalnych ciśnień. Dalszy przebieg siły w czasie jest konsekwencją niedokładnie wyznaczonych ciśnień dla tych przypadków. Dla testów 2 i 4 zawężono wykresy sił do momentu osiągnięcia pełnego zwilżenia spodu płyty. Dalsze wyniki dla tych przypadków były mocno wątpliwe. Dla największego parametru d (testy 16, 17, 18) zgadzają się zarówno maksymalna wielkość siły, jak i jej dalszy przebieg w czasie.



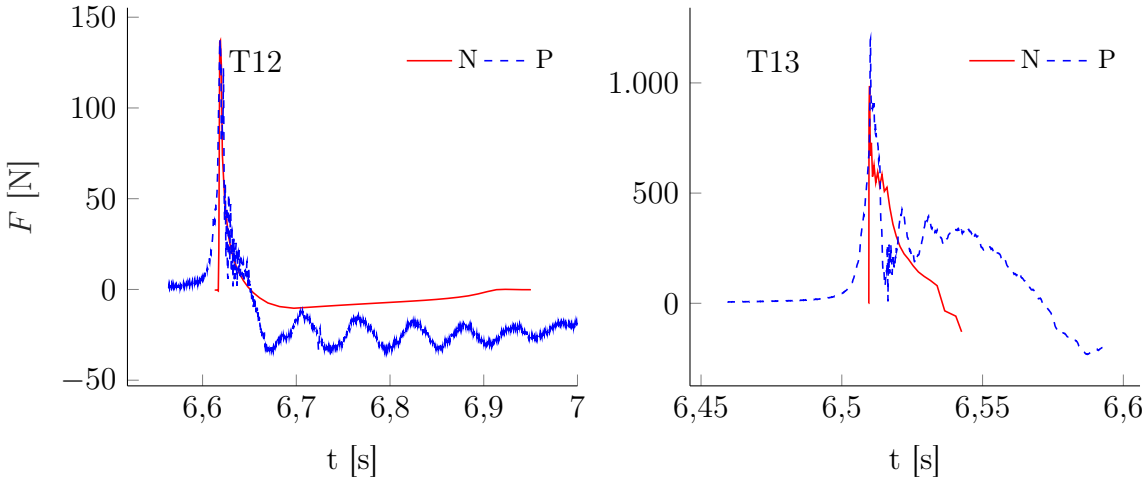
Rysunek 5.20: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.



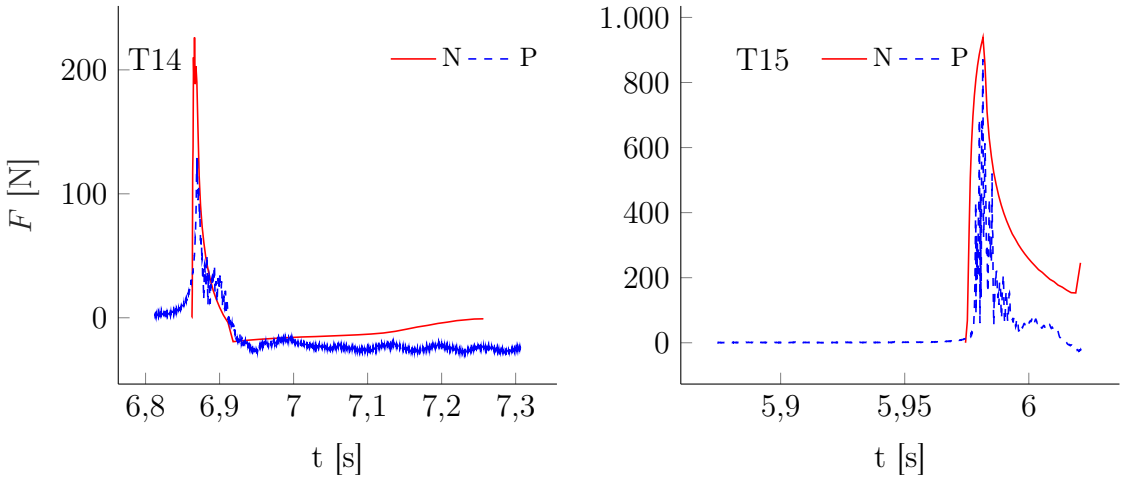
Rysunek 5.21: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.



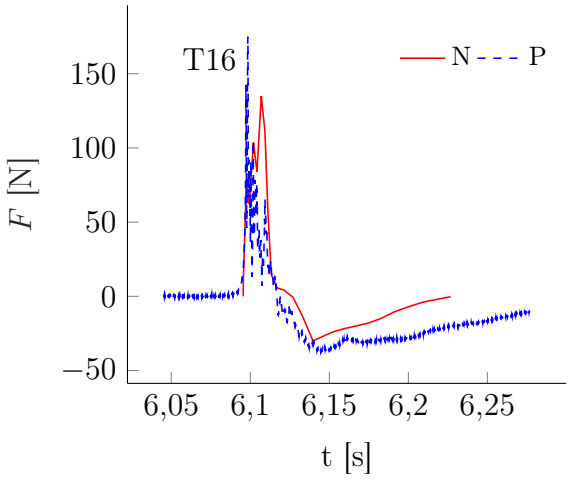
Rysunek 5.22: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



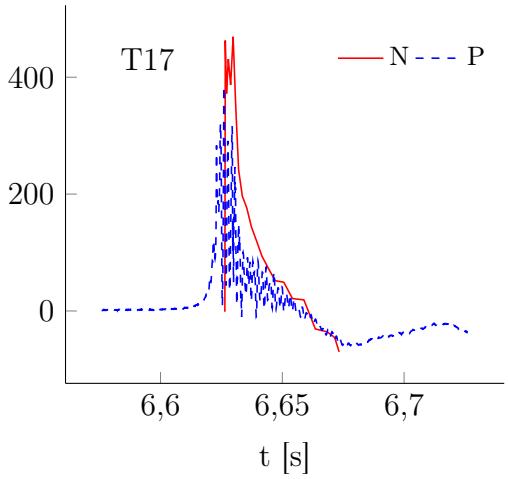
Rysunek 5.23: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



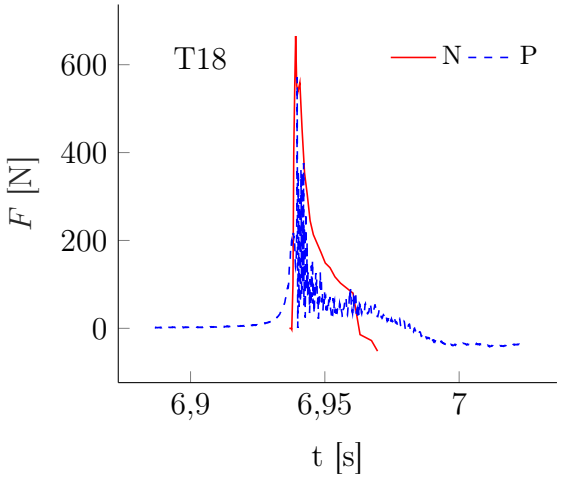
Rysunek 5.24: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.25: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.

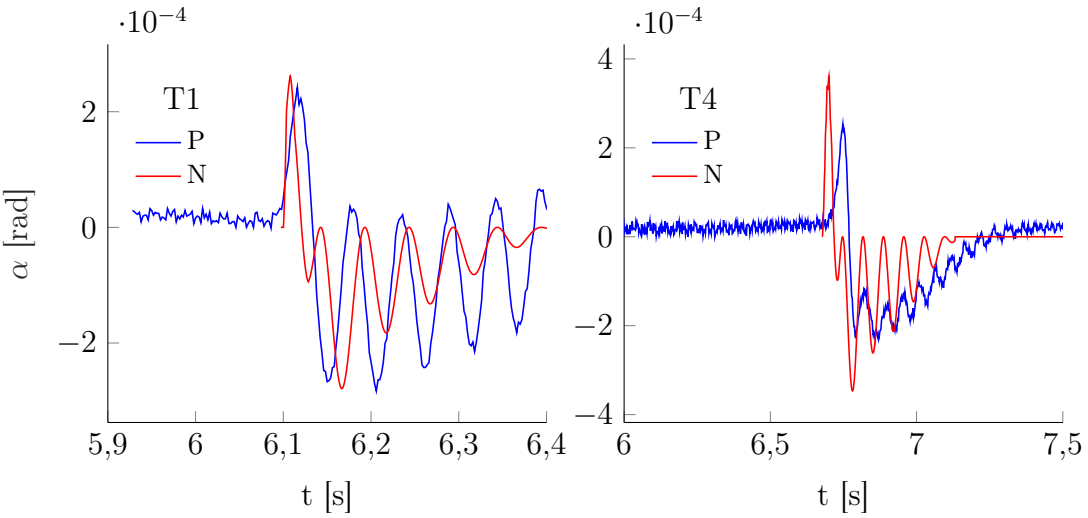


Rysunek 5.26: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.27: Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.

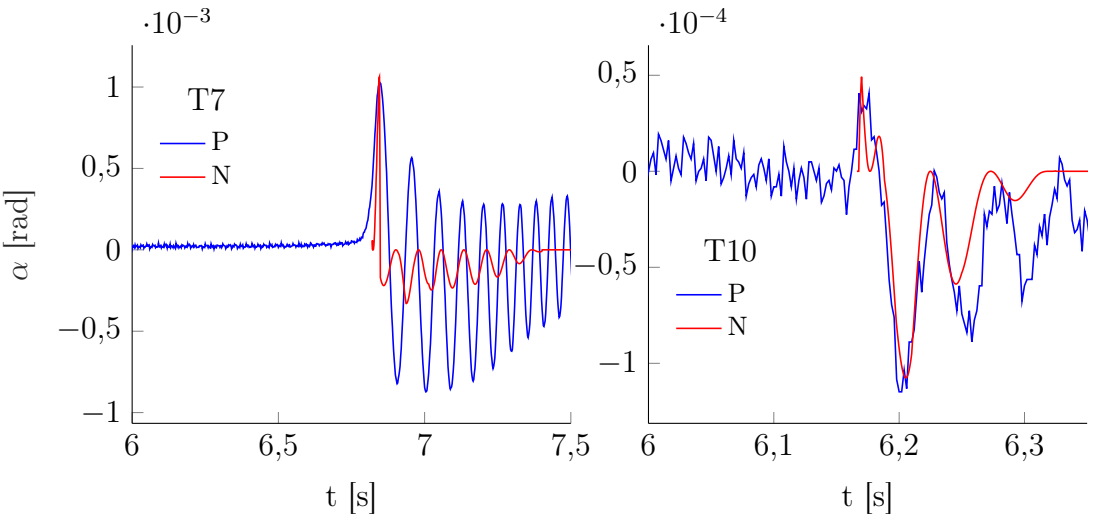
5.1.3 Przyspieszenia i przemieszczenia



Rysunek 5.28: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali S1 i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.

Rysunek 5.29: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali M1 i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$.

Wyniki numeryczne zmian kąta α wyznaczone na podstawie równania 2.36 porównane zostały z kątem wyznaczonym na podstawie liniowych przemieszczeń końca płyty. Na rysunkach od 5.28 do 5.36, kolorem niebieskim przedstawiono przemieszczenia obrotowe wyznaczone na podstawie pomiarów laboratoryjnych, a kolorem czerwonym wielkości obliczone numerycznie na podstawie równań podanych w rozdziale 2.4. W równaniach tych uwzględniono wpływ masy dołączonej, wyznaczonej na podstawie wyników przedstawionych na rys. 4.16, na moment bezwładności układu. Masa dołączona uwzględniona została jako masa punktowa w połowie powierzchni zwilżonej. Siłę wymuszającą wyznaczono za pomocą całkowanie ciśnień wszystkich elementów brzegowych znajdujących się w obrębie granicy Γ_d. Wyznaczono więc siłę całkowitą działającą na płytę. W przeciwieństwie do wielkości przedstawionych na rys. od 5.19 do 5.27, gdzie całkowano ciśnienia z elementów brzegowych znajdujących się w obrębie pozycji czujników z konfiguracji B. Przedstawiono wyniki dla przypadków, w których amplituda fali była zbliżona do wysokości zawieszenia d. Dla wszystkich przedstawionych przypadków stwierdzono dobrą zgodność pierwszego, maksymalnego wychylenia płyty. Dalszy przebieg wielkości kąta α w czasie jest zgodny w zakresie uzyskanej częstotliwości drgań. Wyniki dla przypadku $d \ll A$ okazały się niewiarygodne. Wynika to z nieprecyzyjnego wyznaczenia siły

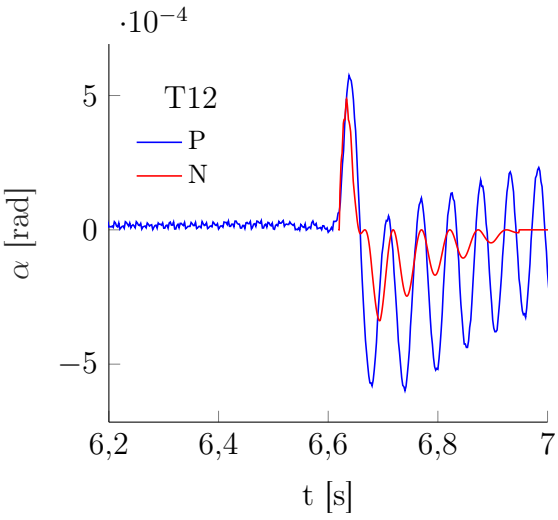


Rysunek 5.30: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali L1 i $d =$ 0,03 m.

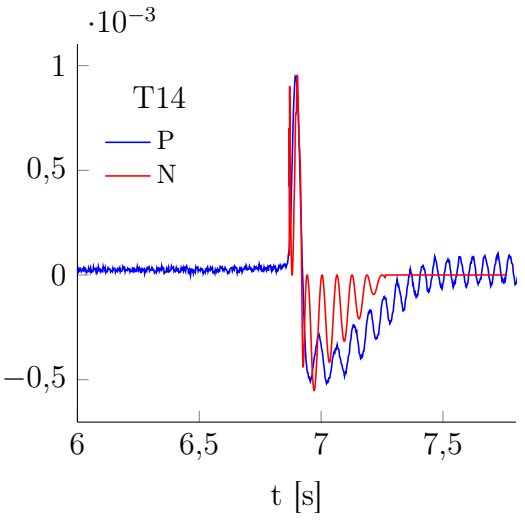
Rysunek 5.31: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali S2 i $d =$ 0,06 m.

działającej na model płyty. Jest to konsekwencja opisywania przez model numeryczny, jako zbyt szybkiego, procesu odrywania się powierzchni swobodnej w przypadkach, w których powierzchnia zwilżona objęła cały spód płyty.

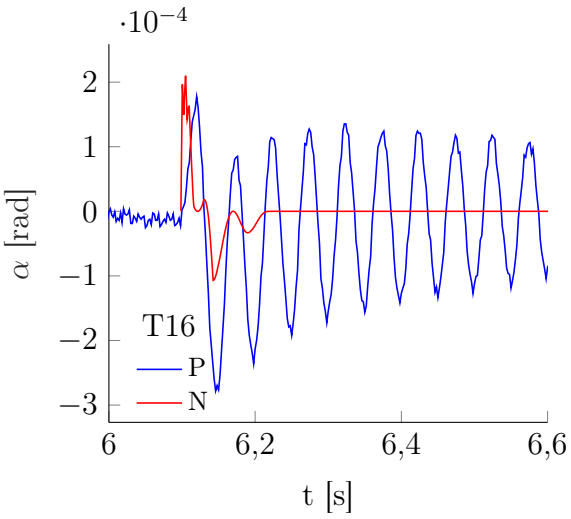
W przedstawionych przypadkach, częstości drgań płyty obliczone w modelu teoretycznym i zarejestrowane w badaniach, różnią się nieznacznie. Świadczy to o poprawnym przyjęciu wartości początkowych w rozwiązywaniu równania ruchu płyty oraz o poprawnym wyznaczeniu masy dołączonej. W przyjętym modelu ruchu płyty drgania wygaszane są szybciej, mimo poprawnie wyznaczonego czasu działania siły, a amplituda drgań nie do końca została dobrze opisana (poza testami 1 i 10). Wynika to z prostoty przyjętego modelu drgań płyty. Porównując rys. 5.28, 5.29 oraz 5.30 dostrzec można wyraźną zależność maksymalnego wychylenia płyty, występującego w pierwszej fazie uderzenia od długości fali. Rośnie ono wraz ze wzrostem długości fali. Wynika z tego, że chociaż długość fali nie wpływa na generowane ciśnienie to wielkość powierzchni styku cieczy z konstrukcją, większa dla dłuższej fali, wpływa na całkowite siły działające na budowlę. Pik ciśnienia może mieć wpływ lokalny, powodując zniszczenie w strukturze budowli, w miejscu jego wystąpienia. W efekcie jego zaniedbanie na etapie projektowania będzie narażać konstrukcję na awarię.



