INSTYTUT BUDOWNICTWA WODNEGO

POLSKIEJ AKADEMII NAUK

Mgr Aneta Zdolska

GENERACJA I TRANSFORMACJA NIELINIOWYCH FAL GRAWITACYJNYCH W BASENIE FALOWYM

Praca doktorska wykonana w Zakładzie Mechaniki
Falowania i Dynamiki Budowli
Instytut Budownictwa Wodnego PAN

Promotor pracy: dr hab. inż. Wojciech Sulisz,
profesor Instytutu Budownictwa Wodnego

Gdańsk 2020

„Nie ma nic bardziej praktycznego niż dobra teoria.”

Ludwig Boltzmann

Streszczenie

Praca doktorska związana jest z badaniami naukowymi dotyczącymi teorii trójwymiarowych generatorów i wielokierunkowego pola falowania w basenie falowym. Zawiera ona przegląd wybranych prac opisujących numeryczne baseny falowe oraz związane z nimi eksperymenty dotyczące zbudowanych modeli numerycznych. Głównym celem i wkładem w dotychczasowy stan wiedzy w tej tematyce było opracowanie przez doktorantkę pół-analitycznego nieliniowego modelu numerycznego, który w sposób efektywny opisywałby zjawiska zachodzące podczas generacji i transformacji nieliniowych fal grawitacyjnych w zamkniętym akwenie oraz jego walidację w oparciu o wyniki uzyskane w laboratorium hydraulicznym. Koncepcyjnie model opiera się na rozwiązaniu analitycznym, które spełnia zasadniczą część warunków brzegowych zagadnienia opisanego w zmiennych Eulera. Warunki brzegowe na powierzchni swobodnej i na powierzchni generatora zostają spełnione poprzez odpowiedni dobór parametrów zaproponowanego rozwiązania. Przyjęty sposób rozwiązania zagadnienia brzegowego umożliwia analizę generacji i transformacji fal nieliniowych o dużej stromości oraz towarzyszących im procesów hydrodynamicznych w skończonym obszarze obliczeniowym, symulującym rzeczywisty basen falowy. Efektywny model trójwymiarowy uzyskano przez zastosowanie metody funkcji własnych i FFT. Model numeryczny został poddany doświadczalnej weryfikacji w oparciu o pomiary przeprowadzone przez doktorantkę w kanale falowym IBW PAN. W pomiarach tych zastosowany został nowatorski typ wywoływacza – wywoływacz wahadłowy boczny, który pozwalał na generowanie trójwymiarowego pola falowego. Między obliczonymi i pomierzonymi w badaniach wartościami wzniesień powierzchni swobodnej oraz ich fazami istnieje bardzo dobra zgodność. Dodatkowym atutem pracy jest analiza zjawisk rezonansu zachodzącego w takich obiektach hydrotechnicznych jak baseny falowe. Znaczącym wkładem autorki pracy w dotychczasową wiedzę na temat zjawiska rozkołysu w basenie falowym jest analiza powstawania fali poprzecznej podczas generacji fal regularnych za pomocą generatora segmentowego o różnych funkcjach kształtu. Opracowany model numeryczny może być przydatnym narzędziem do identyfikacji i oceny takich zjawisk jak odbicie fali od ścian basenu, sejsze czy tłumienie falowania w zamkniętych obszarach morskich.

Abstract

The dissertation is based on previous scientific research related to the theory of three-dimensional generators and multidirectional wave field generated in a wave basin. It contains a review of the selected papers describing numerical wave basins and experiments related to them, as well as numerical models created so far. The main goal and contribution to the current state of the art in this field was the semi-analytical non-linear numerical model, created by the author of this PhD dissertation, which effectively describes the phenomena occurring during the generation and transformation of non-linear surface waves in wave basins and its validation based on the results obtained in the hydraulic laboratory. Conceptually, the model is based on the analytical solution that meets the essential part of the boundary conditions of the problem defined by the Eulerian description of fluid. The boundary conditions on the free surface and on the wavemaker surface are met by the appropriate selection of parameters of the proposed solution. The applied solution to the boundary problem enables the analysis of generation and transformation of non-linear waves and accompanying hydrodynamic processes for high wave steepness and a wide range of conditions in the finite calculation area, which characterises a real wave basin, and takes into account the damping of the waves by a wave absorber. An efficient three-dimensional solution is obtained by applying eigenfunction expansions and FFT. The numerical model was subjected to an experimental verification by carried out measurements in the wave flume of the IBW PAN by the author of the dissertation. An innovative type of wavemaker, a side – hinged wavemaker was constructed and applied in the wave flume to generate a three-dimensional wave field. A reasonable agreement is observed between the predicted and measured time series of the free-surface elevations and the amplitudes of the corresponding Fourier series. The results also show that the wave phases predicted by applying the theoretical models are in reasonable agreement with the experimental data. An additional advantage of the work is the analysis of resonance phenomena occurring in wave basins. The primary contribution of the author of the dissertation to the state of art of the process of generating cross-waves in a wave basin is the analysis of these phenomena at the generation of regular waves by adopting a ‘snake’ generator with different imposed shape functions. Identification of such phenomena as the reflection of the wave from the basin walls, sloshing waves or damping of the wave, which the created numerical model allows, is essential for the correct interpretation of research results and phenomena occurring in closed sea areas such as basins or port channels.

SPIS TREŚCI

Spis symboli

A_{mn}	współczynniki rozwiązania zagadnienia początkowo-brzegowego opisujące część funkcji potencjału prędkości Φ_f związaną ze stanem swobodnej powierzchni w basenie falowym
a_{mn}	współczynniki rozwiązania zagadnienia początkowo - brzegowego opisujące stan wzniesienia swobodnej powierzchni
b	długość basenu [m]
B_{mn}	współczynniki rozwiązania zagadnienia początkowo-brzegowego opisujące część funkcji potencjału prędkości Φ_w związaną z ruchem generatora segmentowego
c	szerokość basenu [m]
c_f	prędkość fazowa fali [m/s]
g	przyspieszenie ziemskie [m/s^2]
h	głębokość wody [m]
L	długość fali [m]
p	ciśnienie dynamiczne [Pa]
T	okres fali [s]
t	czas [s]
$\boldsymbol{V}$	wektor prędkości cieczy [m/s]
V_0	objętość początkowa wody w basenie [m^3]
x, y, z	współrzędne kartezjańskie w modelu trójwymiarowym
α	funkcja zmiennych x i y opisująca tłumienie
ε_E	błąd względny bilansu energii
ε_m	błąd względny bilansu masy
η	wzniesienie powierzchni swobodnej
λ_{mn}	wartości własne związane funkcją potencjału prędkości opisującą zmiany wzniesienia swobodnej powierzchni w obszarze basenu falowego
μ_{mn}	wartości własne związane z funkcją potencjału prędkości opisującą ruch generatora segmentowego
ξ_n	współczynniki szeregu Fouriera opisującego ruch generatora w rozwiązaniu analitycznym

ρ	gęstość cieczy
τ_{mn}	parametr, który przyjmuje wartości 0 lub 1 w zależności od indeksów *m* i *n*
Φ	potencjał Φ prędkości cieczy
Φ_f	potencjał prędkości opisujący ruch wzniesienia swobodnej powierzchni
Φ_w	potencjał prędkości opisujący ruch generatora segmentowego
φ	kąt wychylenia płyty wywoływacza wahadłowego bocznego względem położenia równowagi
χ	funkcja opisująca ruch generatora w płaszczyźnie *xy*
ω	częstość kątowa (pulsacja)

1 Wstęp

1.1 Znaczenie basenu falowego w modelowaniu zagadnień hydrotechniki

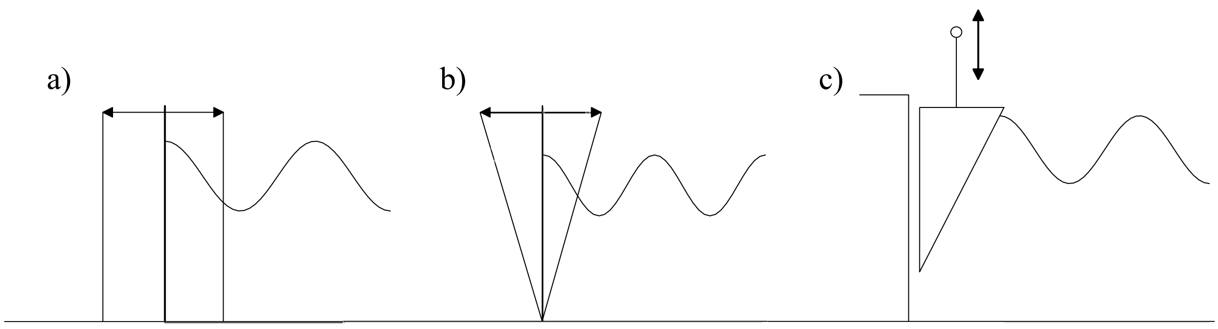
Badania laboratoryjne dotyczące projektowania jednostek pływających oraz konstrukcji hydrotechnicznych na ogół wykonywane są w basenach falowych. Potrzebny jest szereg specjalistycznych analiz i symulacji by dobrze określić parametry eksploatacyjne tych konstrukcji i zapewnić ich bezpieczną pracę w zmiennych warunkach pogodowych występujących na otwartym morzu. Przeprowadzenie takich analiz umożliwiają baseny hydrotechniczne, ponieważ można w nich wygenerować wielokierunkowe pole falowe odpowiadające warunkom występującym na obszarze otwartego morza.

Baseny falowe to obiekty hydrotechniczne wyposażone w generator fal, wygaszacz falowania (zazwyczaj półprzepuszczalna skarpa nachylona pod kątem kilkunastu stopni do poziomu), filtry przepływowe, podest technicznyi platformę rejestrującą, na której znajduje się aparatura pomiarowa (sondy, kamera, itp.). Zdefinicji basen falowy jest rodzajem kanału falowego, którego szerokość i długość są porównywalnego rzędu. Tego typu laboratoria są wykorzystywane zazwyczaj podczas badań projektowych portów i przystani, wrót przeciwpowodziowych na ujściach rzek, projektów ochrony brzegów, a w ostatnich dekadach także do badań oddziaływania falowania morskiego na konstrukcje pełnomorskie, np. platformy wiertnicze czy też farmy wiatrowe. Do zaprojektowania takich konstrukcji wymagana jest wiedza o tym jak zachowają się one podczas ekspozycji na szeroki zakres parametrów falowych i wielokierunkowe pole falowe, w którym fale wzajemnie na siebie oddziałują. Do warunków takich należą między innymi zjawiska koncentracji fal na pełnym morzu, tworzenie się fal ekstremalnych, zjawiska rozkołysu w zbiornikach hydrotechnicznych, różnego typu zjawiska rezonansowe pomiędzy falowaniem morskim a budowlą. Baseny falowesą laboratoriami, w których istnieje możliwość wytworzenia kierunkowego pola falowego, lecz mają też swoje ograniczenia. Są to głównie krótsze niż dla kanałów falowych czasy predykcji fal, tak by móc pozbyć się wpływu fali odbitej od końca basenu na zarejestrowane w eksperymencie sygnały.

Wiedza związana z mechaniczną generacją i transformacją fal jest niezbędna do analizy wymienionych procesów falowych, a testy w basenach falowych zaliczają się do najbardziej zaawansowanych dotychczas symulacji zjawisk falowych występujących w morzach i oceanach. Oczywistym faktem jest, że wykonywane są one w pomniejszonej skali względem realnych zjawisk, np. powstawania fal ekstremalnych lub fal tsunami.

1.2 Rodzaje generatorów falowania w basenach falowych

Generator falowania, zwany też falowym wywoływaczem mechanicznym (ang. '*wavemaker*'), to urządzenie hydrotechniczne służące do generacji fal wodnych w kanałach lub basenach falowych.

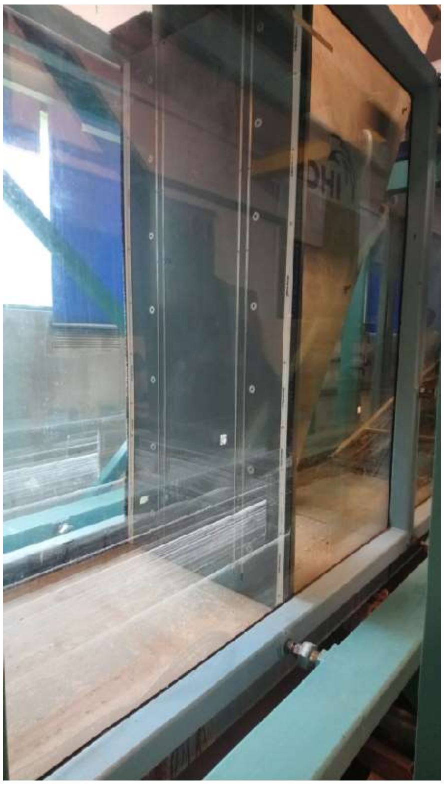


Rys. 1.1. Podstawowe typy generatorów fal: a) typu tłokowego b) typu klapowego c) typu klinowego.