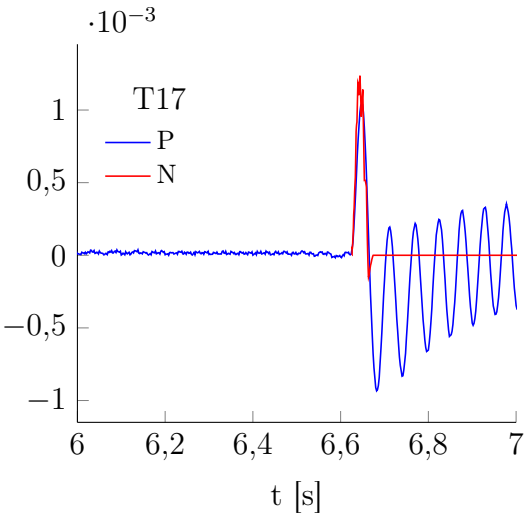
Rysunek 5.32: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali M2 i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



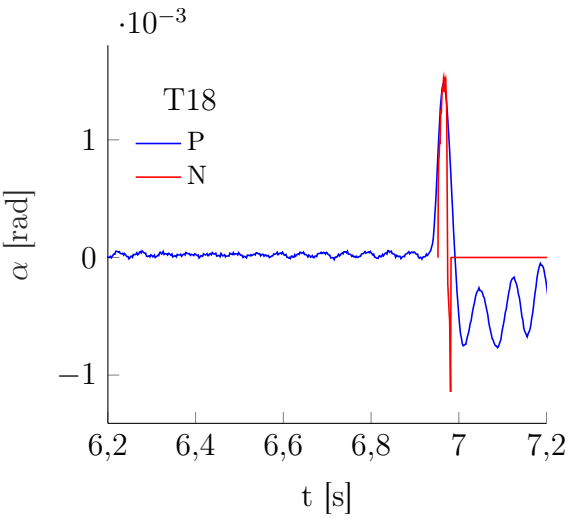
Rysunek 5.33: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali L2 i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.34: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali S3 i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.35: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali L3 i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$.



Rysunek 5.36: Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali L3 i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$.

5.2 Eksperyment numeryczny

Przeprowadzony w niniejszym punkcie eksperyment numeryczny ma na celu określenie wpływu poszczególnych parametrów wejściowych modelu teoretycznego na obliczone w nim ciśnienia działające na płytę poziomą, generowane przez falę uderzającą. W badaniach laboratoryjnych działania takie są ograniczone z powodu złożoności procesów propagacji falowania, jego generacji oraz współoddziaływania z budowlą.

W ramach eksperymentu jako początkowe warunki brzegowe zastosowano trzy różne wartości potencjałów, z których wyznaczono początkowe wartości η. Pierwsze warunki wyznaczono z teorii liniowej:

$$\Phi_{p1} = -\frac{gH}{\omega}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\cos kx \sin \omega t.$$

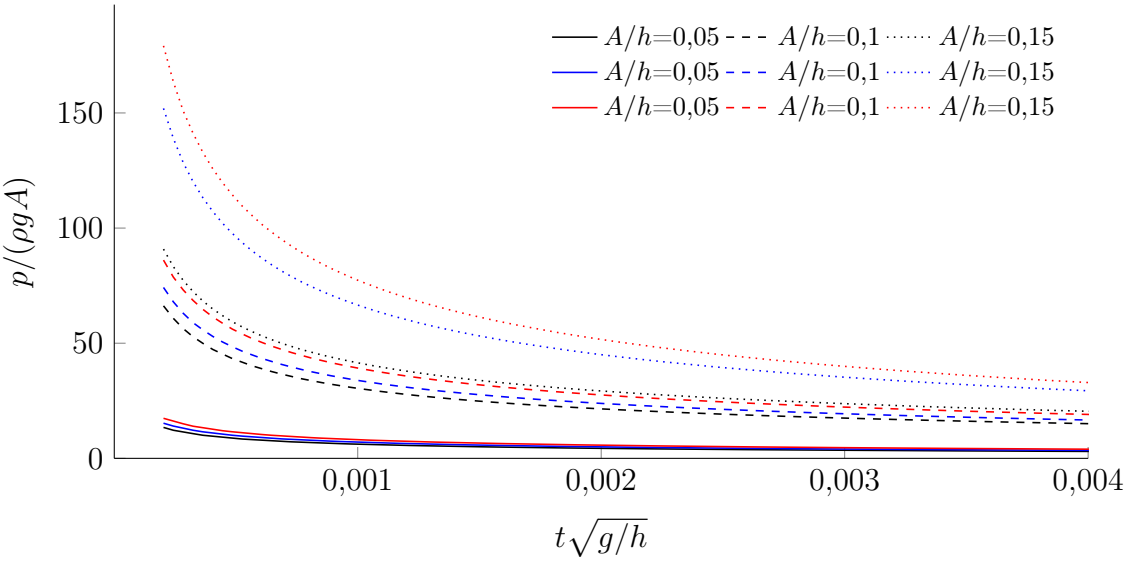
Kolejne warunki wyznaczono z teorii drugiego rzędu Stokesa:

$$\Phi_{p2} = \Phi_{p1} + \frac{3\omega H^2}{16}\frac{\cosh 2k(z+h)}{\sinh kh^4}\sin 2kx \cos 2\omega t$$

W trzeciej serii do warunków wyznaczonych z teorii drugiego rzędu dodano poprawkę wynikającą z konieczności zadania warunków brzegowych na powierzchni swobodnej:

$$\Phi_{p3} = \Phi_{p2} + \eta_{p1}\frac{\partial \Phi_{p1}}{\partial z}.$$

Do weryfikacji przyjęto trzy długości fali, trzy amplitudy fali oraz wybrane wielkości parametru d. Ciśnienie na rysunkach od 5.37 do 5.39 przedstawiono jako

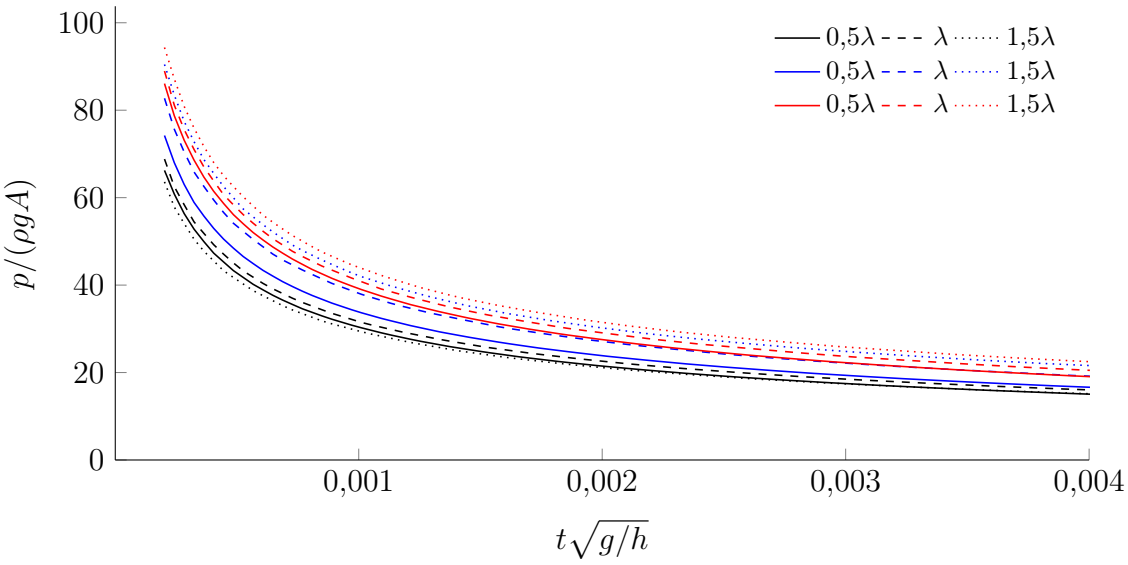


Rysunek 5.37: Wpływ amplitudy fali na otrzymane ciśnienie.

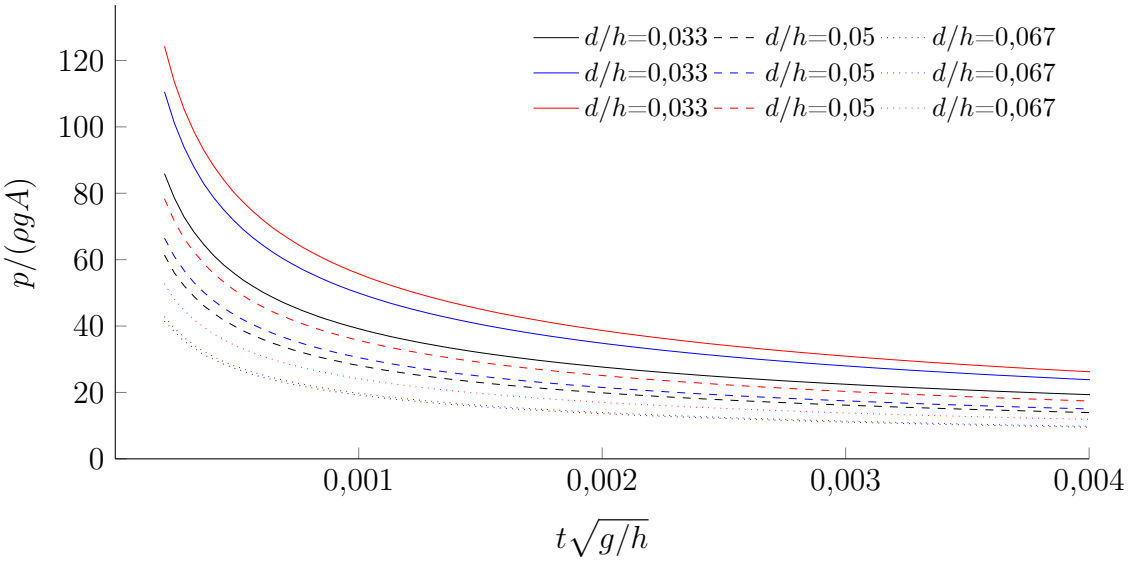
bezwymiarowe (dzielono je przez czynnik $\rho g A$), aby ułatwić analizę, ponieważ w zagadnieniach dyfrakcji fal wodnych ciśnienie dynamiczne przedstawione w tej formie w przybliżeniu jest równe jedności (Sulisz i in., 2005). Ciśnienie przedstawiane na tych wszystkich rysunkach pochodzi z tego samego kroku czasowego. Wartość parametru $d/h = 0{,}047$, gdzie $h = 0{,}6$ m. Kolorem czarnym oznaczono wyniki otrzymane przy wykorzystaniu warunków początkowych wyznaczonych z teorii liniowej, kolorem niebieskim wyniki dla warunków początkowych z teorii drugiego rzędu - Stokesa, kolorem czerwonym wyniki dla teorii drugiego rzędu Stokesa z poprawką. Z rys. 5.37 wynika, że amplituda fali ma znaczący wpływ na zarejestrowane ciśnienia. Ciśnienie wywołane uderzeniem wzrasta wraz z amplitudą fali. Dodatkowo, porównanie wyników otrzymanych na podstawie różnych teorii pokazuje nieliniowy wzrost otrzymanego ciśnienia. Uwzględnienie poprawki do teorii drugiego rzędu, która daje znaczny wzrost składowej pionowej prędkości, powoduje niewielki wzrost ciśnienia.

Ponieważ proces uderzenia zależy od charakteru fali powierzchniowej, kolejnym ważnym czynnikiem jest długość fali. Wpływ długości fali na obliczone ciśnienia przedstawiono na rys. 5.38. Wyniki dosyć zaskakująco pokazują, że wpływ długości fali na ciśnienia wywołane uderzeniem fali wodnej jest niewielki. Jest on nieco wyraźniejszy, jeżeli weźmiemy pod uwagę fale nieliniowe. Słaba zależność ciśnienia od długości fali jest dosyć zadziwiająca, zwłaszcza jeżeli porównamy pionowe składowe prędkości fali. Dla fali $0{,}5\lambda$ obliczona pionowa składowa prędkości jest ponad dwukrotnie większa od obliczonej dla fali $1{,}5\lambda$.

Wysokość poziomego pokładu d nad powierzchnią spokoju ($\eta = 0$) jest najważ-

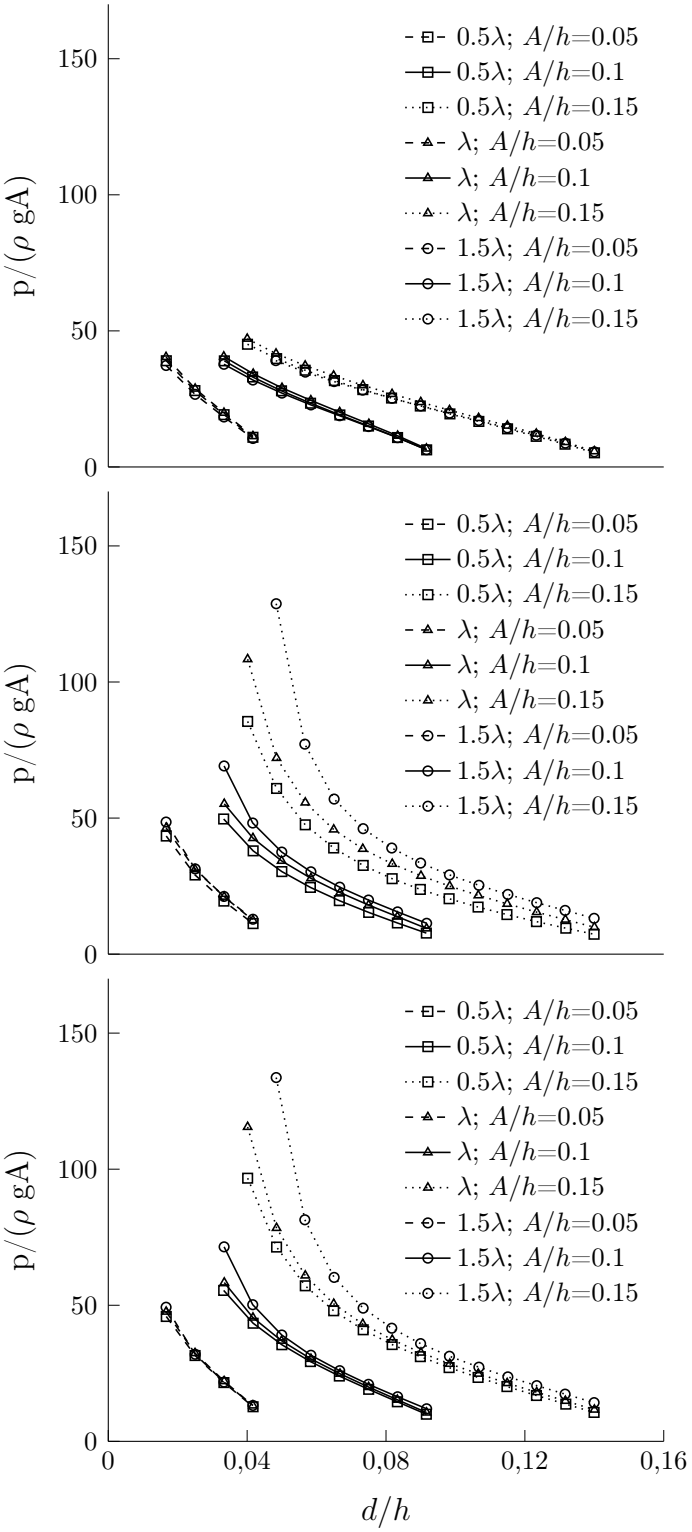


Rysunek 5.38: Wpływ długości fali na otrzymane ciśnienie.



Rysunek 5.39: Wpływ parametru d na otrzymane ciśnienie.

niejszym parametrem wpływającym na ciśnienia wywołane uderzeniem fali. Wpływ wybranych wysokości płyty na obliczone ciśnienia przedstawiono na rys. 5.39. Jest widoczne, że ciśnienie rośnie wraz ze zmniejszaniem się odległości płyty od powierzchni $\eta = 0$. Efekt ten jest bardziej widoczny dla fal nieliniowych, gdzie ciśnienie wzrasta gwałtowniej wraz ze zmniejszaniem się parametru d. Dla dużych wartości d wpływ nieliniowości staje się niezauważalny. Zależność ciśnienia od wysokości zawieszenia poziomej płyty nad powierzchnią spokoju dla przedziału $d \in [0{,}012\ 0{,}075]$ przedstawiono na rys. 5.40, 5.41, 5.42. Zależności te przedstawiono dla reprezentatywnego czasu $t\sqrt{g/h} = 0{,}001$, a d zostało znormalizowane przez h. Porównanie tych wykresów wykazuje bardzo duży wpływ nieliniowości na generowane ciśnienia.



Rysunek 5.40: Ciśnienie w chwili $t\sqrt{g/h} = 0{,}001$ dla warunków początkowych wyznaczonych na podstawie teorii liniowej.

Rysunek 5.41: Ciśnienie w chwili $t\sqrt{g/h} = 0{,}001$ dla warunków początkowych wyznaczonych na podstawie teorii Stokesa.

Rysunek 5.42: Ciśnienie w chwili $t\sqrt{g/h} = 0{,}001$ dla warunków początkowych wyznaczonych na podstawie teorii Stokesa z poprawką.

5.3 Podsumowanie

Opracowany model teoretyczny bardzo dobrze działa w zakresie generacji falowania. Dowodzi tego struktura częstotliwościowa otrzymanej fali. Daje to możliwość zastosowania modelu przy rzeczywistych problemach inżynierskich. Pewne ograniczenie nakłada brak zaimplementowanego tłumienia, które zostało pominięte ze względu na charakter opisywanego procesu. Wyznaczone za pomocą modelu ciśnienia wykazują dobrą zgodność z pomiarami laboratoryjnymi, zwłaszcza w zakresie małych różnic d i amplitudy fali A. Wyniki obliczeń modelu nie opisują oscylacji ujemnego ciśnienia związanej z cofaniem się powierzchni zwilżonej. Wynika to z faktu, iż w modelu numerycznym płyta była nieruchoma i na wyniki ciśnienia wpływ miały tylko interakcje zachodzące w polu falowym, a ujemne ciśnienie związane z odrywaniem się powierzchni zwilżonej, stosunkowo gładko dąży do zera. Dla większych różnic A i d otrzymany numerycznie pik ciśnienia jest większy od zarejestrowanego w laboratorium. Wpływ na to ma zbyt niska częstotliwość próbkowania stosowana z konieczności w czasie pomiarów laboratoryjnych. Uniemożliwiło to rejestrację maksymalnych wartości impulsu ciśnienia. Dodatkowo dla testów 5 i 8 żaden z czujników nie zarejestrował impulsu ciśnienia. Dla przypadków, gdzie $d \ll A$ nastąpiło całkowite zwilżenie spodu płyty i wypiętrzenie się powierzchni swobodnej za płytą. Powodowało to trudności numeryczne modelowania tego fragmentu powierzchni swobodnej. Skutkowało to niedokładnym wyznaczeniem ciśnień w fazie cofania się powierzchni zwilżonej. Niemniej jednak wielkości ciśnienia wyznaczone w fazie pierwszego kontaktu cieczy z płytą i fazie rozprzestrzeniania się tej powierzchni, aż do objęcia całego spodu płyty, są prawidłowe. Wyznaczone na podstawie ciśnień siły są zgodne z siłami otrzymanymi na podstawie pomiarów laboratoryjnych. Wyjątkowo dobra zgodność stwierdzona została dla maksymalnych sił powstałych w pierwszej części uderzenia. Oznacza to, że obecność piku ciśnienia nieznacznie tylko wpływa na generowane siły. Zarówno wyniki badań laboratoryjnych, jak i obliczeń numerycznych nie wskazują na jednoznaczną zależność ciśnienia od długości fali. Zależność taka jest widoczna przy analizie przemieszczeń obrotowych płyty, przeprowadzonej wykorzystując całkowite siły działające od spodu. Stwierdzono, że maksymalne przemieszczenia rosną wraz z długością fali wymuszającej. Model pozwolił przeprowadzić analizę parametryczną dla fal teoretycznych, których potencjał jest znany. Wyniki tej analizy pokazują, że amplituda fali ma znaczący wpływ na ciśnienia. Zaskakującym wnioskiem jest minimalny wpływ długości fali na ciśnienia. Stwierdzono również, że wraz ze zmniejszaniem się odległości zawieszenia poziomej płyty rosną ciśnienia wywierane na poziomy pokład.

Rozdział 6

Wnioski

Prezentowana praca przedstawia rozwiązanie nieliniowego zagadnienia oddziaływania falowania z poziomym elementem konstrukcji hydrotechnicznej i zastosowanie uzyskanych ciśnień w modelu drgań poziomej, sztywnej płyty w celu wyznaczenia reakcji na wymuszenie hydrodynamiczne. Opracowany model, ze względu na przyjęte założenia, ma zastosowanie do elementów konstrukcji znajdujących się powyżej powierzchni swobodnej i w sytuacji, w której nie dochodzi do załamania fali. Przyjęty sposób rozwiązania zagadnienia zakłada, że pomiędzy budowlą a powierzchnią cieczy nie tworzy się komora powietrzna.

Uzyskane wyniki obliczeń posłużyły do przeprowadzenia analizy parametrów ruchu falowego mających istotny wpływ na ciśnienia generowane w czasie uderzenia fali. Oceniono wpływ amplitudy fali wymuszającej oraz jej długość na przebieg procesu. Analizie poddano również wpływ parametru określającego wysokość zawieszenia płyty nad powierzchnią spokoju. Wyniki obliczeń wykorzystano również w celu wyznaczenia sił działających na budowlę i zaproponowano model drgań płyty wyznaczający reakcję konstrukcji na wymuszenie hydrodynamiczne.

Wyniki obliczeń teoretycznych zostały poddane weryfikacji w kanale falowym IBW PAN dla szerokiego zakresu parametrów istotnych dla badanego zagadnienia. Przeprowadzona analiza wyników teoretycznych oraz weryfikacja doświadczalna prezentowanego modelu teoretycznego pozwala na sformułowanie następujących wniosków dotyczących uderzenia fali w poziomą niezanurzoną płytę:

- Zaproponowany w pracy model numeryczny, wykorzystujący prosty opis matematyczny, pozwala z zadowalającą dokładnością wyznaczyć ciśnienia działające na poziome elementy konstrukcji hydrotechnicznych. Wyznaczone za jego pomocą ciśnienia wykazują dobrą zgodność z pomiarami laboratoryjnymi, zwłaszcza w zakresie małych różnic parametrów amplitudy fali i wysokości zawieszenia płyty. W pozostałych przypadkach system pomiarowy, przez ograniczoną częstotliwość próbkowania, spowodował rejestrację wygładzonego piku ciśnienia.

- Wartość generowanego przez falę ciśnienia zależy od amplitudy fali wymuszającej i wzrasta wraz ze wzrostem amplitudy.

- Wartość generowanego przez falę ciśnienia zależy od wysokości zawieszenia płyty nad powierzchnią spokoju i wzrasta wraz z jej obniżaniem się.

- Siły wyznaczone na podstawie wyników modelu wykazują bardzo dobrą zgodność z pomiarami laboratoryjnymi, pomimo pominięcia wartości pikowych ciśnienia przez system pomiarowy. Oznacza to, że wpływ piku ciśnienia na siły powodowane obciążeniami hydrodynamicznymi jest mały.

- Otrzymane na podstawie wyników numerycznych przemieszczenia obrotowe płyty będące reakcją na wymuszenie hydrodynamiczne są zgodne z wielkościami zarejestrowanymi w laboratorium dla konfiguracji testowej, w której wysokości zawieszenia płyty jest zbliżona do amplitudy fali wymuszającej. Maksymalne przemieszczenie występuje w czasie pierwszego kontaktu cieczy z budowlą i rośnie wraz ze zwiększaniem się długości fali.

Opracowany model numeryczny jest użytecznym i szybkim narzędziem mogącym wspomagać zarówno modelowanie fizyczne jak i prace projektowe. Daje możliwość wykonania szerokiej analizy parametrów istotnych z punktu widzenia trwałości projektowanej konstrukcji hydrotechnicznej. Koszty takiej analizy będą nieporównywalnie niższe od kosztów prac prowadzonych w podobnym zakresie w laboratorium hydraulicznym.
Dalszym krokiem w pracy nad modelem, będzie implementacja tłumienia numerycznego i oszacowanie jego wpływu na generowane wartości ciśnienia. Kolejny krok w pracy nad zaproponowanym modelem stanowić będzie sformułowanie i rozwiązanie zagadnienia początkowo-brzegowego dla ruchu płyty. Ostatecznym etapem w rozwoju zaproponowanego modelu będzie rozszerzenie go o trzeci wymiar. Pozwoli to na zbadanie ciśnień w sytuacji kiedy powierzchnia zwilżona propagować się będzie dwóch kierunkach. Zaletą modelu numerycznego jest jego stosunkowo łatwa adaptacja do innych problemów współoddziaływania fal powierzchniowych z konstrukcjami hydrotechnicznymi.

Bibliografia

Ang, W. T., 2007. *A Beginner's Course in Boundary Element Methods*. Universal Publisher.

API, 2002. *Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms - working stress design.* Raport techniczny. American Petroleum Institute, API Publishing Services. Washington D.C.

Baarholm, R. J., 2001. *Theoretical and experimental studies of wave impact underneath decks of offshore platforms.* Praca doktorska. Trondheim: Dept. Marine Hydrodynamics NTNU.

Baarholm, R. J., Faltinsen, O., 2004. Wave impact underneath horizontal decks. *Journal of Marine Science and Technology*. 9, 1–13. doi:10.1007/s00773-003-0164-4.

Chen, L. F., Zang, J., Hillis, A. J., Morgan, G. C. J., Plummer, A. R., 2014. Numerical investigation of wave-structure interaction using OpenFOAM. *Ocean Engineering*. 88, 91–109. doi:10.1016/j.oceaneng.2014.06.003.

Cuomo, G., Allsop, W., Takahashi, S., 2010. Scaling wave impact pressures on vertical walls. *Coastal Engineering*. 57, 604–609. doi:10.1016/j.coastaleng.2010.01.004.

Dean, R. G., Dalrymple, R. A., 1991. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. WORLD SCIENTIFIC. doi:10.1142/1232.

Dymarski, P., Dymarski, C., 2014. A numerical model to simulate the motion of a lifesaving module during its launching from the ship's stern ramp. *Polish Maritime Research*. 21, 34–40.

El-Ghamry, O. A., 1965. *Wave Forces on a Dock, Technical Report HEL-9-1*. Raport techniczny. Hydraulic Engineering Laboratory, Institute of Engineering Research, University of California.

Faltinsen, O. M., 2000. Hydroelastic slamming. *Journal of Marine Science and Technology*. 5, 49–65. URL: https://doi.org/10.1007/s007730070011, doi:10.1007/s007730070011.

Faltinsen, O. M., Landrini, M., Greco, M., 2004. Slamming in marine applications. *Journal of Engineering Mathematics*. 48, 187–217. doi:10.1023/B:engi.0000018188.68304.ae.

Grilli, S., Guyenne, P., Dias, F., 2001. A fully non-linear model for three-dimensional overturning waves over an arbitrary bottom. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 35, 829–867. doi:10.1002/1097-0363(20010415)35:7<829::AID-FLD115>3.0.CO;2-2.

Grilli, S. T., Skourup, J., Svendsen, I. A., 1989. An efficient boundary element method for nonlinear water waves. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 6, 97 – 107. doi:10.1016/0955-7997(89)90005-2.

Hänninen, S. K., Mikkola, T., Matusiak, J., 2016. Development of vertical second harmonic wave loads of a large cruise ship in short and steep head waves. *Ocean Engineering*. 118, 17–27. doi:10.1016/j.oceaneng.2016.03.052.

Johnson, R. S., 1997. *A Modern Introduction to the Mathematical Theory of Water Waves*. Cambridge Texts in Applied Mathematics, Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511624056.

Judge, C., Troesch, A., Perlin, M., 2004. Initial water impact of a wedge at vertical and oblique angles. *Journal of Engineering Mathematics*. 48, 279–303.

Kaplan, P., Murray, J. J., Yu, W. C., 1995. Theoretical analysis of wave impact forces on platform deck structures. *Proceedings of the Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. Paper OTC 6814 vol. 1-A Offshore Technology, OMAE, Copenhagen, Denmark.

Kiger, K. T., Duncan, J. H., 2012. Air-entrainment mechanisms in plunging jets and breaking waves. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 44, 563–596. doi:10.1146/annurev-fluid-122109-160724.

Kisacik, D., Troch, P., Bogaert, P. V., 2011. Experimental results of breaking wave impact on a vertical wall with an overhanging horizontal cantilever slab. *Coastal Engineering Proceedings*. 1, 26. doi:10.9753/icce.v32.structures.26.

Korobkin, A. A., 1998. Wave impact on the center of an euler beam. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 39, 770–781. doi:https://doi.org/10.1007/BF02468049.

Liggett, J. A., 1994. *Boundary Integral Equation Method for Free Surface Flow Analysis*. Springer Netherlands, Dordrecht. Rozdział 4. st. 83–113. doi:10.1007/978-94-011-0964-2_4.

Longuet-Higgins, M. S., Cokelet, E. D., 1976. The deformation of steep surface waves on water - i. a numerical method of computation. *Proceedings of the Royal*

Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences. 350, 1–26. doi:10.1098/rspa.1976.0092.

Lu, C. H., He, Y. S., Wu, G. X., 2000. Coupled analysis of nonlinear interaction between fluid and structure during impact. *Journal of Fluids and Structures*. 14, 127–146. doi:10.1006/jfls.1999.0257.

Ma, Zhou, Ren, Zhai, 2019. A comprehensive study of the wave impact loads on an inclined plate. *Journal of Marine Science and Engineering*. 7, 103. doi:10.3390/jmse7040103.

Ma, Q. W., Yan, S., 2006. Quasi ALE finite element method for nonlinear water waves. *Journal of Computational Physics*. 212, 52 – 72. doi:10.1016/j.jcp.2005.06.014.

Majewski, D., Sulisz, W., 2017. Numerical modeling of water waves impact on a horizontal deck, w: Proceedings of the Sixth International Conference on Environmental Management, Engineering, Planning and Economics (CEMEPE 2017) and SECOTOX Conference.

Majewski, D., Sulisz, W., 2020, w recenzji. Impact of Nonlinear Standing Waves Underneath a Deck. *Archives of Civil Engineering*.

Mei, X., Liu, Y., P., Y. D. K., 1999. On the water impact of general two-dimensional sections. *Applied Ocean Research*. 21, 1–15. doi:10.1016/S0141-1187(98)00034-0.

Meng, Y., Chen, G., Yan, S., 2010. Wave interaction with deck of jetty on a slope, w: Smith, J. M., Lynett, P. J. (Eds.), Proceedings of 32nd Conference on Coastal Engineering, Szanghaj, Chiny. st. 4052–4060.

Osborne, A. R., 2010. Brief history and overview of nonlinear water waves, w: Nonlinear Ocean Waves and the Inverse Scattering Transform. Elsevier, st. 3–31. doi:10.1016/s0074-6142(10)97001-0.

Peregrine, D. H., 2003. Water-wave impact on walls. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 35, 23–43. doi:10.1146/annurev.fluid.35.101101.161153.

Sarpkaya, T., Isaacson, M., 1981. *Mechanics of wave forces on offshore structures*. New York (N.Y.): Van Nostrand Reinhold.

Sheppard, D. M., Marin, J., 2009. *Wave loading on bridge decks*. Technical Report FDOT1418 BD545-58, UF 00056675. Florida Department of Transportation.

Shi-fu., Z., Chen, C., Zhang, Q., Zhang, D., Zhang, F., 2015. Wave loads computation for offshore floating hose based on partially immersed cylinder model of improved morison formula. *The Open Petroleum Engineering Journal*. 8, 130–137. doi:10.2174/1874834101508010130.