Stosowane są różne typy wywoływaczy fal. Ze względu na budowę i mechanizm ich działania możemy podzielić je na:

a) generator typu tłokowego (Rys. 1.1a), zbudowany z pionowej klapy poruszającej się poziomo,
b) wywoływacze typu klapowego (wahadłowego) (Rys. 1.1b) o osi obrotu leżącej na dnie kanału lub poniżej, wykorzystywane głównie do generacji fal o umiarkowanym stosunku długości fali do głębokości *L/h*, możliwa jest też generacja fal dłuższych,
c) generator typu klinowego, w którym element o trójkątnym przekroju poprzecznym, porusza się pionowo w stosunku do średniego poziomu wody (Rys. 1.1c),
d) wywoływacz typu segmentowego (Rys. 1.3) – składający się z wielu elementów zespół generatorów typu tłokowego (rzadziej klapowego), poruszających się niezależnie od siebie, gdzie ruch niesprzężonych ze sobą elementów powoduje generację fal rozchodzących się pod różnymi kątami.

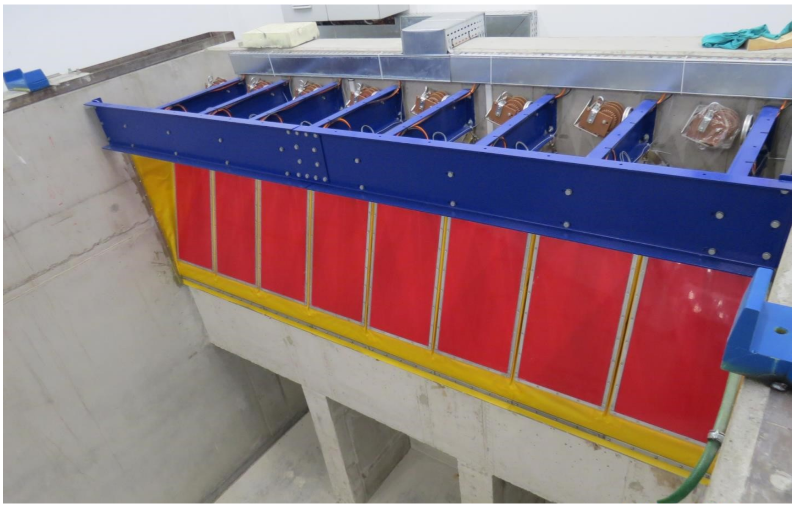
Element bezpośrednio generujący fale powinien być wykonany z odpornego na korozję, lekkiego materiału (Rys.1.2) w celu zredukowania siły bezwładności, dobranego tak, aby maksymalnie ograniczyć wibracje.



Rys. 1.2. Wywoływacz typu tłokowego (laboratorium hydrauliczne IBW PAN).

Generator segmentowy składa się z licznych, niezależnie od siebie montowanych modułów, co umożliwia łatwą instalację, jak również późniejszą pracę w różnym ustawieniu wewnątrz basenu oraz opcjonalnie jego rozszerzenie. Każdy z modułów posiada określoną liczbę pojedynczych łopatek, które pracują niezależnie od siebie. Tradycyjnie generatory fal są zasilane hydraulicznie, jest to system najwydajniejszy dla dużych, jednoelementowych generatorów. Przy mniejszych siłach, występujących np. w wywoływaczach typu segmentowego, zwiększa się liczbę napędów i stosuje zazwyczaj elektroniczne urządzenie wzbudzające z mechanizmem zębatkowym (są one cichsze i wymagają mniejszego poboru energii elektrycznej niż zasilane hydraulicznie).

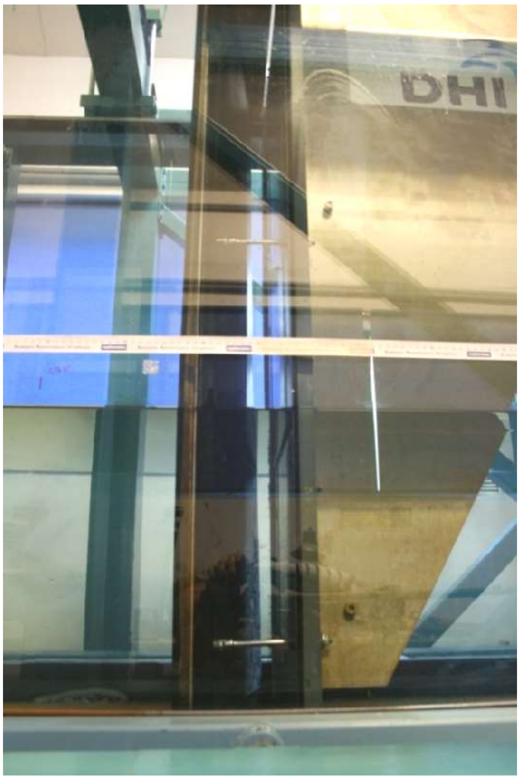
Odmianą wywoływacza segmentowego jest generator spiralny (Rys. 1.4). Może on wytwarzać fale rozchodzące się spiralnie, a konstrukcja basenu eliminuje efekt końca.



Rys.1.3. Wywoływacz typu segmentowego (basen falowy CTO Gdańsk).

Rys. 1.4. Spiralny generator segmentowy (Oregon State University).

Podczas badań eksperymentalnych wykonanych w laboratorium IBW PAN skonstruowano innowacyjny typ wywoływacza falowego (Rys. 1.5), będący hybrydą hydraulicznego wywoływacza typu tłokowego i wywoływacza wahadłowego bocznego o pionowej osi obrotu znajdującej się przy jednej ze ścian kanału falowego.



Rys. 1.5. Konstrukcja wywoływacza wahadłowego bocznego w kanale falowym IBW PAN.

Podczas badań eksperymentalnych, za pomocą tego wywoływacza generowano trójwymiarowe pole falowe, mające charakter pola falowego wytwarzanego przez generatory segmentowe w basenach falowych. Pomiar wychylenia swobodnej powierzchni wody wykonano sondami oporowymi. Wyniki zaprezentowano i opublikowano na międzynarodowej konferencji 3rd IAHR Europe Congress (Sulisz, Dargacz, 2014).

1.3 Liniowa i nieliniowa teoria generatorów falowania

Najbardziej rozpowszechnionym modelem matematycznym opisującym falowanie powierzchniowe w wodzie jest tzw. teoria liniowa (Airy'ego), sformułowana dla cieczy nielepkiej przy założeniu niewielkiego stosunku amplitudy fali do jej długości. Podawany zakres jej poprawności jest bardzo niewielki – dla fal głębokowodnych stosunek wysokości fali do jej długości nie powinien przekraczać wartości około 1/160. Pierwszym autorem, który przedstawił liniowe rozwiązanie generacji i propagacji falowania był Havelock. W 1929 roku przedstawił on teorię wymuszonych fal grawitacyjnych dla zakresu fal głębokowodnych oraz dla warunków ograniczonej głębokości. Kolejnym teoretykiem, który uwzględnił dodatkowo zagadnienie początkowo brzegowe, był Kennard (1949). Biesel i Suquet (1953) uzyskali jawne rozwiązanie liniowe dla falowania generowanego przez wywoływacz falowy typu tłokowego i klapowego. Kolejni badacze (Ursell i in. 1960, Galvin 1964, Keating i Webber 1977) przetestowali możliwość stosowania liniowej teorii generacji i propagacji falowania dla fal o małej stromości dla wywoływaczy falowych typu tłokowego. Dla wywoływaczy typu klapowego przeprowadzili takie badania Galvin(1964), Patel i Ionnaou(1980), Hudspeth i in. (1981). Dla większych amplitud fal zauważono, że propagująca fala jest złożeniem fali głównej i jednej lub więcej fal drugiego rzędu (Goda i Kikuya 1964, Multer i Galvin 1967).W sytuacji, gdy odpowiednio długie fale o dużej amplitudzie generowane są przez sinusoidalnie poruszający się wywoływacz, propagująca się fala nie posiada stałego profilu, jak wynikałoby to z przewidywań teorii liniowej, ale składa się z fali podstawowej i jednej lub więcej fal drugiego rzędu. Zjawisko to wykracza poza zakres stosowalności teorii liniowej i wymaga zastosowania rozwiązań nieliniowych.

Pierwsze rozwiązania dla fal nieliniowych zostały opracowane dla sinusoidalnie poruszającego się wywoływacza typu tłokowego. Fontanet (1961) otrzymał rozwiązanie dla słabo nieliniowych fal za pomocą opisu Lagrange'a, jednak rozwiązanie to jest skomplikowane, a do tego może być zastosowane jedynie dla przypadku wywoływacza typu tłokowego. Madsen (1971) uzyskał bardziej przydatne rozwiązanie dla generatora typu tłokowego poprzez wykorzystanie przybliżenia Stokes'a. Rozwiązanie Madsen'a (1971) jest ważne dla fal długich. W późniejszym czasie częściowo rozwinął je Daugaard (1972) oraz Flick i Guza (1980). Daugaard (1972) starał się uwzględnić efekty rozwiązania liniowego, które zanikają przy oddalaniu się od generatora, w rozwiązaniu drugiego rzędu. Jednakże uzyskane rozwiązanie nie spełnia wszystkich warunków brzegowych i stanowi jedynie przybliżone rozwiązanie kompletnego zagadnienia drugiego rzędu. Flick i Guza (1980) analizowali ruch generatora typu klapowego przy użyciu teorii Stokes'a, przy założeniu, że oś obrotu klapy znajduje się w różnym położeniu w stosunku do dna kanału. Rozwiązanie zaproponowane przez Flick'a i Guza (1980), podobnie jak rozwiązanie Daugaard'a (1972), nie uwzględnia wpływu rozwiązania liniowego, które zanika przy oddalaniu się od generatora. Ich rozwiązanie, podobnie zresztą jak rozwiązania Madsen'a (1971) oraz Daugaard'a (1972), nie jest kompletne, gdyż pomija niezależność rozwiązania drugiego rzędu od czasu, co jest wymagane do dokładnego spełnienia warunków brzegowych na ścianach generatora oraz na swobodnej powierzchni cieczy w poziomie spokoju. Massel (1981) podjął próbę uzyskania rozwiązania niezależnego od czasu, które jest wymuszone przez kinematyczny warunek brzegowy na generatorze. Ze względu na pominięcie części członów pierwszego rzędu w rozwinięciu nieliniowym, uzyskane rozwiązanie nie spełnia wszystkich warunków brzegowych drugiego rzędu.

Ottesen-Hansen i inni (1980) oraz Sand (1982) przeprowadzili eliminację nierzeczywistych członów falowych drugiego rzędu poprzez narzucone skompensowane ruchy generatora drugiego rzędu. Sand i Mansard (1986) rozszerzyli to podejście i sformułowali warunki konieczne do powstania wyższych składowych harmonicznych fal w nieregularnym stanie morza. Model numeryczny generatora falowego, wykorzystujący przybliżenie Stokes'a, został opracowany przez Kim'a (Kim, T.I. 1985) oraz Kim'a i zespół (Kim, T.I., Hudspeth, R.T., Sulisz, W. 1986). Hudspeth i Sulisz (1993) zaproponowali natomiast rozwiązanie drugiego rzędu dla dowolnego rodzaju wywoływacza falowego, sformułowane w układzie Eulera. Wykorzystany sposób rozwiązania polegał na znalezieniu funkcji własnych do drugiego rzędu włącznie. W swojej pracy, Hudspeth i Sulisz (1993), większość uwagi poświęcili dryfowi Stokes'a. Rozwiązanie to zostało następnie rozszerzone do fal bichromatycznych przez Moubayed'a i Williams'a (1994) oraz Schaffer'a (1996). Rozwiązania te można stosować jedynie do zagadnień generacji i propagacji słabo nieliniowych fal powierzchniowych. W kolejnej dekadzie inny model zaproponowali Liu i in. (2005) - generację fal w oparciu o równania Bousinesq'a, które zostały rozwiązane metodą elementów skończonych, jednak jedynie dla warunków płytkowodnych. Zhang i Schaffer (2007) zastosowali do rozwiązania dla nieliniowych fal generowanych w kanale falowym metodę funkcji prądu, łącząc liniową teorię generacji fal wodnych i teorię fal długich. Ich wyniki są wiarygodne tylko dla fal o małej stromości. Za pomocą metody spektralnej Sulisz i Paprota (2004,2008) opisali problem modelu dwuwymiarowego generacji i propagacji nieliniowych fal wodnych o umiarkowanej stromości. Poprzez zastosowanie rozwinięcia w funkcje własne, zaproponowali oni rozwiązanie pół-analityczne, które następnie zostało zastosowane do analizy nieliniowych efektów towarzyszących propagacji fal i plików falowych. Autorzy skupili się głównie na zmianach profilu oraz widm energii spowodowanych nieliniowym oddziaływaniem składowych fali w pliku fal. W swoich badaniach uwzględnili fale o różnej stromości i szerokim zakresie stosunku długości fali do głębokości wody. Następnie opracowali dwuwymiarowy model trzeciego rzędu pozwalający na rozkład ciągów fal głębokowodnych i formowanie fal ekstremalnych, którego symulacje zostały pozytywnie zweryfikowane badaniami laboratoryjnymi w kanale falowym (Sulisz i Paprota, 2011). Znaczącą pozycją w tematyce nieliniowego opisu generacji fal w kanale falowym są też badania teoretyczne Khait'a i Shemer'a (Khait, A., Shemer, L. 2019). Powyżej wspomniane modele generacji dotyczą zagadnienia dwuwymiarowego.