Song, B., Zhang, C., 2018. Boundary element study of wave impact on a vertical wall with air entrapment. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 90, 26 – 38. doi:10.1016/j.enganabound.2018.02.004.

Stoker, J. J., 1957. *Water Waves: the Mathematical Theory with Applications*. Interscience Publishers, New York.

Sugino, R., Tosaka, N., 1992. Direct differentation approach to boundary element method for nonlinear water wave problems, w: Kobayashi, S., Nishimura, N. (Eds.), Boundary Element Methods. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, st. 314–323. doi:10.1007/978-3-662-06153-4_35.

Sulisz, W., Paprota, M., 2004. Modeling of the propagation of transient waves of moderate steepness. *Applied Ocean Research*. 26, 137–146.

Sulisz, W., Paszke, L., 2007. Extreme wave impact on a horizontal deck., w: Proc. of International Conference on Violent Flows, VF'07. RIAM. st. 355–362.

Sulisz, W., Wilde, P., Wiśniewski, M., 2005. Wave impact on elastically supported horizontal deck. *Journal of Fluids and Structures*. 21, 305–319. doi:10.1016/j.jfluidstructs.2005.07.005.

Sun, H., 2007. *A Boundary Element Method Applied to Strongly Nonlinear Wave-Body Interaction Problems*. Praca doktorska. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.

Sun, S., Wu, G., 2014. Fully nonlinear simulation for fluid/structure impact: A review. *Journal of Marine Science and Application*. 13, 237–244. doi:10.1007/s11804-014-1253-y.

Sun, Z., Pang, Y., Li, H., 2012. Two dimensional fully nonlinear numerical wave tank based on the BEM. *Journal of Marine Science and Application*. 11, 437–446. doi:10.1007/s11804-012-1153-y.

Sutradhar, A., Paulino, G. H., Gray, L. J., 2008. Bean: Boundary element analysis program, w: Symmetric Galerkin Boundary Element Method. Springer. Rozdział Chapter 2. Boundary Integral Equation. doi:10.1007/978-3-540-68772-6_11.

Tirindelli, M., Lamberti, A., Cuomo, G., Allsop, W., 2003. Wave-in-deck forces on jetties and related structures, w: International Society of Offshore and Polar Engineers., st. 562–569.

Veić, D., Sulisz, W., 2018. Impact pressure distribution on a monopile structure excited by irregular breaking wave. *Polish Maritime Research*. 25, 29–35. doi:10.2478/pomr-2018-0019.

Veić, D., Sulisz, W., Soman, R., 2019. Effect of breaking wave on impact load on a monopile structure. *Brodogradnja*. 70, 25–42. doi:10.21278/brod70302.

Wienke, J., Oumeraci, H., 2005. Breaking wave impact force on a vertical and inclined slender pile—theoretical and large-scale model investigations. *Coastal Engineering*. 52, 435–462. doi:10.1016/j.coastaleng.2004.12.008.

Wilde, P., Szmidt, K., Sobierajski, E., 1998. Phenomena in standing wave impact on a horizontal plate. *Coastal Engineering Proceedings*. 1. doi:10.1061/9780784404119.110.

Wolfram, J., 1999. On alternative approaches to linearization and Morison's equation for wave forces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 455, 2957–2974. doi:10.1098/rspa.1999.0434.

Wu, G., Sun, H., He, Y., 2004. Numerical simulation and experimental study of water entry of a wedge in free fall motion. *Journal of Fluids and Structures*. 19, 277–289. doi:10.1016/j.jfluidstructs.2004.01.001.

Wu, G. X., 1998. Hydrodynamic force on a rigid body during impact with liquid. *Journal of Fluids and Structures*. 12, 549–559. doi:10.1006/jfls.1998.0158.

Zhang, X., Khoo, B., Lou, J., 2006. Wave propagation in a fully nonlinear numerical wave tank: A desingularized method. *Ocean Engineering*. 33, 2310 – 2331. doi:https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2005.11.002.

Zhu, X., 2006. *Application of the CIP method to strongly nonlinear wave-body interaction problems*. Praca doktorska. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.

Spis rysunków

2.1 Układ geometryczny dla modelu matematycznego. 20
2.2 Schemat układu dynamicznego płyty. 23

3.1 Schemat obszaru rozwiązywania zagadnienia brzegowego. 29
3.2 Podział granicy obszaru na elementy brzegowe. 30
3.3 Lewy wykres: Przebieg błędu ciągłości ε_c. Prawy wykres: Średnie wartości ε_c w zależności od liczby Couranta i liczby elementów brzegowych na długość fali. 34
3.4 Zapis błędów numerycznych. 34
3.5 Porównanie wyników propagacji fali prezentowanego modelu teoretycznego z wartościami otrzymanymi z teorii Stokesa drugiego rzędu. 35
3.6 Przyrost powierzchni zwilżonej. 36

4.1 Laboratorium hydrauliczne IBW PAN. 39
4.2 Schemat podłączenia urządzeń pomiarowych. 40
4.3 Zdjęcie wnętrza poziomej płyty z mocowaniami dla czujników ciśnienia. 41
4.4 Przednia część płyty zawieszona na systemie sprężyn. 42
4.5 Łożyska toczne zamocowane w skrajnych żebrach modelu. 43
4.6 Schemat sekcji pomiarowej dla pierwszego etapu. Wszystkie wymiary w mm. 44
4.7 Schemat sekcji pomiarowej wraz z modelem poziomej płyty. Wszystkie wymiary w mm. 44
4.8 Schemat przedstawiający rozmieszczenie czujników w konfiguracji A. Wszystkie wymiary w mm. 45
4.9 Schemat przedstawiający rozmieszczenie czujników w konfiguracji B. Wszystkie wymiary w mm. 45
4.10 Wyznaczanie sprężystości układu modelowego. 47
4.11 Zmierzone przyspieszenie i jego spektrum częstotliwościowe. 47

4.12 x_{gen} – wychylenie płyty generatora, η – wychylenie powierzchni swobodnej zarejestrowane na sondzie WG6. 48
4.13 Maksymalne zarejestrowane przemieszczenia modelu dla konfiguracji A czujników ciśnienia. (Lewa dla DG1, prawa dla DG2 zgodnie z rys. 4.8) 50
4.14 Maksymalne zarejestrowane przemieszczenia modelu dla konfiguracji B czujników ciśnienia. (Lewa dla DG1, prawa dla DG2 zgodnie z rys. 4.9) 50
4.15 Zapisy ciśnienia z symetrycznie rozmieszczonych czujników (lewy: T1, prawy: T13; zgodnie z tab. 4.2), pozycje czujników zgodnie z rysunkiem 4.9. 51
4.16 Częstotliwość drgań modelu w kontakcie z wodą 52
4.17 Pionowa składowa siły działająca na model obliczona dla położenia płyty $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 53
4.18 Pionowa składowa siły działająca na model obliczona dla położenia płyty $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 53
4.19 Pionowa składowa siły działająca na model obliczona dla położenia płyty $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. 54
4.20 Porównanie wartości zmian kąta α zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych na podstawie przemieszczeń oraz całkowania przyspieszenia dla testów T5 i T7. 54
4.21 Porównanie wartości zmian kąta α zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych na podstawie przemieszczeń oraz całkowania przyspieszenia dla testów T11 i T12. 55
4.22 Porównanie wartości zmian kąta α zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych na podstawie przemieszczeń oraz całkowania przyspieszenia dla testów T13 i T15. 55

5.1 Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali S oraz $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 58
5.2 Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali M oraz $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 59
5.3 Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali L oraz $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 59

5.4 Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali S oraz $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 60
5.5 Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali M oraz $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 60
5.6 Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali L oraz $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 61
5.7 Porównanie wartości η zmierzonych i obliczonych w symulacjach numerycznych oraz gęstości widmowe tych zapisów dla fali S, M i L oraz $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. 61
5.8 Prędkości pionowe fali wyznaczone numerycznie tuż przed uderzeniem. 62
5.9 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 64
5.10 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 64
5.11 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 64
5.12 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 65
5.13 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 65
5.14 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 65
5.15 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. 66
5.16 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. 66
5.17 Porównanie wartości ciśnień zmierzonych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. 66
5.18 Numeryczne wartości ciśnień otrzymane dla testu 5. 68
5.19 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 69

5.20 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 70
5.21 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 70
5.22 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 70
5.23 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 71
5.24 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 71
5.25 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali S i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. 72
5.26 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali M i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. 72
5.27 Porównanie wielkości siły obliczonej na podstawie pomiarów laboratoryjnych i otrzymanych z symulacji numerycznych dla fali L i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. 72
5.28 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali S1 i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. . 73
5.29 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali M1 i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. 73
5.30 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali L1 i $d = 0{,}03\,\mathrm{m}$. . 74
5.31 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali S2 i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. . 74
5.32 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali M2 i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. 75
5.33 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali L2 i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. . 75

5.34 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali S3 i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. . 75
5.35 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali L3 i $d = 0{,}09\,\mathrm{m}$. . 75
5.36 Porównanie wielkości zmian kąta α wyznaczonego numerycznie oraz zmierzonego w pomiarach laboratoryjnych dla fali L3 i $d = 0{,}06\,\mathrm{m}$. . 76
5.37 Wpływ amplitudy fali na otrzymane ciśnienie. 77
5.38 Wpływ długości fali na otrzymane ciśnienie. 78
5.39 Wpływ parametru d na otrzymane ciśnienie. 78
5.40 Ciśnienie w chwili $t\sqrt{g/h} = 0{,}001$ dla warunków początkowych wyznaczonych na podstawie teorii liniowej. 80
5.41 Ciśnienie w chwili $t\sqrt{g/h} = 0{,}001$ dla warunków początkowych wyznaczonych na podstawie teorii Stokesa. 80
5.42 Ciśnienie w chwili $t\sqrt{g/h} = 0{,}001$ dla warunków początkowych wyznaczonych na podstawie teorii Stokesa z poprawką. 80

1 Układy współrzędnych używane w modelu matematycznym. 96
2 Indukcyjny czujnik przemieszczeń wraz z rdzeniem. 100
1 Płyta górna modelu 102
2 Płyta dolna modelu 103
3 Żebro skrajne modelu 104
4 Żebro środkowe modelu 105
5 Ściana czołowa modelu 106
6 Ściana tylna modelu 107
7 Klocek mocujący płytę modelu do ściany pionowej 108
8 Klocek mocujący czujniki ciśnienia 109
9 Płytka mocująca czujniki ciśnienia 110
10 Płyta mocująca model do ściany pionowej 111
11 Konstrukcja wsporcza płyty poziomej 112
12 Rozmieszczenie czujników ciśnienia w dwóch rzędach 113
13 Rozmieszczenie czujników ciśnienia w jednymrzędzie 114
14 Płyta mocująca czujniki ciśnienia 115
15 Widok układu pomiarowego 116
16 Widok układu pomiarowego w kanale falowym 117

Spis tablic

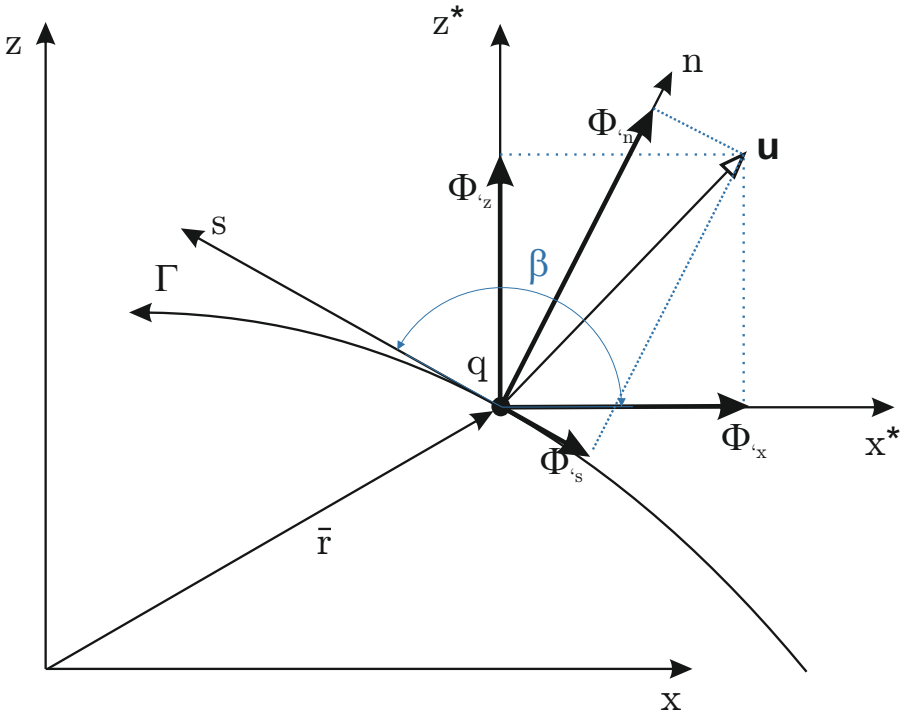
4.1 Parametry ruchu falowego i ich oznaczenia. 44
4.2 Spis wykonanych testów. 46
4.3 Zidentyfikowane czasy uderzenia dla konfiguracji A w [s]. 49
4.4 Zidentyfikowane czasy uderzenia dla konfiguracji B w [s]. 49

5.1 Oznaczenia czujników na rys. od 5.9 do 5.17. 63

1 Masy poszczególnych elementów układu oraz ich momenty bezwładności. 98
2 Sztywności poszczególnych sprężyn i ich zestawów. 99

Załączniki

A.I Przejście do układu styczna-normalna



Rysunek 1: Układy współrzędnych używane w modelu matematycznym.

Na rysunku 1 pokazane jest wzajemne położeniu układów xz i układu styczna-normalna. Ponieważ całkowanie w metodzie elementów brzegowych odbywa się po wszystkich elementach brzegowych w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara otrzymujemy zależności (1).

$$\cos\beta = \frac{\partial\Phi/\partial x}{\partial\Phi/\partial s} \wedge \cos\beta = -\frac{\partial\Phi/\partial z}{\partial\Phi/\partial n} \tag{1a}$$

$$\sin\beta = \frac{\partial\Phi/\partial x}{\partial\Phi/\partial n} \wedge \sin\beta = \frac{\partial\Phi/\partial z}{\partial\Phi/\partial s} \tag{1b}$$

Związek pomiędzy współrzędnymi xz i lokalnymi $s-n$ przyjmuje postać (2).

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Phi}{\partial x} &= \frac{\partial\Phi}{\partial s}\cos\beta + \frac{\partial\Phi}{\partial n}\sin\beta \\ \frac{\partial\Phi}{\partial z} &= -\frac{\partial\Phi}{\partial n}\cos\beta + \frac{\partial\Phi}{\partial s}\sin\beta\end{aligned} \tag{2}$$

Korzystając z równania Bernoulliego (2.15) i wykorzystując podejście *semi-Lagrangian* mamy:

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = -\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial\Phi}{\partial t} + u\frac{\partial\Phi}{\partial x} + v\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \\ -g\eta - 0.5\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\frac{\partial\eta}{\partial t}\end{aligned} \tag{4}$$

Zapisanie warunków brzegowych dynamicznego (4) i kinematycznego (3) w lokalnym układzie odniesienia pokazane za pomocą kolejnych równań. Wykorzystując tożsamości (2) mamy:

$$\begin{aligned}\frac{d\Phi}{dt} &= -g\eta - 0.5\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right] + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\frac{\partial\eta}{\partial t} = -g\eta + \\ &- 0.5\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)^2\cos\beta^2 + 2\frac{\partial\Phi}{\partial n}\frac{\partial\Phi}{\partial s}\sin\beta\cos\beta + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial s}\right)^2\sin\beta^2 + \right. \\ &\left. + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial s}\right)^2\cos\beta^2 - 2\frac{\partial\Phi}{\partial n}\frac{\partial\Phi}{\partial s}\sin\beta\cos\beta + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)^2\sin\beta^2\right] + \\ &- \frac{\partial\eta}{\partial t}\frac{\partial\Phi}{\partial n}\cos\beta + \frac{\partial\eta}{\partial t}\frac{\partial\Phi}{\partial s}\sin\beta = -g\eta + \\ &- 0.5\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)^2\left(\cos\beta^2 + \sin\beta^2\right) + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial s}\right)^2\left(\sin\beta^2 + \cos\beta^2\right)\right] + \\ &+ \left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)^2 - \frac{\partial\Phi}{\partial n}\frac{\partial\Phi}{\partial s}\tan\beta = -g\eta - 0.5\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial s}\right)^2\right] + \\ &+ \left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)^2 - \frac{\partial\Phi}{\partial n}\frac{\partial\Phi}{\partial s}\tan\beta \\ &= -g\eta - 0.5\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial s}\right)^2 - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)^2\right] - \frac{\partial\Phi}{\partial n}\frac{\partial\Phi}{\partial s}\tan\beta\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\eta}{dt} &= -\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial z} = -\frac{\partial\Phi}{\partial s}\cos\beta\frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{\partial\Phi}{\partial n}\sin\beta\frac{\partial\eta}{\partial x} + \\ &- \frac{\partial\Phi}{\partial n}\cos\beta + \frac{\partial\Phi}{\partial s}\sin\beta = -\frac{\partial\Phi}{\partial s}\sin\beta - \frac{\dfrac{\partial\Phi}{\partial n}\sin^2\beta}{\cos\beta} + \\ &- \frac{\partial\Phi}{\partial n}\cos\beta + \frac{\partial\Phi}{\partial s}\sin\beta = -\frac{\partial\Phi}{\partial n}\left(\frac{\sin^2\beta}{\cos\beta} - \cos\beta\right) + \\ &= -\frac{\partial\Phi}{\partial n}\frac{1}{\cos\beta}\end{aligned} \tag{6}$$

A.II Parametry fizyczne modelu badawczego

A.II.1 Masy elementów modelu płyty

Tablica 1: Masy poszczególnych elementów układu oraz ich momenty bezwładności.