1.4 Teoria trójwymiarowych generatorów i wielokierunkowego pola falowania w basenie falowym

Bazując na wcześniejszych badaniach implementujących metody pseudo - spektralne (Dommermuth i Yue 1987, West i in. 1987; Kim i in. 1998, Choi i Kent 2004), Craig i Sulem (1993) zastosowali metodę spektralną do skonstruowania rozwiązania zależnego od czasu, pozwalającego na opis fal nieliniowych. Ich rozwiązanie zostało rozszerzone później do zagadnienia trójwymiarowego dla zagadnienia tzw. fal biegnących (ang. '*travelling wave*') (Craig i Nicholls 2002) oraz dla zagadnienia trójwymiarowego fal przejściowych (ang. '*transientwaves*'), (Bateman i in. 2001). Znaczące prace opisujące wytwarzanie wielokierunkowego pola falowego w basenie to Mansard i in. (1997), gdzie zawarto przegląd metod generacji pola wielokierunkowego oraz praca autorstwa Li i Williams'a (2000), prezentująca rozwinięcie problemu generacji w basenie falowym do drugiego rzędu dla metody perturbacyjnej. Przy wykorzystaniu metody perturbacyjnej i metody Higer Order Spectral Method modelowano także numerycznie generację nieliniowego pola falowego w basenie za pomocą generatora segmentowego (Bonnefoy i in. 2006). Wiele badań w dziedzinie hydrotechniki przeprowadzanych jest przy użyciu szerokich basenów falowych, w których kierunkowe fale mogą być wytwarzane przez generator składający się z licznych, niezależnie od siebie pracujących elementów, znajdujących się wzdłuż jednej lub kilku ścian basenu. Zasymulowanie numerycznego obszar falowania bazuje na prostej zasadzie - przestrzenny sinusoidalny ruch nieskończenie długiego wywoływacza wytwarza fale regularne, które propagują się ukośnie w stosunku do płaszczyzny generatora. Generacja wielokierunkowego pola falowego za pomocą generatora typu '*snake*' została opisana teoretycznie w postaci liniowej w latach 80-tych XX wieku (Dean i Dalrymple 1984). Gdy w basenie występują dwa generatory falowe umieszczone wzdłuż dwóch przyległych do siebie ścian, to propagujące się z dwóch kierunków fale oddziałują ze sobą i otrzymujemy w ten sposób wielokierunkowe pole falowe. Skończona szerokość basenu wpływa jednakże na jakość wygenerowanych fal, co jest bezpośrednio związane z ich odbiciem od ścian. Można to zjawisko ograniczyć poprzez zastosowanie skarp wygaszających falowanie na końcu basenu i przy jego ścianach bocznych. W przedstawiony sposób można więc uzyskać w basenie falowym pole falowe odpowiadające warunkom otwartego morza. Odbicie fal od ścian nie jest jednakże jedynym ograniczeniem występującym podczas pomiarów laboratoryjnych. Zasadniczo, dopiero wygaszenie falowania na granicach basenu falowego oraz „odfiltrowanie" z zapisanego sygnału niepożądanych zaburzeń wywołanych przez urządzenia pomiarowe pozwala na wiarygodną interpretację zjawisk zachodzących w naturze. Uwzględniając jedynie rozwiązanie liniowe na powierzchni ścian generatora oraz na swobodnej powierzchni wody można stosować metodę superpozycji fal biegnących pod kątem do ścian basenu oraz prostopadle do osi generatora. Rozwiązanie liniowe nie jest jednak w stanie opisać dokładnie zjawisk o charakterze nieliniowym takich jak koncentracja fal, nieliniowe efekty propagacji fal długich itp. oraz tworzenie się fal ekstremalnych typu '*freakwaves*'.

Pierwsze lata XXI wieku to początek ery numerycznego modelowania fal wodnych i pojawienie się pierwszych modeli numerycznych basenów falowych (ang. *Numerical Wave Tank*, *NWT*). Widoczna staje się także potrzeba uwzględniania nieliniowego rozwiązania warunków brzegowych na powierzchni wywoływaczy falowych. Model matematyczny wygenerowanego wielokierunkowego pola falowego w basenie, gdzie zachodzą procesy nieliniowe, nie może być wiarygodny, jeśli nie uwzględnimy rozwiązania nieliniowego w zagadnieniu jego generacji.

Wskutek znacznego postępu w technice obliczeń komputerowych i wzrostu mocy obliczeniowej procesorów, w ostatnich dwóch dekadach uformowało się wiele zespołów badawczych zajmujących się tematyką Numerical Wave Tank, tworzących modele Numerycznych Basenów Falowych, które przez lata sukcesywnie rozwijano dla umożliwienia efektywnego badania fal grawitacyjnych i ich propagacji w obszarze o ograniczonych rozmiarach. W tym celu potrzebne były odpowiednie i wiarygodne narzędzia do tworzenia bazowych modeli teoretycznych i rzetelnej analizy danych z eksperymentów numerycznych, by mogły być one odtwarzalne w rzeczywistym trójwymiarowym basenie falowym.

Dotychczas zostało skonstruowanych kilka typów modeli Numerycznych Basenów Falowych, charakteryzujących się różnymi poziomami aproksymacji danych wyjściowych. Większość z nich bazuje na teorii potencjalnej nieściśliwej i nielepkiej cieczy, bez uwzględnienia zjawiska załamania fali progresywnej.W niektórych z nich uwzględniono zagadnienie przepływu lepkiego (Park, Kim, Miyata, Chun 2003), jednak dla dużych obszarów i długoczasowych symulacji modele takie są zbyt dyssypatywne i czasochłonne w obliczeniach.

Jednym z typów NWT jest model oparty na metodzie różnic skończonych (Different Potential Model), rozwinięty pod nazwą QUALE-FEM (Ma i Yan 2009; Yan i Ma 2010), który umożliwia symulację prądu powrotnego występującego w basenie. Kolejny model NWT oparty na połączeniu metod Elementów Brzegowych Wyższego Rzędu (High-Order BEM) i FMA (Fast Multipole Algorithm) pozwolił na uzyskanie symulacji fal typu '*rouge waves*' przy zastosowaniu zjawiska kierunkowego ogniskowania (Fochesato, Grilli i Dias 2007). Dla dużych obszarów wymagał on jednak dużych mocy obliczeniowych, tak jak każda z metod BEM. Bardziej efektywne okazały się modele oparte na metodach spektralnych. Przewagę uzyskały głównie dzięki możliwości wielokrotnego użycia w nich algorytmu Fast Fourier Transform (FFT) i metod programowania równoległego (Paprota i Sulisz 2019). Ich głównym ograniczeniem są problemy związane ze stabilnością numeryczną modelu, spowodowaną właściwościami algorytmów numerycznych. Można jednak zminimalizować ten problem stosując dodatkowo techniki anty – aliasingu (Fructus, Clamond, Grue i Kristiansen 2005), wygładzania (tzw. *smoothing signal method*) lub nakładając na rozwiązanie różnego rodzaju filtry numeryczne (które zawsze warto wykalibrować na drodze porównań symulacji numerycznych z pomiarami eksperymentalnymi).

1.5 Cel i przedmiot pracy

Omówione powyżej nieliniowe modele generacji i propagacji nieliniowych fal wodnych wymagają dyskretyzacji w czasie i przestrzeni. Fakt ten oznacza możliwość zastosowania tych modeli dla stosunkowo małych obszarów obliczeniowych ze względu na ograniczenia, wynikające z niedostatecznej wydajności stosowanych do tego celu metod numerycznych i sprzętu komputerowego. Wadą takich modeli numerycznych jest też ich ograniczona stabilność numeryczna, której poprawianie poprzez zastosowanie różnego rodzaju filtrów może prowadzić do utraty części informacji o zachodzących w danym eksperymencie procesach fizycznych. Nadal istnieje więc potrzeba opracowania efektywnego modelu matematycznego, i opartego na nim modelu numerycznego, pozwalającego na efektywną i wiarygodną predykcję pola falowego dla dużych basenów falowych, możliwą do przeprowadzenia w rozsądnie krótkim czasie obliczeń. Rozpatrywany w pracy doktorskiej basen falowy jest wyposażony w segmentowy generator falowy wytwarzający kierunkowe pole falowe. Przy użyciu tego generatora istnieje możliwość uzyskania nieliniowych fal regularnych i nieregularnych. Generowanie tego typu pola falowego leży w głównym nurcie inżynierii wodnej, biorąc pod uwagę możliwości aplikacyjne dotyczące konstrukcji hydrotechnicznych w strefie otwartego morza. Identyfikacja takich zjawisk jak efekty charakterystyczne dla początku ruchu (ang. '*transient effects*'), nieliniowe oddziaływania fal w pliku falowym, zmiany kształtu profilu fali, generacja fali wolnej oraz prądu powrotnego (występującego w badaniach laboratoryjnych przy korzystaniu z wywoływacza fal), odbicia fali od ścian kanału, sejsze czy tłumienie falowania, jest niezbędna dla prawidłowej interpretacji wyników badań uzyskiwanych w laboratorium. Ponieważ dotychczasowe modele teoretyczne nadal posiadają ograniczenia dotyczące możliwości dokładnego opisu wyżej wymienionych zjawisk w obszarach trójwymiarowych, istnieje pilna potrzeba opracowania efektywnego rozwiązania problemu generacji i propagacji falowania w basenie falowym uwzględniającego większość możliwych do wystąpienia w nim zjawisk falowych. Dobrym rozwiązaniem może być tutaj zastosowanie metody półanalitycznej do opisu i analizy falowania w obszarze trójwymiarowym.

Celem pracy doktorskiej jest opracowanie trójwymiarowego modelu matematycznego i numerycznego generacji i transformacji nieliniowych fal grawitacyjnych w basenie falowym z uwzględnieniem efektów początku ruchu cieczy, oraz walidacja tego modelu w oparciu o wyniki uzyskane w laboratorium hydraulicznym dla szerokiego zakresu parametrów falowych. Koncepcyjnie model opiera się na rozwiązaniu analitycznym, które spełnia zasadniczą część warunków brzegowych zagadnienia. Warunki brzegowe na swobodnej powierzchni zostaną spełnione poprzez odpowiedni dobór parametrów zaproponowanego rozwiązania. Przyjęty sposób rozwiązania zagadnienia brzegowego umożliwia analizę generacji i transformacji fal nieliniowych oraz towarzyszących procesów hydrodynamicznych dla dużych stromości fal i szerokiego zakresu warunków głębokościowych. Model trójwymiarowy umożliwia opis ruchu falowego wody w skończonym obszarze obliczeniowym, charakterystycznym dla rzeczywistego basenu falowego, i uwzględnia tłumienie fal przez wygaszacz falowy. Dodatkowo nieliniowy model numeryczny został poddany doświadczalnej weryfikacji przez pomiary przeprowadzone w kanale falowym IBW PAN, który jest jednym z podstawowych urządzeń wykorzystywanych w badaniach dynamiki ruchu falowego i całego szeregu zagadnień związanych z falowaniem wodnym. W celu generowania trójwymiarowego pola falowego, zastosowany został nowatorski typ wywoływacza – wywoływacz płytowy boczny. Pomiary falowania wygenerowanego za pomocą tego wywoływacza zostały wykorzystane do walidacji przestrzennego modelu obliczeniowego opisującego zjawisko generacji i transformacji fal w basenie falowym. Argumenty przemawiające za potrzebą opracowania takiego modelu są głównie natury ekonomicznej - możliwość uzyskania wyników w krótkim czasie oraz zmniejszenie kosztów związanych z wynajmem basenów falowych.

2 Modelowanie matematyczne falowego pola prędkości i wzniesienia powierzchni swobodnej w obszarze trójwymiarowym

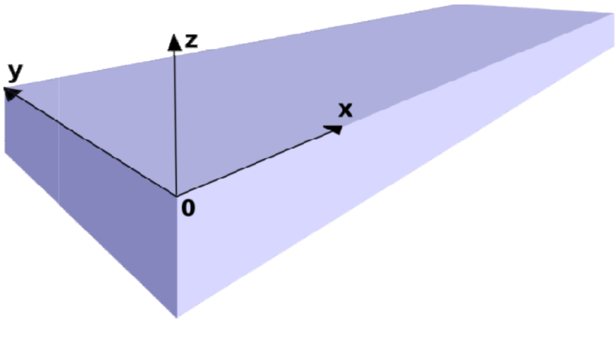
2.1 Podstawowe założenia i równania modelu

Przeprowadzone w pracy badania dotyczą generacji i propagacji nieliniowych fal grawitacyjnych w basenie falowym. Fale te charakteryzują się krótkimi okresami (0.1÷30 s), na głębokiej wodzie wpływ falowania powierzchniowego zaznacza się tylko w górnej warstwie wody, a prędkości ośrodka w kierunku poziomym i pionowym są tego samego rzędu. Fale grawitacyjne charakteryzują się też tym, że przyspieszenia w pionie są znaczne, rzędu g. Rozważany w tej pracy obszar obliczeniowy to basen falowy wyposażony w segmentowy generator falowy wytwarzający kierunkowe pole falowe. Rozwiązanie matematyczne opisujące problem generacji i propagacji tych fal opiera się na metodzie półanalitycznej wykorzystującej technikę rozwijania rozwiązania w szeregi funkcji własnych oraz szybką transformatę Fouriera. Problem został opisany w kartezjańskim układzie współrzędnych (Rys. 2.1), przy założeniu, że ruch pionowo ustawionych segmentów wywoływacza zachodzi w płaszczyźnie xy (tzn. kształt generatora jest niezmienny w kierunku z). Układ segmentów wywoływacza w momencie zerowego wychylenia znajduje się w punkcie 0 wzdłuż osi y, a oś $0z$ jest pionowo skierowana ku górze (Rys. 2.1). Długość opisywanego obszaru (czyli basenu) jest równa b, a szerokość c. Przyjmujemy, że:

a) ciecz jest nielepka i nieściśliwa,

b) ruch cieczy jest bezwirowy,

c) dno jest poziome, a ściany basenu są pionowe i nieprzepuszczalne.



Rys.2.1. Szkic poglądowy i przyjęty układ współrzędnych w modelu.

Zgodnie z przyjętym założeniem o bezwirowości pola prędkości cieczy, jej wektor $\mathbf{V}(x,y,z,t)$ można wyrazić w funkcji gradientu potencjału prędkości $\Phi(x,y,z,t)$ (Dean i Dalrymple 1992)

$$\mathbf{V} = \nabla\Phi(x,y,z,t), \tag{2.1}$$

gdzie operator różniczkowy ∇ oznacza gradient.

Ruch cieczy nieściśliwej, dla której równanie ciągłości jest opisane warunkiem $\nabla\cdot\mathbf{V}$, jest opisany równaniem Laplace'a

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0, \quad \chi(y,z,t) \le x \le b, \quad 0 \le y \le c, \quad -h \le z \le \eta(x,y,t), \tag{2.2}$$

gdzie h jest głębokością wody, c szerokością basenu, a b jego długością.

Rozwiązanie powyższego równania przyjmuje postać całki Cauchy–Lagrange'a (równania Bernoullie'go):

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right] = 0, \tag{2.3}$$

gdzie ρ jest gęstością cieczy, p jest ciśnieniem hydrodynamicznym w cieczy, a g przyspieszeniem ziemskim.

2.2 Warunki początkowe i brzegowe

Potencjał prędkości cieczy $\Phi(x,y,z,t)$ spełnia równanie Laplace'a (2.2) oraz następujące warunki na brzegach obszaru ruchu cieczy:

$$\begin{gathered}\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial\eta}{\partial y} - \frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0, \\ z = \eta(y,z,t), \quad \chi(y,z,t) \le x \le b, \quad 0 \le y \le c,\end{gathered} \tag{2.4}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\Phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right] = 0, \\ z = \eta(y,z,t), \quad \chi(y,z,t) \le x \le b, \quad 0 \le y \le c,\end{gathered} \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t}+\frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial \chi}{\partial y}+\frac{\partial \Phi}{\partial z}\frac{\partial \chi}{\partial z}-\frac{\partial \Phi}{\partial x}=0,$$
$$x=\chi(y,z,t),\quad -h\le z\le \eta(x,y,t),\quad 0\le y\le c, \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x}=0,\quad x=b, \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y}=0,\quad y=0 \text{ i } y=c, \tag{2.8}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}=0,\quad z=-h. \tag{2.9}$$

Potencjał prędkości musi również spełniać warunki początkowe - w chwili początkowej pole prędkości cieczy powinno być zerowe (Wehausen, 1960).

Rozwiązanie można otrzymać przez rozwinięcie kinematycznego warunku brzegowego na powierzchni swobodnej (2.4) oraz dynamicznego warunku brzegowego na powierzchni swobodnej (2.5) w szereg Taylora wokół poziomu spokoju wody $z=0$, a także kinematycznego warunku brzegowego na powierzchni wywoływacza (2.6) wokół $x=0$:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\eta^n}{n!}\frac{\partial^n \eta}{z^n}\left(\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x}+\frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial y}-\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)=0,\ z=0,\quad x\ge 0, \tag{2.10}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\eta^n}{n!}\frac{\partial^n}{z^n}\left\{\frac{\partial \Phi}{\partial t}+g\eta+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2\right]\right\}=0,\ z=0,\quad x\ge 0, \tag{2.11}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\chi^n}{n!}\frac{\partial^n}{\partial x^n}\left(\frac{\partial \chi}{\partial t}+\frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial \chi}{\partial y}+\frac{\partial \Phi}{\partial z}\frac{\partial \chi}{\partial z}-\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)=0,\ x=0,\quad -h\le z\le 0. \tag{2.12}$$

2.3 Rozwiązanie zagadnienia początkowo – brzegowego

2.3.1 Rozwinięcie warunków brzegowych do pierwszego rzędu

Przez zastosowanie równań (2.10)÷(2.12) do zagadnienia opisanego równaniami (2.2), (2.4)÷(2.9) i rozwinięcie warunków brzegowych (2.4)÷(2.6) w szereg Taylora do pierwszego rzędu otrzymamy poniższy układ równań opisujący zagadnienie początkowo–brzegowe:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0,\ \ 0 \le x \le b,\ \ 0 \le y \le c,\ \ -h \le z \le \eta(x,y,t), \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0,\ \ z = 0,\ \ 0 \le x \le b,\ \ 0 \le y \le c, \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + g\eta = 0,\ \ z = 0,\ \ 0 \le x \le b,\ \ 0 \le y \le c, \tag{2.15}$$

`

$$\frac{\partial\chi}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0,\ \ x = 0,\ \ 0 \le y \le c,\ \ -h \le z \le \eta(x,y,t), \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0,\ \ x = b, \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y} = 0,\ \ y = 0 \text{ i } y = c, \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0,\ \ z = -h. \tag{2.19}$$

Warunki początkowe dla powierzchni swobodnej wody η oraz potencjału prędkości Φ przyjmują postać:

$$\Phi = 0,\quad t = t_0\,, \tag{2.20}$$

$$\eta = 0,\quad t = t_0\,. \tag{2.21}$$

Co oznacza, że dla $t = t_0$ w całym obszarze obliczeniowym nie ma ruchu falowego.

2.3.2 Rozwinięcie warunków brzegowych do drugiego rzędu

Przez podstawienie równań (2.10÷2.12) do zagadnienia opisanego równaniami (2.2), (2.4)÷(2.9) i rozwinięcie warunków (2.4÷2.6) w szereg Taylora do drugiego rzędu otrzymamy poniższe zagadnienie początkowo–brzegowe:

$$\begin{gathered}\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0\,, \\ 0 \le x \le b\,,\ 0 \le y \le c,\ -h \le z \le \eta(x,y,t)\,,\end{gathered} \tag{2.22}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\eta}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial z} - \eta\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial\eta}{\partial y} = 0, \\ z = 0\,,\ 0 \le x \le b\,,\ 0 \le y \le c,\end{gathered} \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2\right) + \eta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial t} = 0, \tag{2.24}$$
$$z = 0,\ 0 \le x \le b,\ 0 \le y \le c,$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial \chi}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z}\frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \chi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0, \tag{2.25}$$
$$x = 0,\ 0 \le y \le c,\ -h \le z \le \eta(x, y, t),$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0,\ x = b, \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0,\ y = 0 \text{ i } y = c, \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0,\ z = -h. \tag{2.28}$$

Rozwinięcie warunków brzegowych w szereg Taylor'a daje możliwość posłużenia się efektywną metodą pseudo-spektralną, która pozwala na modelowanie nieliniowych fal wodnych w stosunkowo dużych obszarach obliczeniowych (Sulisz i Paprota, 2004, 2008).

2.3.3 Rozwiązanie zagadnienia początkowo–brzegowego rozwiniętego do drugiego rzędu.

Rozwiązanie zagadnienia brzegowego uzyskano przez zastosowanie metody rozwinięcia w szereg funkcji własnych i procedurę całkowania numerycznego w czasie, w której współczynniki poszukiwanych funkcji obliczane są poprzez zastosowanie szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Rozwiązanie zagadnienia polega na wyznaczeniu funkcji potencjału prędkości $\Phi(x, y, z, t)$ oraz funkcji elewacji powierzchni swobodnej wody $\eta(x, y, z, t)$. Rozwiązania dla Φ poszukujemy w postaci sumy dwóch potencjałów:

$$\Phi = \Phi_f + \Phi_w \tag{2.29}$$

gdzie:

$$\Phi_f(x, y, z, t) = \sum_{m=0}\sum_{n=0} A_{mn} \frac{\cosh \lambda_{mn}(z+h)}{\cosh \lambda_{mn} h} \cos \lambda_{m0} x \cos \lambda_{0n} y, \tag{2.30}$$

$$\begin{aligned}\Phi_w(x, y, z, t) = {} & B_{00}\left[(x-b)^2 - (z+h)^2\right] + \\ & + \sum_{m=0}\sum_{n=0} (1-\tau_{mn}) B_{mn} \frac{\cosh \mu_{mn}(x-b)}{\cosh \mu_{mn} b} \cos \mu_{0n} y \cos \mu_{m0}(z+h).\end{aligned} \tag{2.31}$$

gdzie:

$$\tau_{mn} = \begin{cases} 1 \text{ dla } m=0 \text{ i } n=0, \\ 0 \text{ dla } m \neq 0 \text{ lub } n \neq 0. \end{cases} \tag{2.32}$$

Formy potencjałów Φ_f oraz Φ_w zostały dobrane tak, aby spełniały równanie Laplace'a oraz warunki brzegowe na dnie i na końcowej ścianie kanału. Dodatkowo zakłada się, że potencjał Φ_f spełnia warunki na swobodnej powierzchni, natomiast potencjał Φ_w spełnia warunek na ruchomej płycie generatora. Funkcja elewacji powierzchni swobodnej wody η została przedstawiona w postaci poniższego szeregu

$$\eta(x,y,t) = \sum_{m=0}\sum_{n=0} a_{mn} \cos\lambda_{m0}x \cos\lambda_{0n}y \,. \tag{2.33}$$

Rozwiązanie zagadnienia brzegowego sprowadza się do wyznaczenia nieznanych współczynników rozwinięcia A_{mn}, a_{mn} oraz B_{mn} funkcji przedstawionych równaniami (2.30) i (2.31). Występujące w powyższych równaniach wartości własne są określone wzorami:

$$\lambda_{mn} = \pi\sqrt{m^2/b^2 + n^2/c^2} \,, \tag{2.34}$$

$$\mu_{mn} = \pi\sqrt{m^2/h^2 + n^2/c^2} \,. \tag{2.35}$$

Ruch generatora segmentowego opisany jest funkcją:

$$\chi(y,z,t) = \hat{\chi}(t)\sum_{m=0}\sum_{n=0} v_n b_m \cos\mu_{0n}y \cdot \cos\mu_{m0}z \tag{2.36}$$

gdzie: v_n i b_m – są stałymi opisującymi maksymalne wychylenie, $\hat{\chi}(t)$ – sygnał ruchu zadany na generator. Przyjmując brak zmian kształtu generatora w kierunku *z* uzyskujemy ogólny wzór na funkcję ruchu generatora segmentowego:

$$\chi(y,t) = \hat{\chi}(t)\sum_{n=0} v_n \cdot \cos\mu_{0n}y, \qquad \mu_{0\mathrm{n}} = \frac{n\pi}{c} \tag{2.37}$$

Nieznane współczynniki w równaniach (2.30÷2.33) możemy wyznaczyć z warunków brzegowych (Kantorovich i Krilov, 1958). Wartości współczynników A_{mn} i a_{mn} otrzymujemy dyskretyzując w czasie warunki brzegowe na swobodnej powierzchni (2.23) i (2.24), a ich wartości dla poszczególnych kroków czasowych otrzymujemy wykorzystując wielokrokową metodę całkowania numerycznego w czasie czwartego rzędu

Adamsa Bashfortha-Moultona (ABM4) (Press, i in., 1988) w połączeniu z techniką FFT. Metoda umożliwia śledzenie położenia powierzchni swobodnej i wyznaczenie potencjału prędkości Φ w kolejnych krokach czasowych. Metoda ta jest bardziej efektywna i charakteryzuje się mniejszym błędem względnym niż inne metody wielokrokowe, np. Rungego-Kutty czwartego rzędu (Misirli i Gurefe, 2010).Według metody ABM4, najpierw dokonuje się predykcji wartości funkcji w kolejnym kroku za pomocą predyktora Adamsa-Bashforda:

$$\Phi_{l+1} = \Phi_l + \frac{\Delta t}{24}\left[55\dot{\Phi}_l - 59\dot{\Phi}_{l-1} + 37\dot{\Phi}_{l-2} - 9\dot{\Phi}_{l-3}\right] + O\left(\Delta t^5\right) \tag{2.38}$$

a następnie wynik jest poprawiany poprzez zastosowanie korektora Adamsa-Moultona, gdzie Δt jest długością kroku czasowego:

$$\Phi_{l+1} = \Phi_l + \frac{\Delta t}{24}[9\dot{\Phi}_{l+1} + 19\dot{\Phi}_l - 5\dot{\Phi}_{l-1} + \dot{\Phi}_{l-2}] + O\left(\Delta t^5\right), \tag{2.39}$$

gdzie pochodna po czasie potencjału prędkości wynosi:

$$\dot{\Phi} = f(t, \Phi). \tag{2.40}$$

Dla warunków początkowych (2.20÷2.21) przyjmujemy, że dla czasu $t \le t_0$ (czyli dla pierwszych trzech kroków) wartości te$\left(\Phi_{l-1}, \Phi_{l-2}, \Phi_{l-3}\right)$ są równe zeru. Procedurę powtarzano w pętli iteracyjnej, aż do uzyskania dokładności bezwzględnej rzędu 10^{-4}, wykorzystując maksymalnie 100 kroków iteracyjnych (przy kroku czasowym rzędu *T*/200).