Lp.	Element	Masa [kg]	Moment bezwładności [kg m^2]
1	Poszycie dolne	3,462	0,186538
2	Poszycie górne	2,770	0,186451
3	Żebra skrajne	1,705	0,179500
4	Żebra środkowe	1,665	0,184500
5	Ściana czołowa	0,803	0,395000
6	Ściana tylna	0,682	0,026000
7	Płytka pod pojedynczy czujnik ciśnienia+śruba mocująca	0,075	0,091686
8	Płytka pod zestaw 6 czujników ciśnienia+śruba mocująca	0,453	0,061540
9	Masa pojedynczego zawiesia	0,044	0.027497
10	Akcelerometr + płytka mocująca	0,079	0.024744
11	Rdzeń czujnika przemieszczenia	0,007	0,002200

A.II.2 Sztywności pojedynczych sprężyn i ich zestawów

Tablica 2: Sztywności poszczególnych sprężyn i ich zestawów.

Położenie zestawu	Oznaczenie sprężyny	Sztywność [kG/mm]	Suma [kG/mm]
LG	16	0,611	1,924
	15	0,614	
	5	0,699	
PG	19	0,653	1,930
	8	0,618	
	6	0,659	
LD	7	0,638	1,933
	12	0,643	
	14	0,652	
PD	2	0,615	1,928
	3	0,673	
	4	0,640	

A.III Energia kinetyczna układu

Całkowita energia kinetyczna układu wynosi:

$$E_k = E_{kp} + E_{kc} + E_{kb} + E_{ka}, \tag{7}$$

gdzie:

E_{kp} - energia kinetyczna płyty,

E_{kc} - energia kinetyczna czujników ciśnienia wraz z mocowaniami,

E_{kb} - energia kinetyczna akcelerometrów wraz z mocowaniami,

E_{ka} - energia kinetyczna czujników przemieszczenia wraz z mocowaniami.

Energia kinetyczna płyty (E_{kp}) uwzględnia elementy takie jak: poszycie dolne i górne, ściany przednia i tylna, żebra boczne i środkowe oraz zawiesia. Wynosi ona:

$$\begin{aligned} E_{kp} &= \frac{1}{2}\int_{-L_{pd}}^{L_{pk}} (x\dot{\alpha})^2 dm = \frac{1}{2}\int_{-L_{pd}}^{L_{pk}} x^2\dot{\alpha}^2 b h_p \rho dx = \frac{1}{2}\rho b h_p \dot{\alpha}^2 \int_{-L_{pd}}^{L_{pk}} x^2 dx = \frac{1}{2}\rho b h_p \dot{\alpha}^2 \frac{1}{3}x^3\Big|_{-L_{pd}}^{L_{pk}} \\ &= \frac{1}{6}\rho b h_p \dot{\alpha}^2 (L_{pk}^3 + L_{pd}^3) = \frac{1}{6}\rho b h_p \dot{\alpha}^2 (L_{pk} + L_{pd})(L_{pk}^2 - L_{pk}L_{pd} + L_{pd}^2) \\ &= \frac{1}{6} m_p \dot{\alpha}^2 (L_{pk}^2 - L_{pk}L_{pd} + L_{pd}^2), \end{aligned} \tag{8}$$

Rysunek 2: Indukcyjny czujnik przemieszczeń wraz z rdzeniem.

gdzie: ρ - gęstość aluminium równa 2700 kg/m^3, b - szerokość płyty równa 0,595 m. Czujniki przemieszczenia składały się z tubusa oraz rdzenia. W obliczeniach uwzględniono masę rdzenia, który przytwierdzony był do płyty za pomocą połączenia gwintowanego (rys. 2). Zapewniało to prawidłową rejestrację przemieszczeń modelu płyty. Energia kinetyczna czujników przemieszczenia (E_{ka}), zgodnie z rys. 2.2 wynosi:

$$E_{ka} = \frac{1}{2} m_a l_a^2 \dot{\alpha}^2 2, \tag{9}$$

gdzie: m_a - masa pojedynczego czujnika przemieszczenia równa 0,01 kg, l_a- odległość czujnika przemieszczenia od osi obrotu równa 0,395 m. Energia kinetyczna czujników przyspieszenia (E_{kb}), zgodnie z rys. 2.2 wynosi:

$$E_{kb} = \frac{1}{2} m_b l_b^2 \dot{\alpha}^2 2 \tag{10}$$

gdzie:

m_b - masa pojedynczego czujnika przyspieszenia wraz z płytką mocującą równa 0,079 kg, l_a- odległość czujnika przyspieszenia od osi obrotu równa 0,3925 m.

Energia kinetyczna czujników ciśnienia (E_{kc}), zgodnie z rys. 2.2 wynosi dla konfi-

guracji A:

$$E_{kcA} = \frac{1}{2}3m_{cA}(l_{c1}^2 + l_{c2}^2 + l_{c3}^2)\dot{\alpha}^2 2 \tag{11}$$

gdzie:

m_{cA} - masa pojedynczego czujnika ciśnienia wraz z płytką mocującą i śrubą równa 0,075 kg, odległości kolejnych czujników od osi obrotu wynoszą odpowiednio l_{c1}=0,009 m, l_{c2}=0,059 m, l_{c3}=0,159 m. dla konfiguracji B:

$$E_{kcB} = \frac{1}{2}m_{cB}l_c^2\dot{\alpha}^2 \tag{12}$$

gdzie:

m_{cB} - masa 6 czujników ciśnienia wraz z płytką mocującą i śrubami równa 0,453 kg, odległość środka płytki od osi obrotu wynosi l_c=0,058 m.

Po wyrugowaniu ze wzorów (8) – (12) momentów bezwładności otrzymujemy:

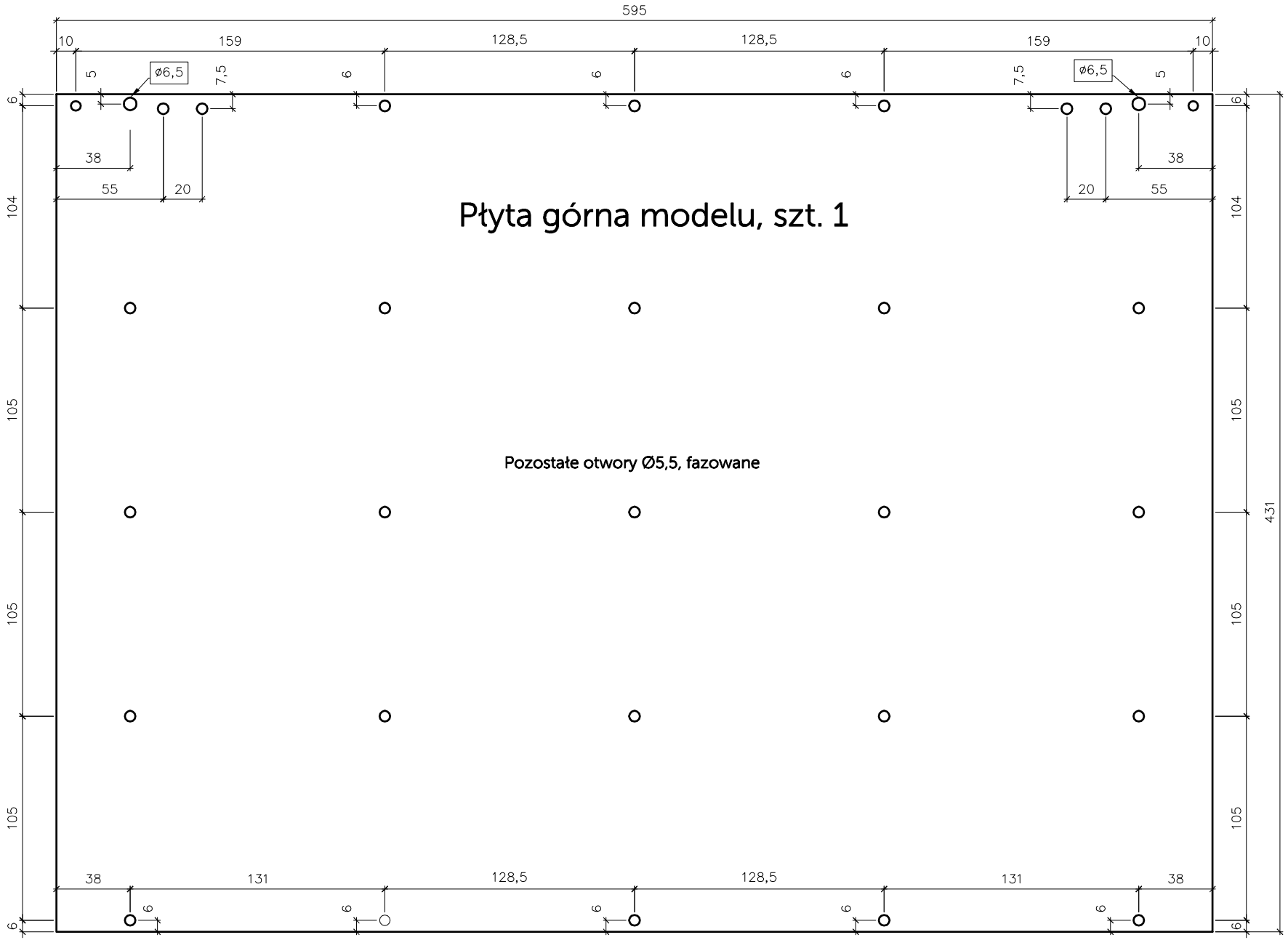
$$\begin{aligned}
E_{kp} &= \frac{1}{2}I_p\dot{\alpha}^2 \quad \wedge \quad I_p = \frac{1}{3}m_p(L_{pk}^2 - L_{pk}L_{pd} + L_{pd}^2) \\
E_{ka} &= \frac{1}{2}I_a\dot{\alpha}^2 \quad \wedge \quad I_a = 2m_a l_a^2 \\
E_{kb} &= \frac{1}{2}I_b\dot{\alpha}^2 \quad \wedge \quad I_b = 2m_b l_b^2 \\
E_{kcA} &= \frac{1}{2}I_c\dot{\alpha}^2 \quad \wedge \quad I_c = 6m_{cA}(l_{c1}^2 + l_{c2}^2 + l_{c3}^2) \\
E_{kcB} &= \frac{1}{2}I_c\dot{\alpha}^2 \quad \wedge \quad I_c = m_{cB}l_c^2
\end{aligned} \tag{13}$$

Ostatecznie energia kinetyczna układu wynosi:

$$E_k = E_{kp} + E_{kcA\cup B} + E_{kb} + E_{ka} = \frac{1}{2}I\dot{\alpha}^2, \tag{14}$$

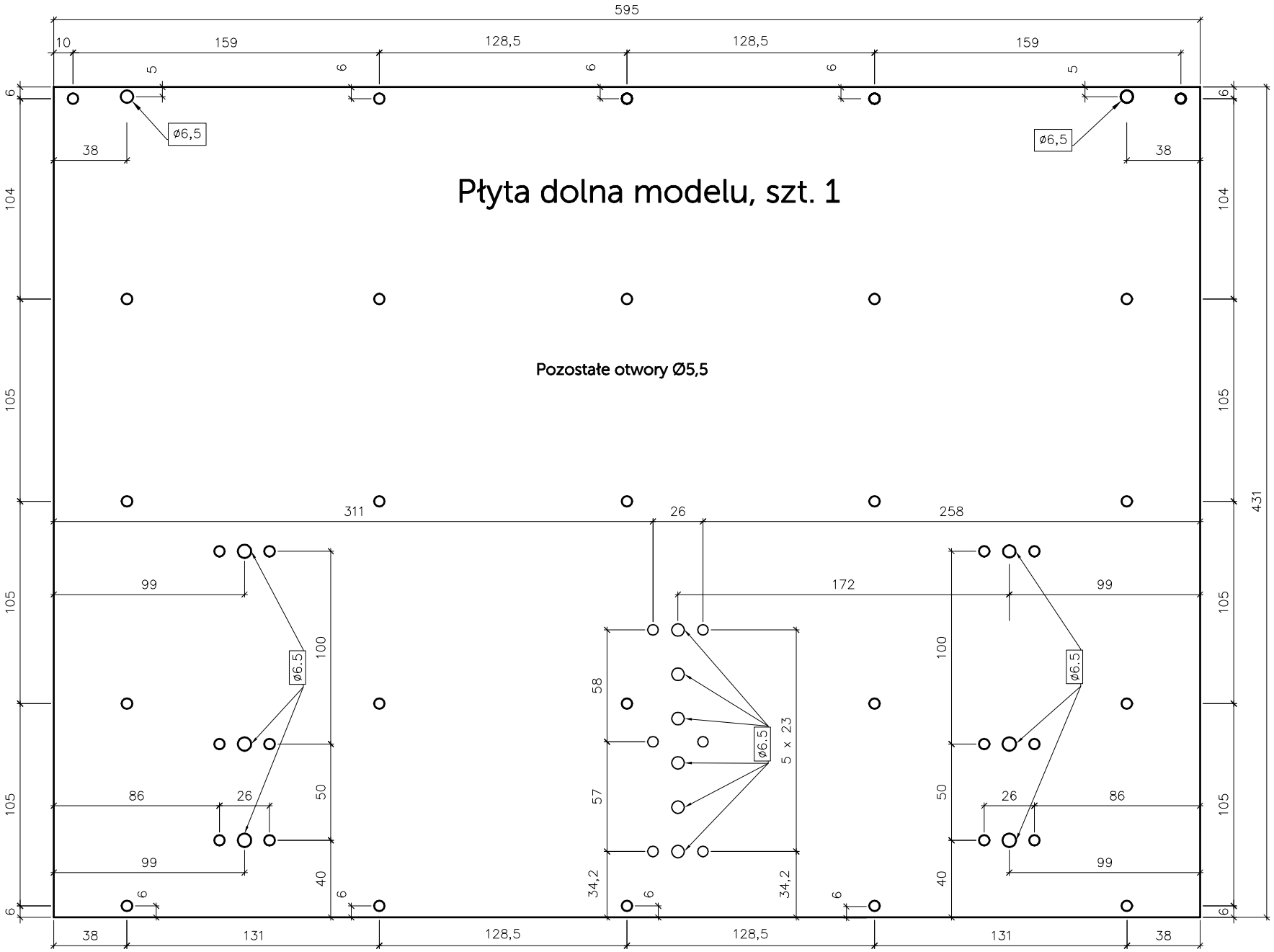
gdzie $I = I_p + I_a + I_b + I_{cA\cup B}$.