Współczynniki B_{mn} otrzymujemy dzięki wykorzystaniu warunku na generatorze rozwiniętego w szereg Taylora wokół poziomu spokoju dla wychylenia powierzchni generatora ($x = 0$) do drugiego rzędu włącznie, (dla $m, n > 0$):

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial \chi}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \chi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0,\ x = 0; \quad -h \le z \le 0\,. \tag{2.41}$$

Poszczególne pochodne cząstkowe funkcji potencjału prędkości opisane są równaniami:

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right|_{x=0} = -2bB_{00} - \sum_{n=0}\sum_{m=0} B_{mn}\mu_{mn} \tanh \mu_{mn} b \cos \mu_{0n} y \cos \mu_{m0}(z+h) \tag{2.42}$$

$$\left.\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right|_{x=0} = 2B_{00} + \sum_{n=0}\sum_{m=0} B_{mn}\mu_{mn}{}^2 \cos\mu_{0n}y \cos\mu_{m0}(z+h) + \\ - \sum_{n=0}\sum_{m=0} A_{mn}\lambda_{m0}{}^2 \frac{\cosh\lambda_{mn}(z+h)}{\cosh\lambda_{mn}h}\cos\lambda_{0n}y, \tag{2.43}$$

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right|_{x=0} = -\sum_{n=0}\sum_{m=0} A_{mn}\lambda_{0n} \frac{\cosh\lambda_{mn}(z+h)}{\cosh\lambda_{mn}h}\sin\lambda_{0n}y + \\ - \sum_{n=0}\sum_{m=0} B_{mn}\mu_{0n}\cos\mu_{m0}(z+h)\sin\mu_{0n}y \tag{2.44}$$

oraz pochodne funkcji opisującej ruch generatora:

$$\frac{\partial\chi}{\partial y} = -\sum_{n=0}\chi_n(t)\mu_{0n}\sin\mu_{0n}y \tag{2.45}$$

$$\frac{\partial\chi}{\partial t} = \sum_{n=0}\chi_{nt}(t)\cos\mu_{0n}y \tag{2.46}$$

Przekształcając równanie (2.41) do poniższej formy:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\partial\chi}{\partial t}(y,t) + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial\chi}{\partial y} - \chi\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = \frac{\partial\chi}{\partial t}(y,t) + f(y,z) \tag{2.47}$$

wartość funkcji $f(y,z) = \frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial\chi}{\partial y} - \chi\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}$ otrzymuje się poprzez całkowanie numeryczne. Wartości całki podwójnej z funkcji $f(y,z)$ otrzymuje się jako współczynniki cosinusowej transformaty Fouriera z funkcji $f(y,z)$.

Pełną postać tej funkcji wyrazić można wzorem:

$$f(y,z) = \sum_{n=0}\sum_{m=0}(-A_{mn}\lambda_{0n}\frac{\cosh\lambda_{mn}(z+h)}{\cosh\lambda_{mn}h}\sin\lambda_{0n}y + \\ - B_{mn}\mu_{0n}\cos\mu_{m0}(z+h)\sin\mu_{0n}y)\sum_{n=0}(-\chi_n(t)\mu_{0n}\sin\mu_{0n}y) + \\ -\left[\sum_{n=0}\chi_n(t)\cos\mu_{0n}y\right]\left[2B_{00} + \sum_{n=0}\sum_{m=0}(B_{mn}\mu_{mn}{}^2\cos\mu_{0n}y\cos\mu_{m0}(z+h) + \\ - A_{mn}\lambda_{m0}{}^2\frac{\cosh\lambda_{mn}(z+h)}{\cosh\lambda_{mn}h}\cos\lambda_{0n}y)\right]. \tag{2.48}$$

Współczynniki B_{mn} są wartościami wyliczonymi na podstawie poniższych wzorów:

$$B_{00} = \frac{-\chi_{00}(t)}{2b} - \frac{\int_0^c \int_{-h}^0 f(y,z)\,dzdy}{2b}, \tag{2.49}$$

$$B_{0n} = \frac{-\int_0^c \int_{-h}^0 f(y,z)\,dzdy - \chi_{nt}(t)}{\mu_{0n} \tanh(\mu_{0n} b)}, \tag{2.50}$$

$$B_{mn} = \frac{-\int_0^c \int_{-h}^0 f(y,z)\,dzdy}{\mu_{mn} \tanh(\mu_{mn} b)}. \tag{2.51}$$

2.4 Tłumienie

Skończony obszar obliczeniowy, który w opisanym powyżej modelu matematycznym zdefiniowany jest poprzez wartości funkcji i ich pochodnych na brzegach tego obszaru, powoduje, że po pewnym czasie symulacji pole falowe w pobliżu generatora jest sumą fal propagujących się w kierunku od ściany generatora oraz fal odbitych od ściany końcowej. Większa dokładność przedstawionego rozwiązania służącego do analiz falowania w zbiornikach zamkniętych może być uzyskana przez zastosowanie tłumienia na brzegach obszaru (Sulisz 2003). Wprowadzenie tłumienia umożliwia częściowe wygaszenie fali odbitej, która jest często zjawiskiem niepożądanym w basenach falowych.W tym celu do warunku kinematycznego (2.23) został wprowadzony człon dyssypatywny $\nu(x,y)\eta(x,y,t)$ Larcen i Dancy (1983) wprowadzili podobne człony źródłowe do zlinearyzowanych równań Boussinesq'a. Człon ten powoduje dyssypację energii w wybranej części obszaru obliczeniowego poprzez zmniejszenie wychylenia powierzchni swobodnej w kolejnych krokach czasowych.

Równanie (2.23) po wprowadzeniu omawianego członu przyjmuje następującą postać:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \nu(x,y)\eta(x,y,t) = 0, \quad z = \eta(x,y,t). \tag{2.52}$$

Natomiast funkcję $\nu(x,y)$ wyrazić można w następujący sposób:

$$\nu(x,y)=\begin{cases}0, & 0\le x<b-b_0,\\ 0, & c_0\le y<c-c_0,\\ \alpha_1(x), & b-b_0\le x\le b,\\ \alpha_2(y), & 0\le y\le c_0,\\ \alpha_3(y), & c-c_0\le y\le c,\end{cases} \tag{2.53}$$

gdzie b_0, c_0 są odpowiednio długością i szerokością obszaru tłumienia, natomiast funkcja $\alpha(x,y)$ może być np. stałą, liniową lub kwadratową funkcją zmiennych *x* i *y*.

2.5 Rozwiązanie analityczne GEH3D jako weryfikacja numerycznego modelu liniowego

Do porównań i weryfikacji poprawności działania programu numerycznego użyto rozwiązania analitycznego zagadnienia generacji fal w basenie falowym wyposażonym w wieloelementowy wywoływacz typu segmentowego. Rozwiązanie to nie daje się rozwinąć do wyższych rzędów, więc może być jedynie zastosowane dla fal o umiarkowanej stromości i takie też zostały wybrane do porównań. Należy nadmienić, że podczas generacji falowania w basenie falowym zachodzi zjawisko odbicia fal od ścian bocznych, a nie ma odbicia od ściany tylnej basenu. Zaletą przedstawionego rozwiązania jest szybkość działania algorytmu i stosunkowo niski stopień złożoności obliczeń.

Funkcja potencjału, którą wyznaczamy w rozwiązaniu analitycznym ma postać:

$$\Phi_1=\mathrm{Re}\left[\sum_{n=0}\frac{-igA_n}{\omega}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}e^{i(x-x_0)\beta_{0n}-i\omega t}\cos\lambda_{0n}y\right], \tag{2.54}$$

gdzie: ω – częstotliwość kątowa fali, T – okres fali, k – liczba falowa,

$$\omega=\frac{2\pi}{T}, \tag{2.55}$$

którą można wyznaczyć ze związku dyspersyjnego

$$\omega^2=gk\tanh(kh) \tag{2.56}$$

gdzie: h – głębokość wody w basenie falowym, g – przyspieszenie ziemskie. Wartości β_{0n} i λ_{0n} zostały wyznaczone ze związków

$$\beta_{0n} = \sqrt{k^2 - \lambda_{0n}^{\ 2}}, \tag{2.57}$$

$$\lambda_{0n} = \frac{n\pi}{c} = \mu_{0n}, \tag{2.58}$$

gdzie: b – długość basenu falowego, c – szerokość basenu falowego. Funkcję powierzchni swobodnej wyznaczono korzystając z dynamicznego warunku brzegowego

$$\left.\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + g\eta\right|_{z=0} = 0, \tag{2.59}$$

gdzie pochodna po czasie funkcji potencjału (2.54) ma postać:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \mathrm{Re}\left[\sum_{n=0} - A_n g e^{i(x-x_0)\beta_{0n} - i\omega t} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos\lambda_{0n} y\right]. \tag{2.60}$$

Przekształcając równanie (2.59) otrzymujemy

$$\eta(x,y) = -\frac{1}{g}\frac{\partial \Phi_1}{\partial t}, \tag{2.61}$$

a po podstawieniu (2.60) do (2.61)

$$\eta(x,y) = \mathrm{Re}\left[\sum_{n=0} A_n e^{i(x-x_0)\beta_{0n} - i\omega t} \cos\lambda_{0n} y\right]. \tag{2.62}$$

Współczynniki A_n wyznaczamy z warunku brzegowego na powierzchni generatora:

$$\frac{\partial \chi(y,t)}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}, \qquad x = 0 \tag{2.63a}$$

$$A_n = A_{sn} + iA_{cn}. \tag{2.63b}$$

Funkcję wychylenia wywoływacza typu segmentowego przyjmujemy w formie

$$\chi(y,t) = \mathrm{Re}\left[\sum_{n=0} \xi_n e^{-i\omega t} \cos\lambda_{0n} y\right], \tag{2.64}$$

gdzie

$$\xi_n = \xi_{1n} + i\xi_{2n}. \tag{2.65}$$

Pochodna po x funkcji potencjału prędkości (2.54) ma postać:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \mathrm{Re}\left[\sum_{n=0} \frac{gA_n\beta_{0n} \cosh k(z+h)}{\omega \cosh kh} e^{-i\beta_{0n}x_0 - i\omega t} \cos\lambda_{0n} y\right]. \tag{2.66}$$

Obliczając pochodną po czasie funkcji wychylenia generatora (2.64)

$$\frac{\partial \chi(y,t)}{\partial t} = \mathrm{Re}\left[\sum_{n=0} - i\omega \xi_n e^{-i\omega t} \cos \lambda_{0n} y\right] \tag{2.67}$$

i podstawiając ją do wzoru (2.63a) oraz uwzględniając (2.66) mamy:

$$\mathrm{Re}\left[\sum_{n=0} \frac{gA_n \beta_{0n} \cosh k(z+h)}{\omega \cosh kh} e^{-i\beta_{0n}x_0 - i\omega t} \cos \lambda_{0n} y\right] = \mathrm{Re}\left[\sum_{n=0} - i\omega \xi_n e^{-i\omega t} \cos \lambda_{0n} y\right]. \tag{2.68}$$

Po prostych przekształceniach z powyższego wyrażenia otrzymamy następującą zależność:

$$\frac{gA_n \beta_{0n} \cosh k(z+h)}{\omega \cosh kh} e^{-i\beta_{0n}x_0} = -i\omega \xi_n . \tag{2.69a}$$

Mnożąc ją obustronnie przez $\cosh k(z+h)$ i całkując w przedziale $[-h, 0]$ wyznaczamy A_n

$$A_n = -4e^{i\beta_{0n}x_0} \frac{i\omega^2 \xi_n \cosh kh \sinh kh}{g\beta_{0n}(\sinh 2kh + 2kh)}. \tag{2.69b}$$

Uwzględniając związek dyspersyjny (2.56) otrzymujemy:

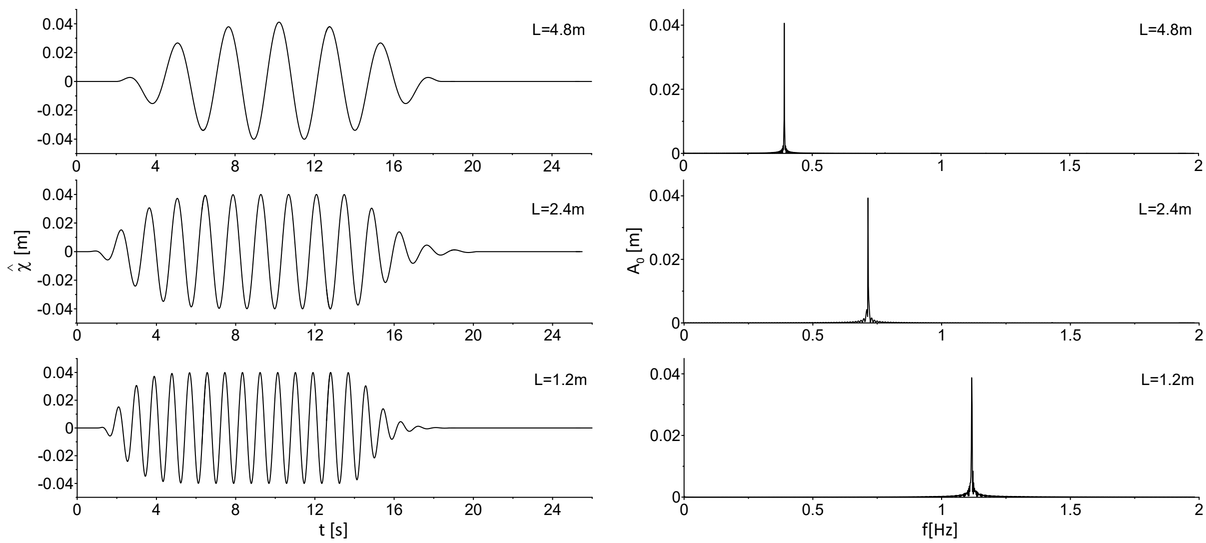
$$A_n = -4e^{i\beta_{0n}x_0} \frac{i\xi_n k \sinh^2 kh}{\beta_{0n}(\sinh 2kh + 2kh)} \tag{2.70}$$

$$\xi_n = -\frac{1}{4} e^{-i\beta_{0n}x_0} \frac{A_n \beta_{0n}(\sinh 2kh + 2hk)}{ik \sinh^2 kh} \tag{2.71}$$

Aby wyznaczyć współczynniki ξ_n wykorzystano własności szeregu Fouriera, przyjmując wcześniej kształt generatora segmentowego w postaci takiego właśnie szeregu. W tym celu zastosowano funkcję Fast Fourier Transform z pakietu obliczeniowego MATLAB. Wynik otrzymano w postaci zespolonej (2.63b) i (2.65).Wykonano też odwrotną transformatę Fouriera i odtworzono rozkładany sygnał w celu sprawdzenia czy zgadza się on z oryginalną historią wychylenia generatora. Otrzymany i oryginalny sygnał opisujący wychylenie wywoływacza miały bardzo dobrą zgodność. Schemat postępowania polega na tym, że gdy znane są już współczynniki ξ_n to podstawia się je do wzoru na współczynniki A_n (2.69b) i wyznacza wartości funkcji powierzchni swobodnej η (2.62) oraz wartości funkcji potencjału prędkości Φ_1 (2.54).

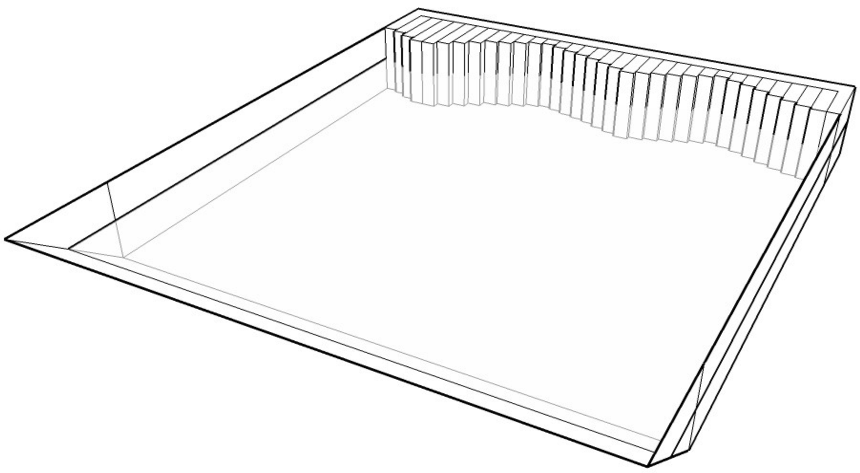
3 Analiza wyników teoretycznych

Przedstawiona poniżej analiza wyników teoretycznych oparta została na zestawieniach wyników symulacji numerycznych, w których generowano w basenie numerycznym trójwymiarowe pole falowe poprzez zadanie na wieloelementowy wywoływacz segmentowy liniowych sygnałów regularnych (Rys. 3.1). Nieliniowe rozwiązanie numeryczne oparte jest na rozwijaniu kinematycznego i dynamicznego warunku brzegowego na swobodnej powierzchni w szereg Taylor'a wokół wartości średniej $z=0$. Zastosowanie warunku brzegowego na $z=\eta$ wymaga wielokrotnego odwracania ogromnych macierzy w każdym z kroków czasowych w celu wyznaczenia współczynników A_{mn} oraz B_{mn}. Inwersje dużych macierzy są bardzo czasochłonnym procesem obliczeniowym dla procesora komputerowego, co ogranicza stosowanie modeli do małych obszarów obliczeniowych. Krótszy czas obliczeń oraz możliwość wykorzystania modelu dla większych obszarów obliczeniowych to podstawowe zalety przedstawionego modelu numerycznego. Ponadto badania wskazują, iż opisywana metoda zapewnia lepszą stabilność rozwiązania niż metoda oparta na zastosowaniu warunków brzegowych na $z=\eta$. Niestabilność może być bezpośrednio związana z członami $\cosh\lambda_{mn}(z+h)$ oraz $\cosh\mu_{mn}(x-b)$ w warunkach brzegowych i narastaniem błędu dla wysokich wartości własnych λ_{mn} i μ_{mn}. Nawet średnie wartości wzniesienia powierzchni swobodnej η powodują bardzo duży wzrost wartości liczbowych tych członów. Może to być powodem niestabilności. Gdy warunki brzegowe są rozwijane na swobodnej powierzchni w szereg Taylora wokół poziomu spokoju $z=0$ to przedstawiony proces obliczeniowy jest mniej wrażliwy na wysokie wartości członów z funkcjami cosinusa hiperbolicznego niż miałoby to miejsce dla rozwiązania z zastosowaniem warunków brzegowych na rzeczywistym położeniu powierzchni swobodnej. Wymiary basenu teoretycznego nieznacznie zmodyfikowano względem rzeczywistych modeli, by móc uzyskać wyniki w możliwie krótkim czasie i uniknąć wpływu fali odbitej od końcowej ściany na wyniki eksperymentów. Basen w eksperymentach numerycznych miał długość $b=7\div 28L$ i szerokość $c=0.4\div 1.6L$. Przy użyciu generatora segmentowego generowano trzy długości fal $L=1.2,\ 2.4,\ 4.8\ \mathrm{m}$ przy stałej głębokości wody $h=0.4\ \mathrm{m}$.



Rys. 3.1. Sygnały regularne $\hat{\chi}(t)$ zadawane na generator segmentowy.

Generator segmentowy w rzeczywistości składa się z szeregu pojedynczych segmentów o stałej szerokości. Pojedynczy element generatora porusza się jak generator tłokowy lub wahadłowy. Segmenty, poruszając się z odpowiednim przesunięciem w fazie, układają się w kształt zadanej funkcji cosinusoidalnej lub sinusoidalnej wzdłuż osi y (Rys. 3.2).



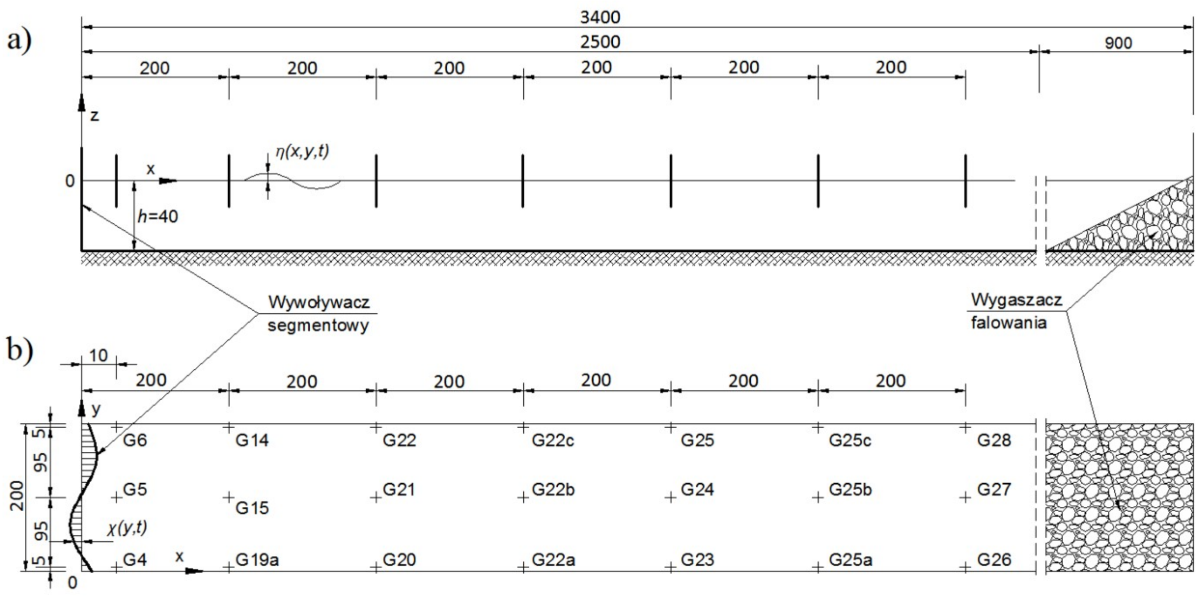
Rys. 3.2. Schemat 3D generatora segmentowego typu tłokowego.

W przeprowadzonych symulacjach numerycznych wychylenie powierzchni swobodnej podczas działania generatora falowego zarejestrowane zostało przez układ sond numerycznych rozstawionych w odstępach dwóch metrów wzdłuż długości basenu. Sondy pogrupowano w trzy szeregi – dwa boczne przy szybach (odległość sond od szyby równa jest 5 cm) i jeden wzdłuż osi basenu (Rys. 3.3). Pozycję płyty wywoływacza opisano funkcją daną wzorem (2.37).

Mając na względzie długi czas obliczeń nieliniowego programu numerycznego (3-4 godziny obliczeń na procesorze Intel(R) Core(TM) i7-7700K CPU, 4.20GHz dla jednej symulacji) ustalono całkowity czas pojedynczej symulacji w przedziale od 20 do 30 sekund. Nie wprowadzano tłumienia fali na ścianach basenu. Na końcu basenu (obszar o długości 2÷3 L) zaimplementowano wygaszacz numeryczny.

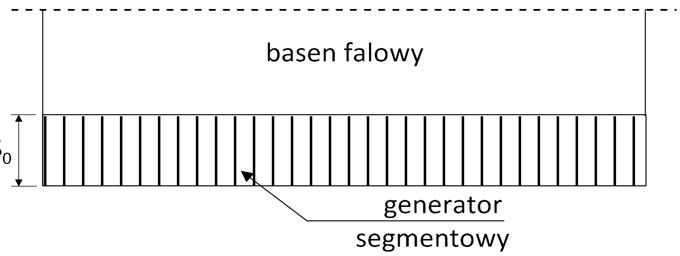
3.1 Generacja pola falowego przy użyciu generatora segmentowego o kształcie wywoływacza tłokowego

Symulacje numeryczne przy wykorzystaniu generatora o kształcie wywoływacza tłokowego przeprowadzone zostały w basenie numerycznym o wymiarach $b \times h \times c$, gdzie $b = 34.0\ \mathrm{m}$ i $c = 2.0\ \mathrm{m}$ (Rys. 3.3). Długość basenu została dobrana tak, aby uniknąć odbicia fali od końcowej ściany basenu numerycznego w zadanym czasie symulacji. Głębokość wody wynosiła $h = 0.4\ \mathrm{m}$.



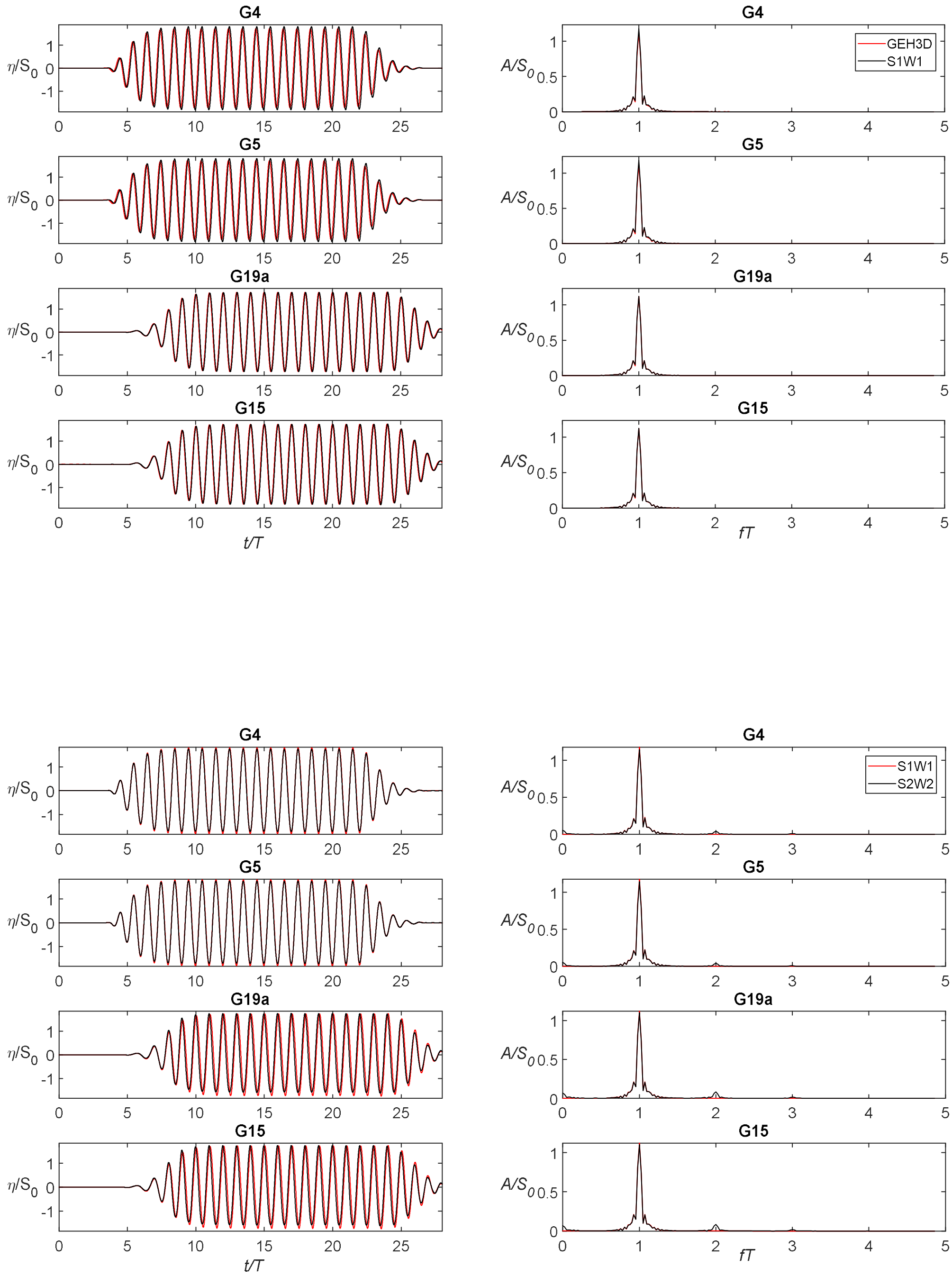
Rys. 3.3. Schemat rozmieszczenia systemu sond falowych w basenie numerycznym z przyjętym układem współrzędnych, a) widok z boku, b) widok z góry.