A.IV Rysunki techniczne modelu płyty



Materiał: EN AW 6060, blacha grubości g=4mm

Temat: Budowa modelu sztywnej płyty poziomej	Skala 1:2
Rysunek: Płyta górna modelu	Nr rys. 1

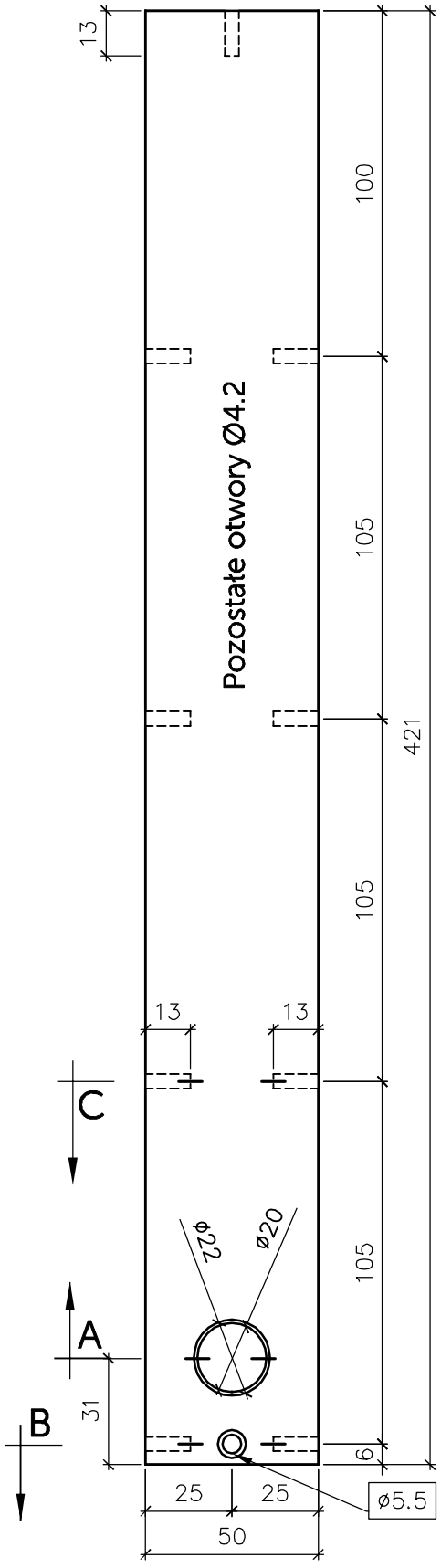


Materiał: EN AW 6060, blacha grubości g=5mm

Temat: Budowa modelu sztywnej płyty poziomej	Skala 1:2
Rysunek: Płyta dolna modelu	Nr rys. 2

Żebro skrajne, szt. 2

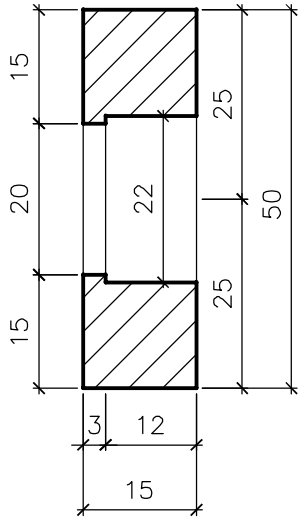
Skala 1:2



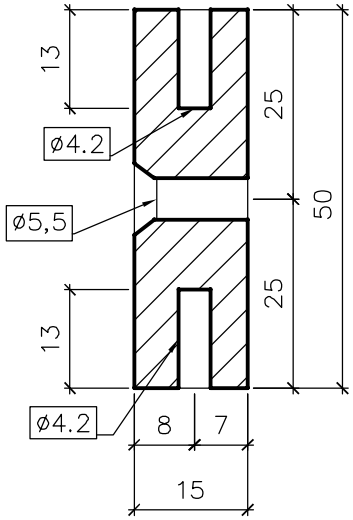
Przekroje

Skala 1:1

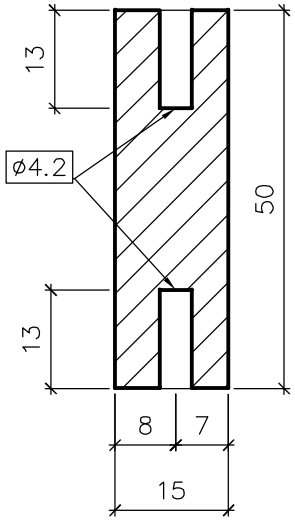
A - A



B - B



C - C

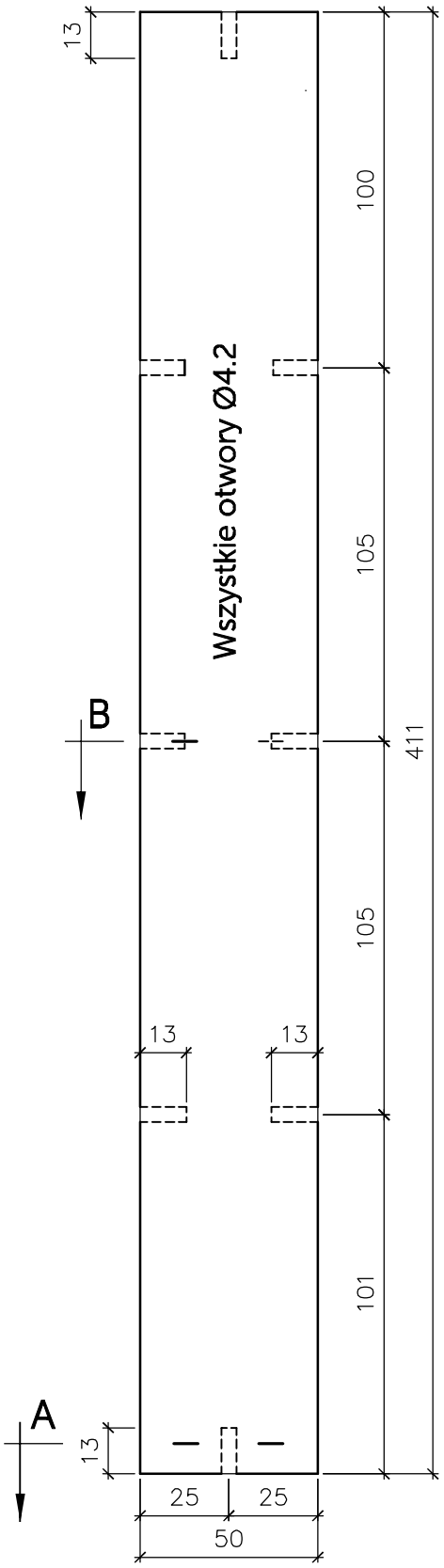


Materiał: EN AW 6060,
blacha grubości g=15mm

Temat: Budowa modelu sztywnej płyty poziomej		Skala 1:2, 1:1
Rysunek: Żebro skrajne modelu		Nr rys. 3

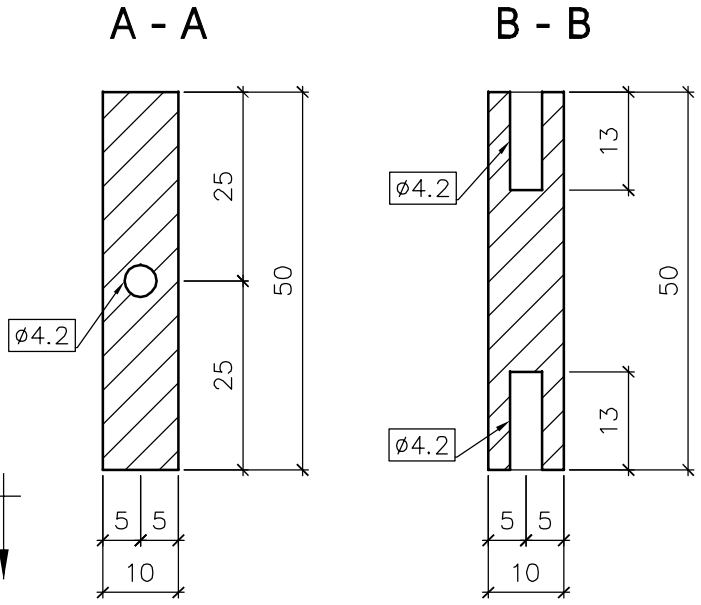
Żebro środkowe, szt. 3

Skala 1:2



Przekroje

Skala 1:1

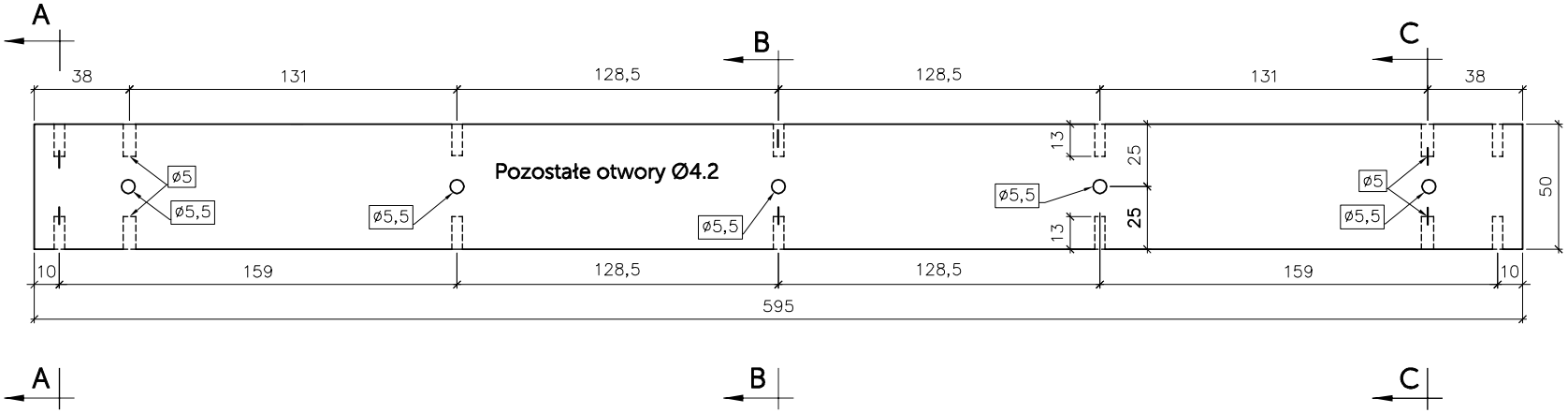


Materiał: EN AW 6060,
blacha grubości g=10mm

Temat: Budowa modelu płyty poziomej	Skala 1:2, 1:1
Rysunek: Żebro środkowe modelu	Nr rys. 4

Ściana czołowa, szt. 1

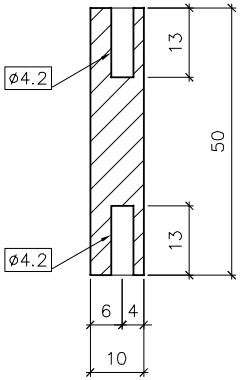
Skala 1:2



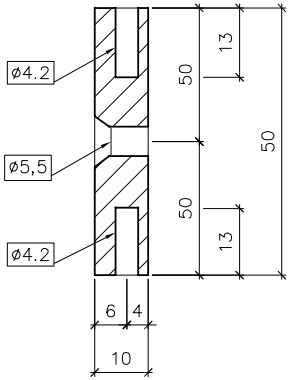
Przekroje

Skala 1:1

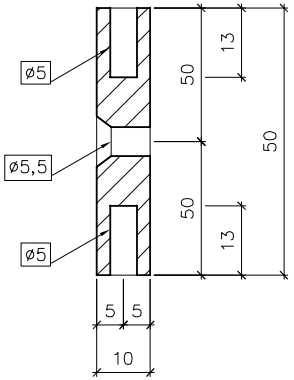
A - A



B - B



C - C

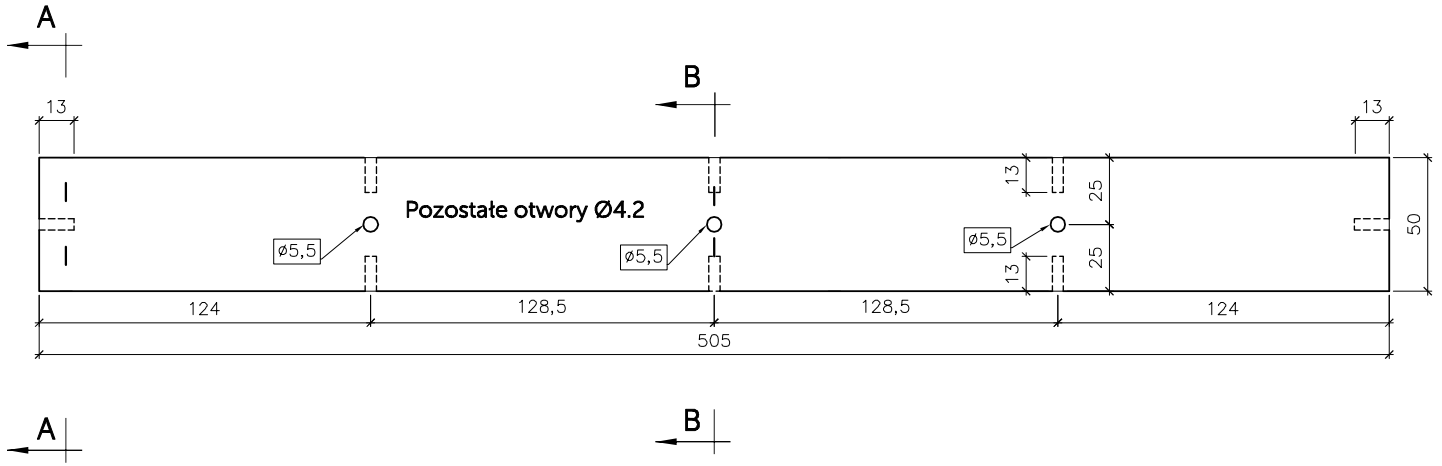


Materiał: EN AW 6060, blacha grubości g=10mm

Temat: Budowa modelu płyty poziomej	Skala 1:1, 1:2
Rysunek: Ściana czołowa modelu	Nr rys. 5

Ściana tylna g=10mm, szt. 1

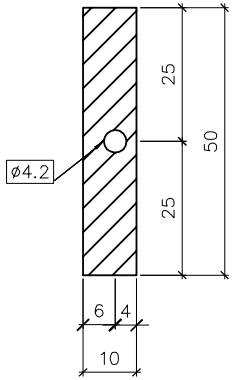
Skala 1:2



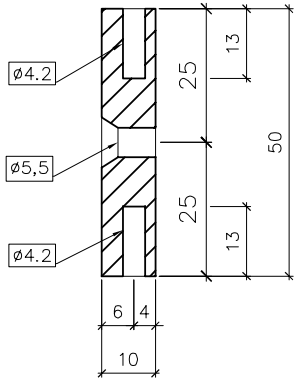
Przekroje

Skala 1:1

A - A



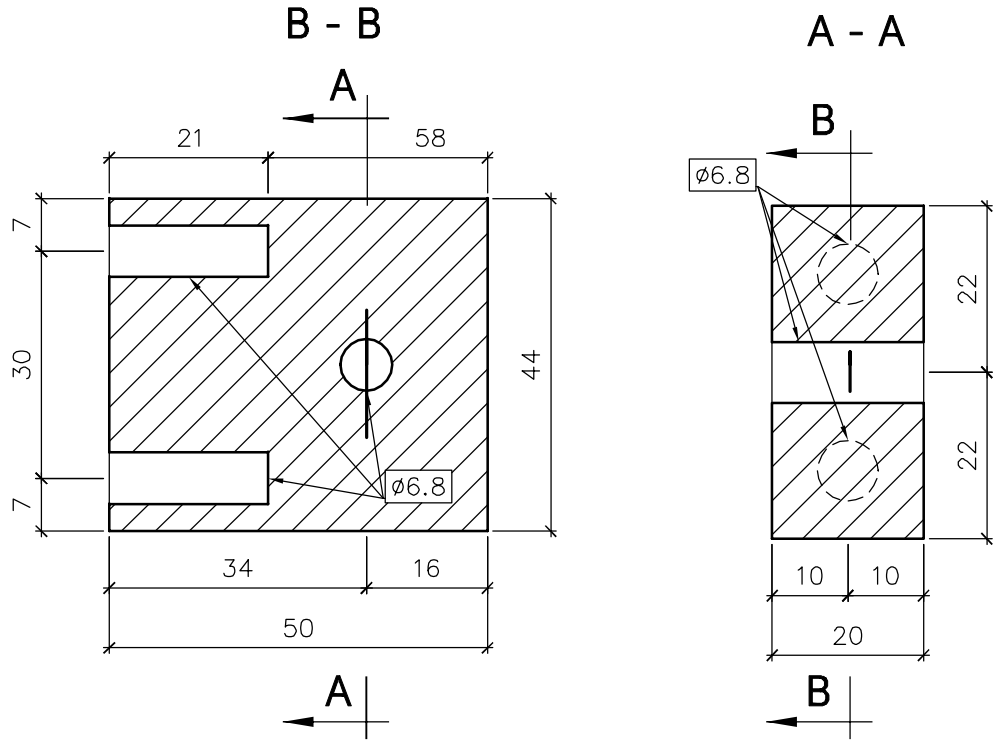
B - B



Materiał: EN AW 6060, blacha grubości g=10mm

Temat: Budowa modelu płyty poziomej	Skala 1:1, 1:2
Rysunek: Ściana tylna modelu	Nr rys. 6