Funkcja opisująca kształt generatora (3.1) dla $n = 0$ przedstawiona została na Rys. 3.4. Dla $n = 0$ wartość własna μ_{00} ma wartość zerową, co powoduje, że segmenty generatora poruszają się w fazie tak jak klasyczny generator tłokowy.

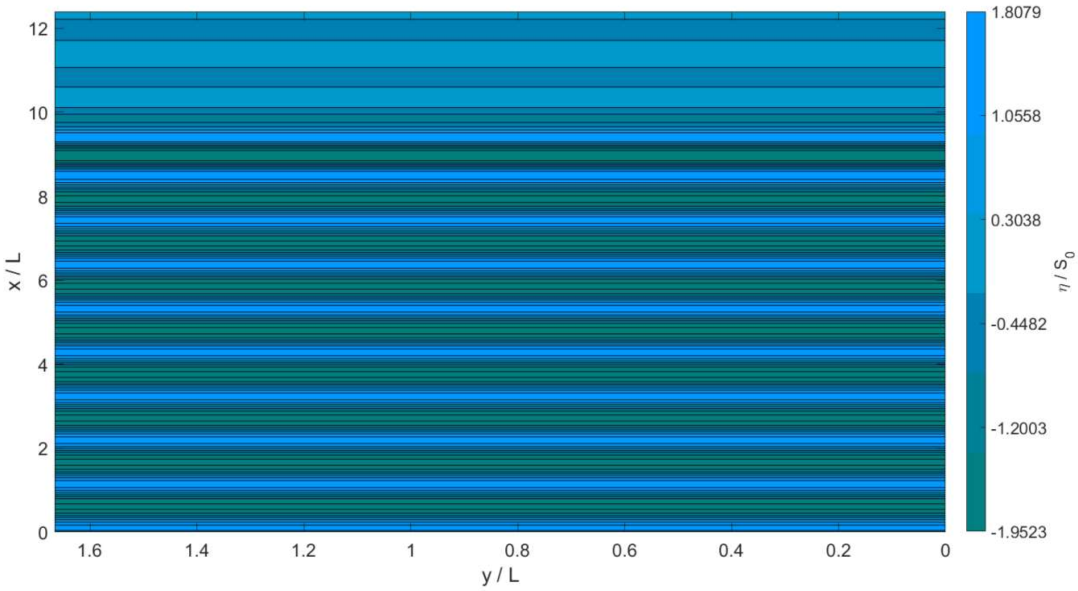


Rys. 3.4. Widok z góry na wywoływacz opisany zerowym modem funkcji kształtu generatora segmentowego ($n=0$).

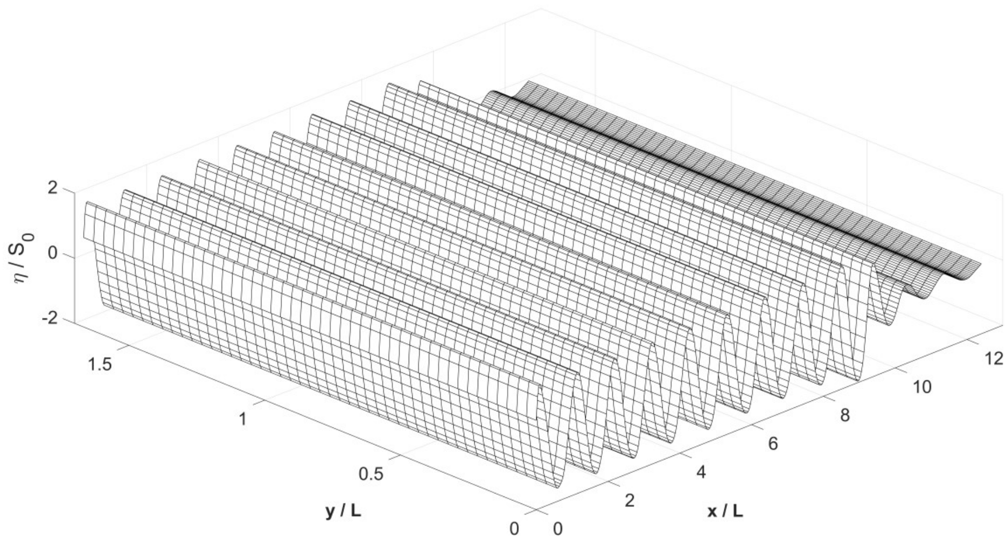
Przedstawione na kolejnych rysunkach sygnały to porównania zapisów wychylenia swobodnej powierzchni $\eta(x,y,t)$ zarejestrowanych na czterech sondach numerycznych - dwóch przy generatorze (G4 i G5) i dwóch w odległości $x=2.0\,\mathrm{m}$ od wywoływacza (G19a i G15). S1 oznacza rozwinięcie warunków brzegowych na swobodnej powierzchni do pierwszego rzędu, a S2 – do drugiego rzędu. Odpowiednio W1 - oznacza rozwinięcie warunku brzegowego na powierzchni wywoływacza do pierwszego rzędu w rozwiązaniu numerycznym, a W2 – do drugiego rzędu. W pierwszym zestawieniu wyników zweryfikowano numeryczny model liniowy (oznaczenie S1W1) modelem analitycznym (GEH 3D), a następnie zestawiono wyniki numerycznego modelu liniowego (S1W1) i nieliniowego (S2W2), by pokazać własności rozwiązania, które uwzględnia człony nieliniowe w warunkach brzegowych na swobodnej powierzchni i na powierzchni generatora. Dla rozwinięć do drugiego rzędu włącznie można zastosować liniowy związek dyspersyjny. Zestawienia wyników zostały pogrupowane ze względu na trzy parametry głębokościowe: $L/h=3,6,12$. Dla każdego z tych parametrów przedstawiono wykresy zmian wzniesienia powierzchni swobodnej wraz z odpowiadającymi im widmami częstotliwościowymi, a także widoki z góry na wzniesienie powierzchni swobodnej w całym obszarze basenu dla wybranych chwil czasu. Dla $L/h=3$, parametr $kh=2.09$, co dla klasycznego wywoływacza typu tłokowego (Dean i Dalrymple, 1992) daje stosunek amplitudy wzniesienia powierzchni swobodnej do wychylenia generatora $A/S_0=1.7$. Dla $L/h=6$ parametr $kh=1.05$, co dla wywoływacza typu tłokowego daje stosunek amplitudy wzniesienia powierzchni swobodnej do wychylenia generatora $A/S_0=1.0$. Dla $L/h=12$ parametr $kh=0.52$, co dla wywoływacza typu tłokowego daje stosunek amplitudy wzniesienia powierzchni swobodnej do wychylenia generatora $A/S_0=0.5$.



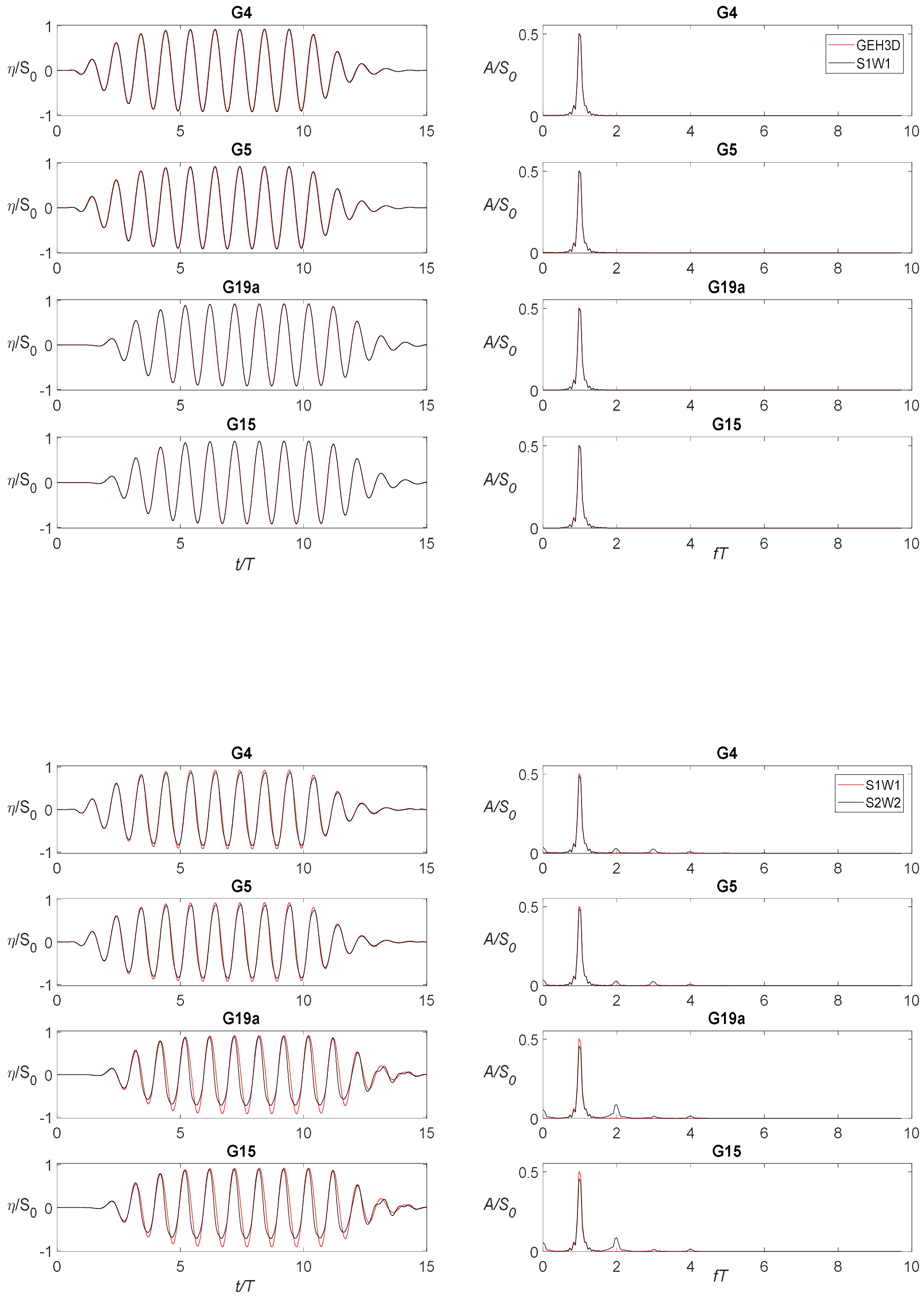
Rys. 3.5. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 3$ i $n = 0$.



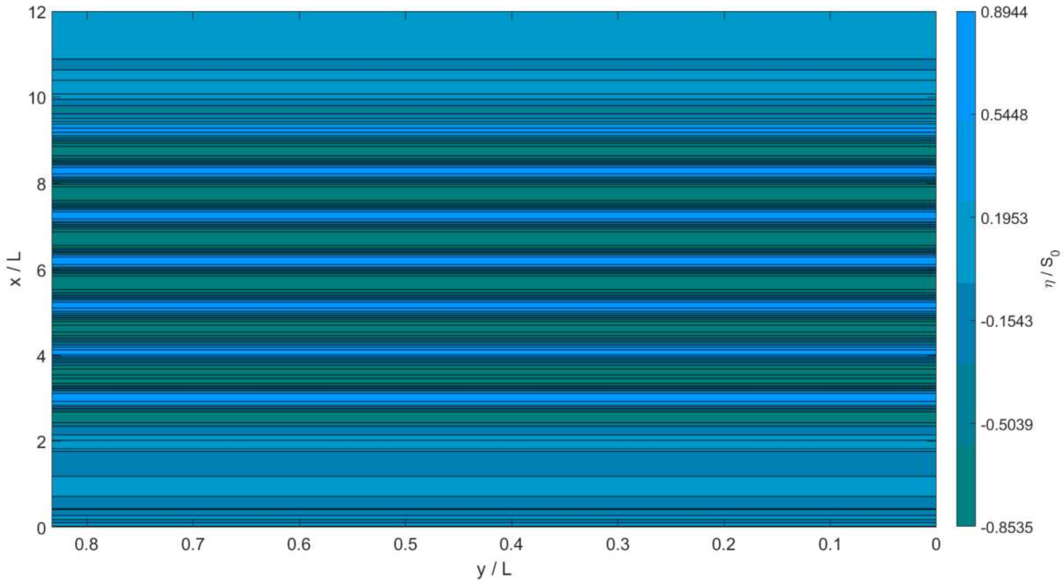
Rys. 3.6. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 3$, $n = 0$, w chwili $t = 20\text{s}$.