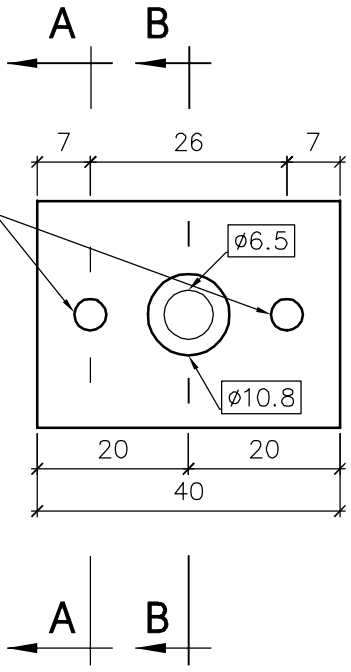
Klocek mocujący płytę, szt. 2

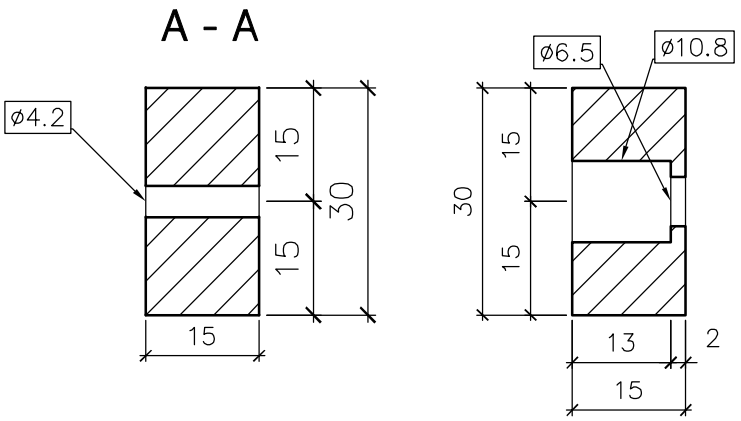


Materiał: EN AW 6060,
blacha grubości g=20mm

Temat: Budowa modelu płyty poziomej	Skala 1:1
Rysunek: Klocek mocujący płytę modelu do ściany pionowej	Nr rys. 7

Klocek mocujący czujnik ciśnienia PDCR-81, szt. 6

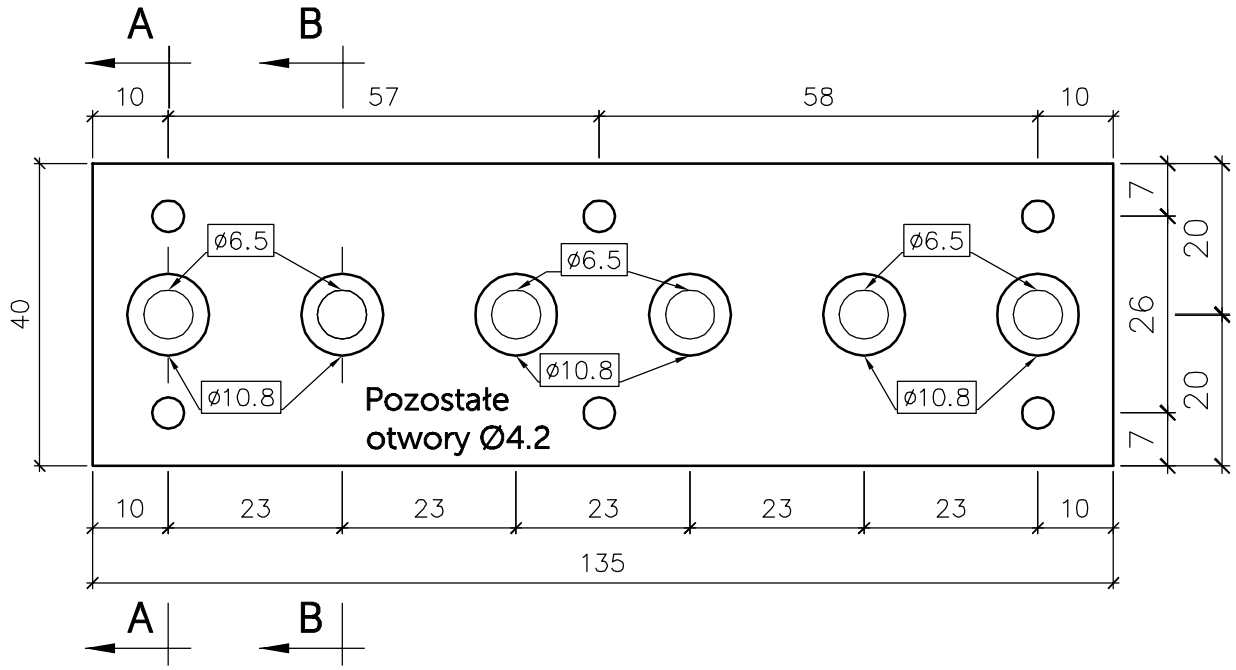


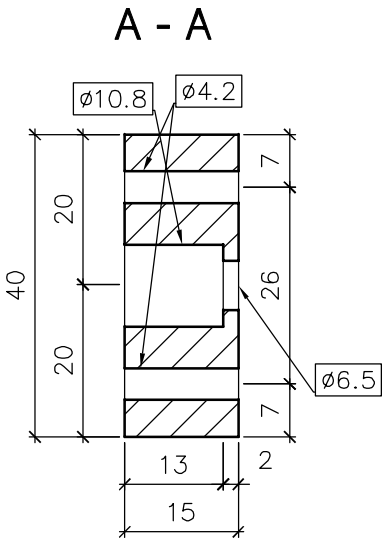


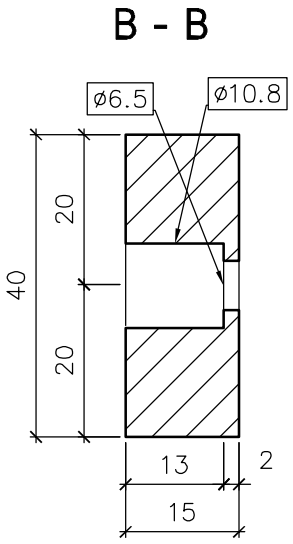
Materiał: EN AW 6060,
blacha grubości g=15mm

Temat: Budowa modelu płyty poziomej	Skala 1:1
Rysunek: Klocek mocujący czujnik ciśnienia	Nr rys. 8

Płytka mocująca czujniki ciśnienia, szt. 1



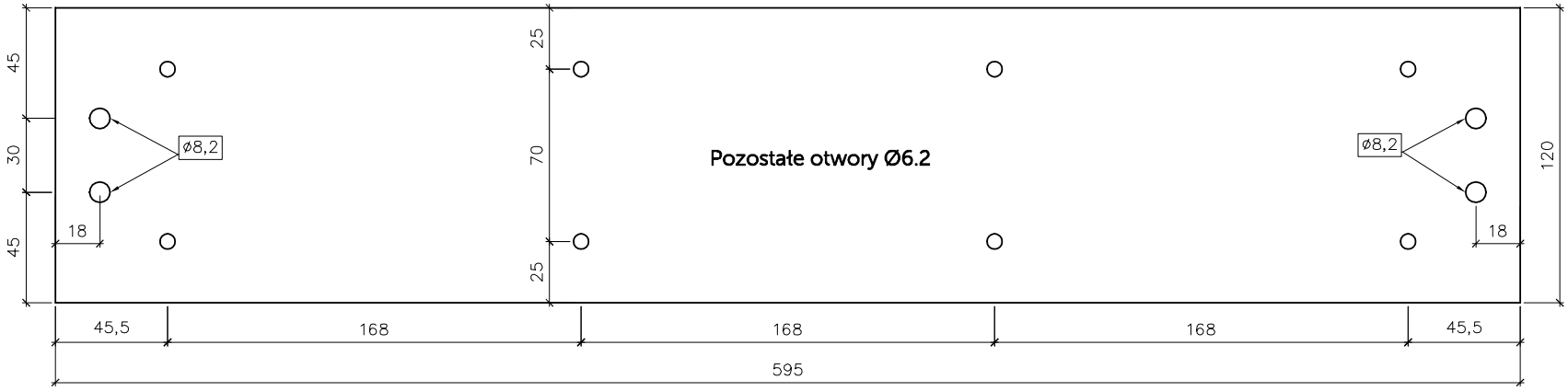




Materiał: EN AW 6060,
blacha grubości g=15mm

Temat: Budowa modelu płyty poziomej	Skala 1:2, 1:1
Rysunek: Płytka mocująca czujniki ciśnienia	Nr rys. 9

Płyta mocująca model do ściany pionowej, szt. 1

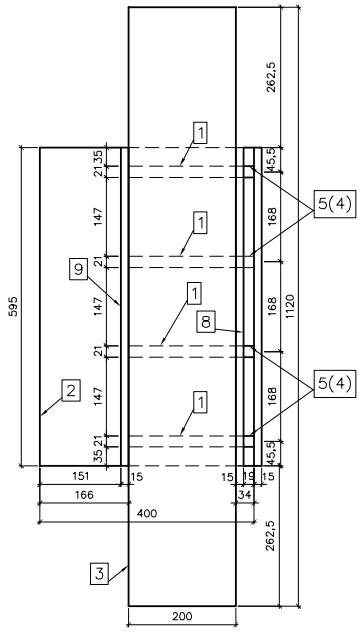


Materiał: EN AW 6060, blacha grubości g=15mm

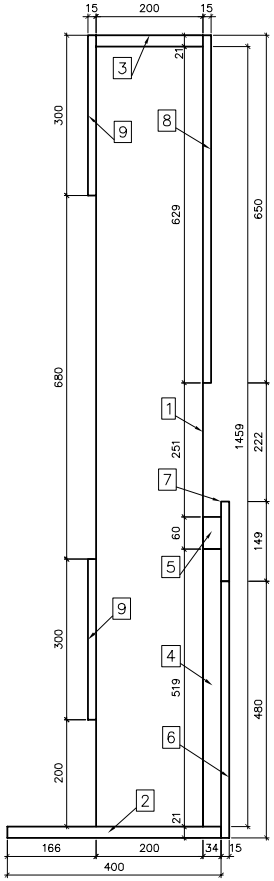
Temat: Budowa modelu płyty poziomej	Skala 1:1
Rysunek: Płyta mocujący model do ściany pionowej	Nr rys. 10

Konstrukcja wsporcza płyty poziomej

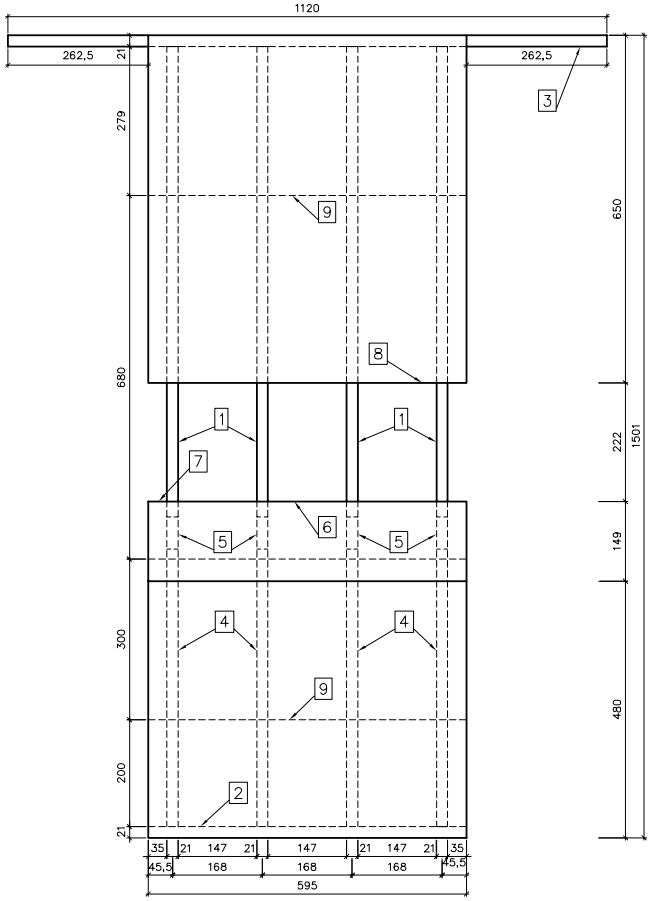
Widok z góry



Widok z boku



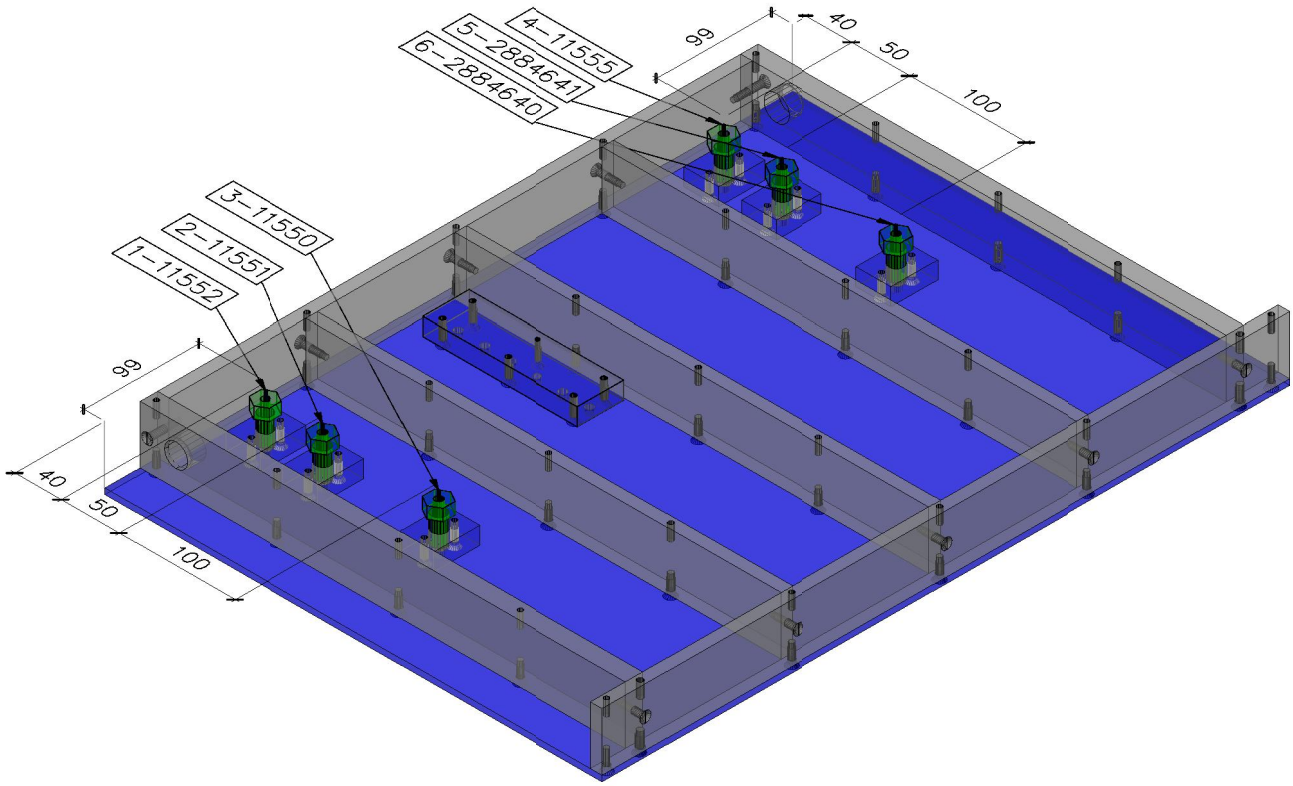
Widok z przodu



Zestawienie elementów ściany pionowej				
Nr	Materiał	Grubość [mm]	Wymiary [mm]	Ilość [szt.]
1	Sklejka wodoodporna	21	1459×200	4
2		21	595×400	1
3		21	1120×200	1
4		21	519×34	4
5		21	60×34	4
			90×34	4
			120×34	4
6		21	1459×200	1
7		15	595×149	1
			595×179	1
			595×209	1
8		15	595×650	1
9		15	595×300	2

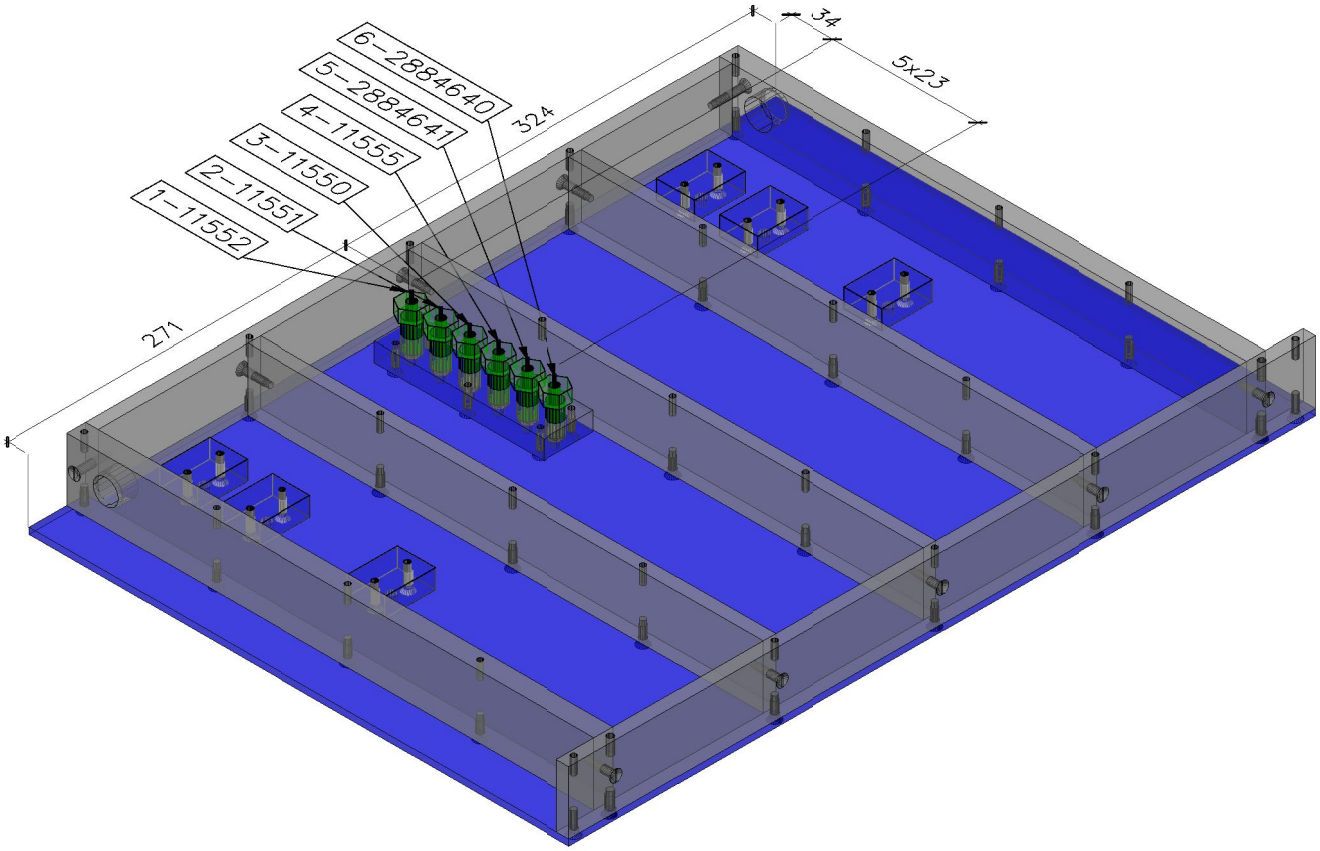
Temat: Budowa modelu płyty poziomej	Skala 1:10
Rysunek: Konstrukcja wsporcza płyty poziomej	Nr rys. 11

Rozmieszczenie czujników ciśnienia PDCR-81 w dwóch rzędach



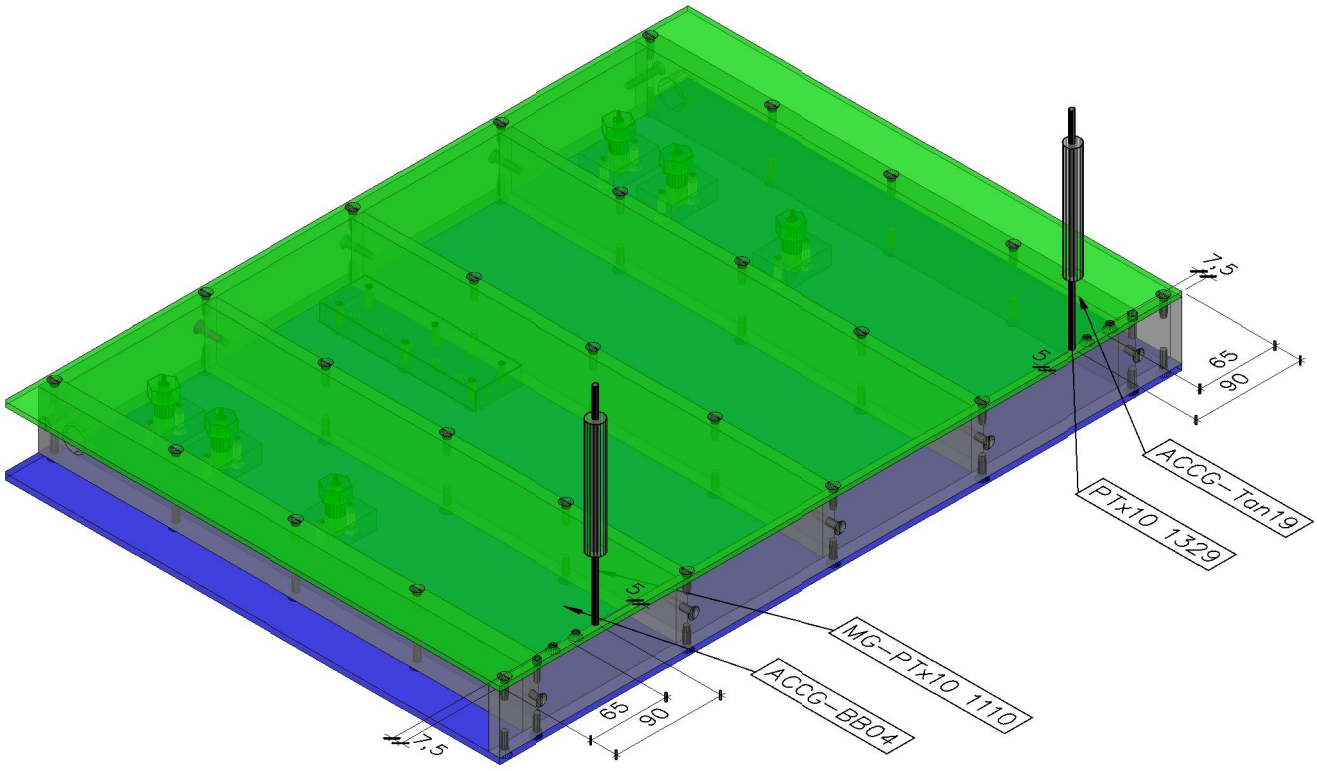
Temat: Budowa modelu płyty poziomej	
Rysunek: Rozmieszczenie czujników ciśnienia w dwóch rzędach	Nr rys. 12

Rozmieszczenie czujników ciśnienia PDCR-81 w jednym rzędzie



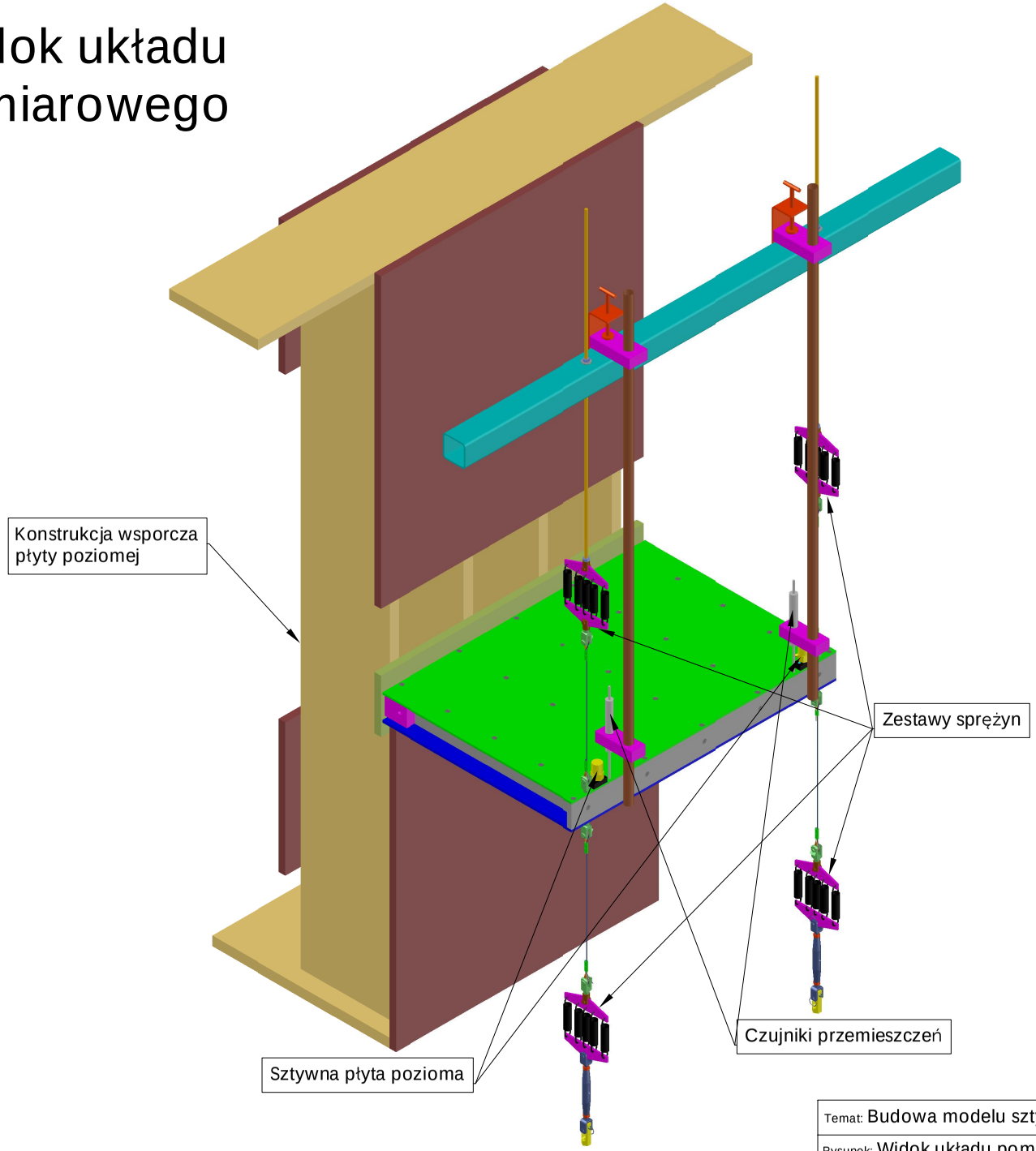
Temat: Budowa modelu płyty poziomej	
Rysunek: Rozmieszczenie czujników ciśnienia w jednym rzędzie	Nr rys. 13

Rozmieszczenie czujników przyspieszenia i przemieszczenia



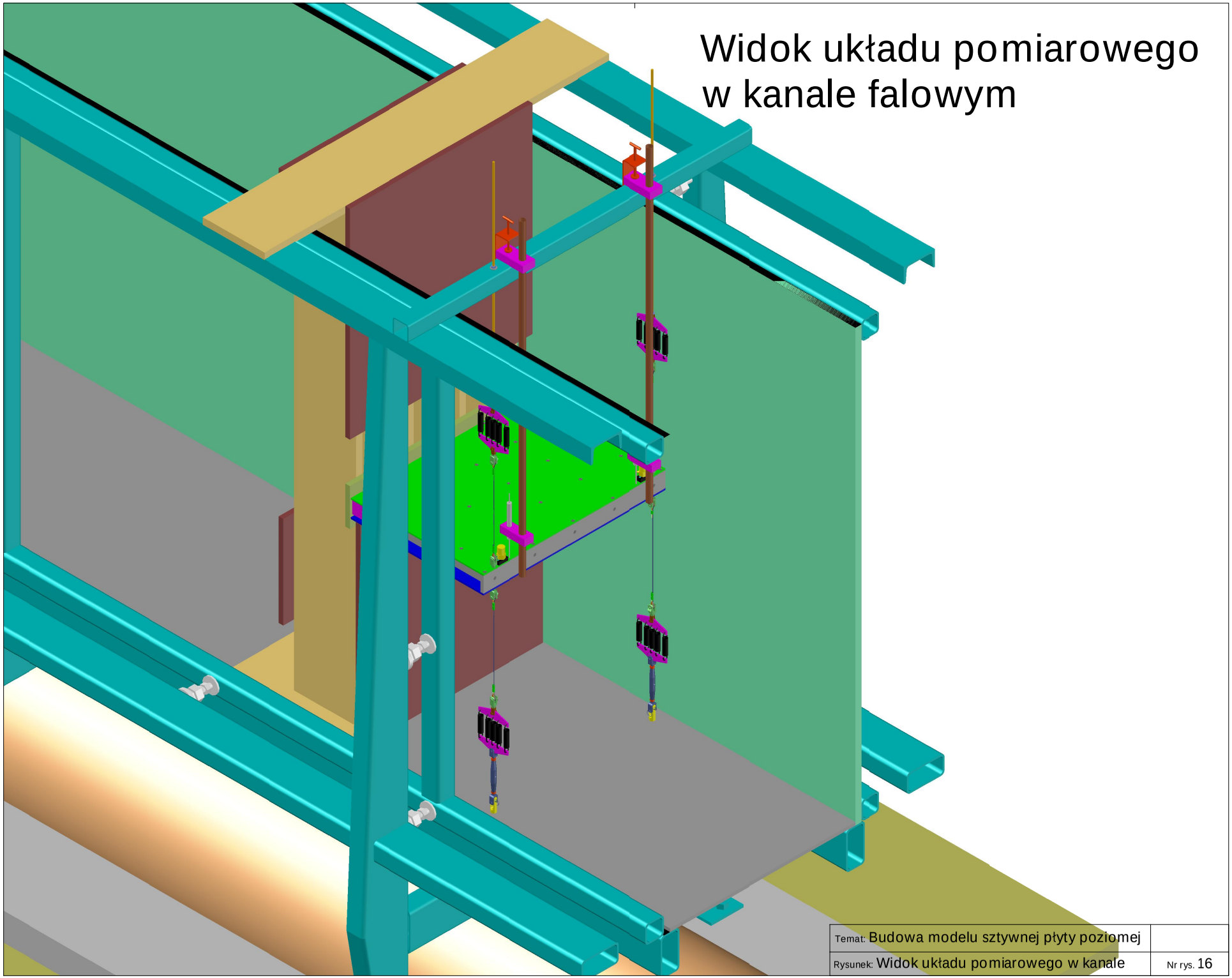
Temat: Budowa modelu płyty poziomej	
Rysunek: Rozmieszczenie czujników przyspieszenia i przemieszczenia	Nr rys. 14

Widok układu pomiarowego



Temat: Budowa modelu sztywnej płyty poziomej	
Rysunek: Widok układu pomiarowego	Nr rys. 15

Widok układu pomiarowego w kanale falowym



Temat: Budowa modelu sztywnej płyty poziomej	
Rysunek: Widok układu pomiarowego w kanale	Nr rys. 16