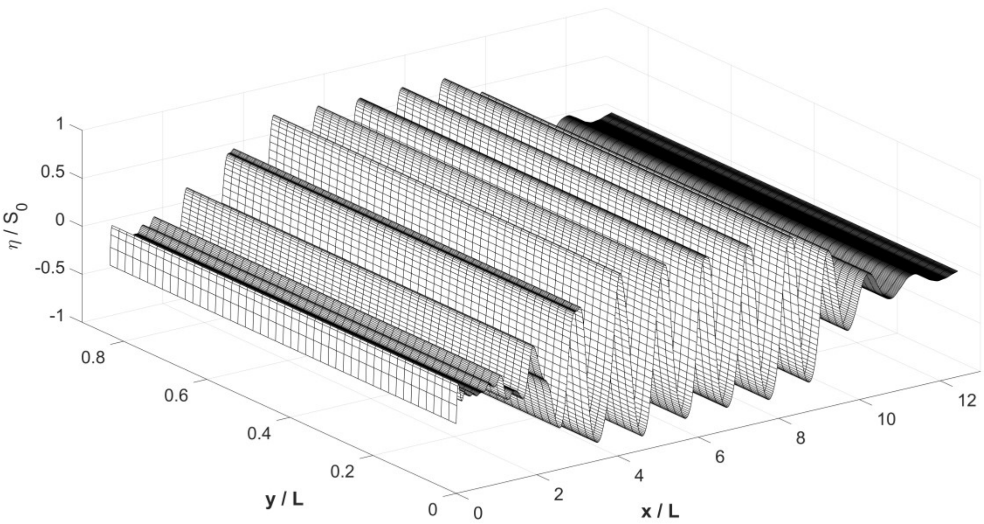
Rys. 3.7. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 3$, $n = 0$, w chwili $t = 20\text{s}$.



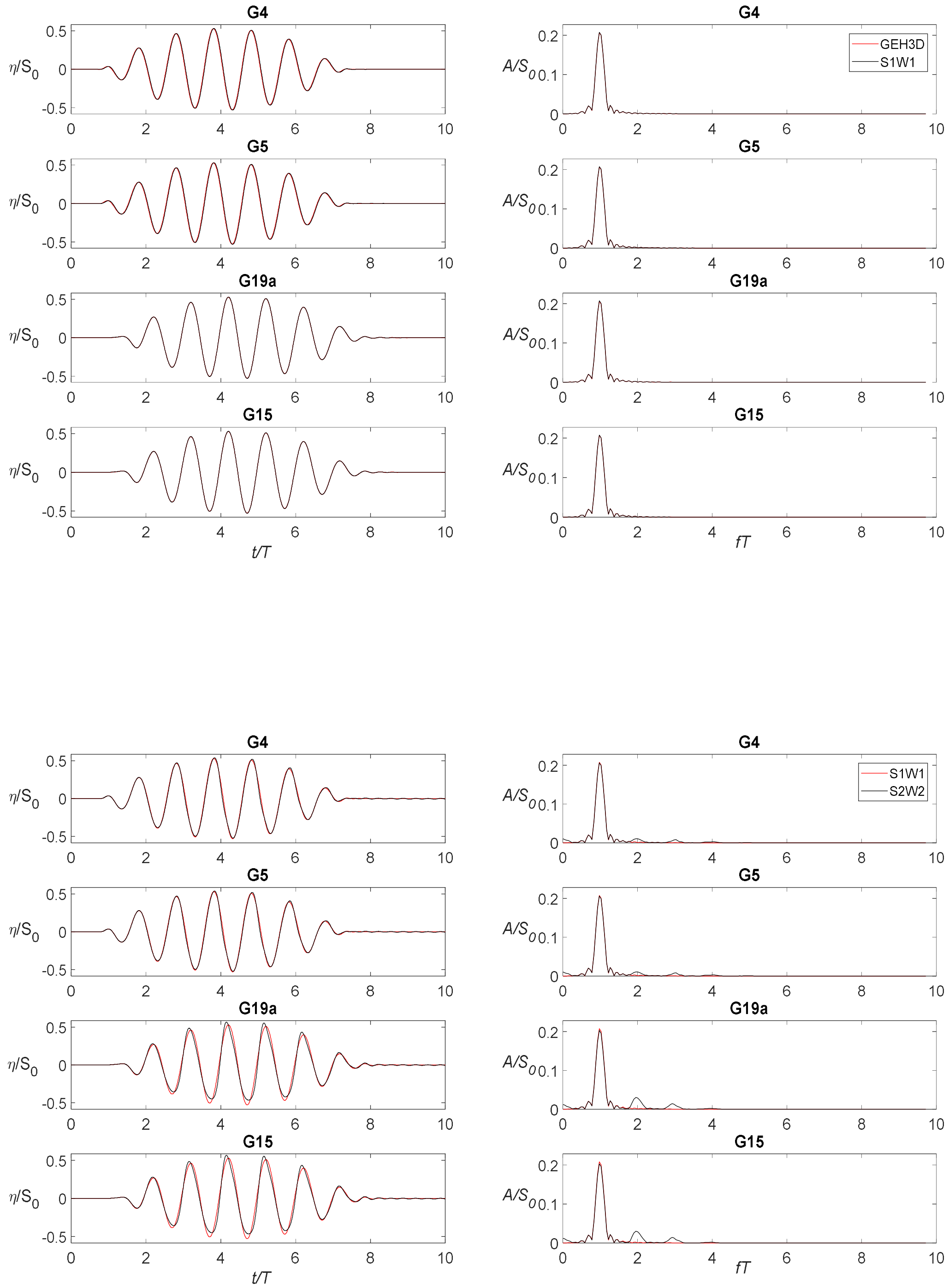
Rys. 3.8. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h=6$, $n=0$.



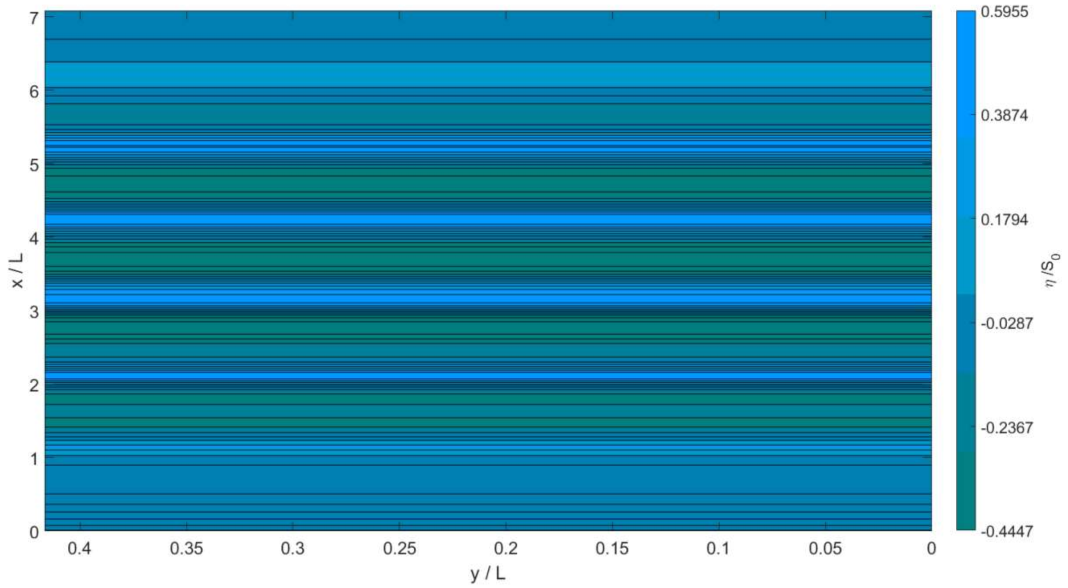
Rys. 3.9. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$, $n = 0$, w chwili $t = 20\text{s}$.



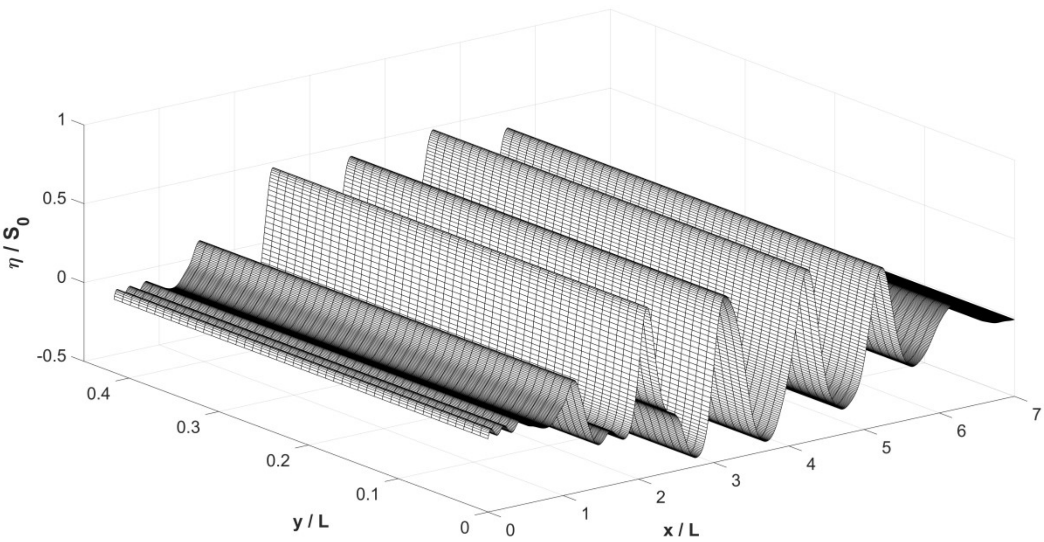
Rys. 3.10. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 6$, $n = 0$, w chwili $t = 20\text{s}$.



Rys. 3.11. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 12$, $n = 0$.



Rys. 3.12. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 12$, $n = 0$, w chwili $t = 20\text{s}$.



Rys. 3.13. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 12$, $n = 0$, w chwili $t = 20\text{s}$.

Analizując zapisy swobodnej powierzchni na kolejnych sondach numerycznych dla trzech wybranych parametrów głębokościowych, można stwierdzić, że ich amplitudy wykazują bardzo dobrą zgodność z wartościami wyliczonym teoretycznie z funkcji przejścia dla generatora tłokowego (Dean i Dalrymple, 1992).

Przy rozpatrywaniu analizy widm częstotliwościowych sygnałów z sond umieszczonych w odległości dwóch metrów od wywoływacza dla symulacji modelem nieliniowym S2W2, już w przypadku fali krótkiej ($L/h = 3$) widoczne jest pojawienie się drugiej harmoniki w widmie amplitudowym (Rys. 3.5), pomimo że nie była ona obecna w fali zadanej na generator. Jest ona dowodem na obecność fali wolnej związanej z ruchem generatora fal, co dobrze opisuje model nieliniowy. Efekty te są jeszcze bardziej widoczne dla fal dłuższych, gdzie w przypadku fali o parametrze $L/h = 12$ amplituda drugiej harmonicznej osiąga nawet 20% amplitudy pierwszej harmoniki (Rys. 3.11). Rozwiązanie liniowe S1W1 oraz model analityczny nie opisują wyżej wspomnianych efektów generacji pola falowego.

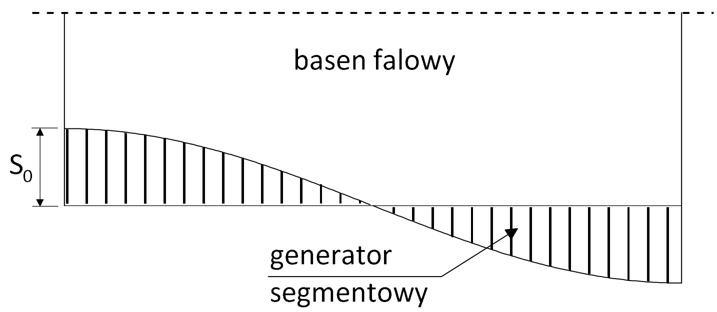
Na Rys. 3.6, 3.9, 3.12 oraz na Rys. 3.7, 3.10, 3.13 widoczny jest wyraźnie dwuwymiarowy charakter wygenerowanego pola falowego. Pozwala to na stwierdzenie, że na efekty nieliniowe (widoczne w widmie amplitudowym), które występują w analizach sygnału z symulacji rozwiązania nieliniowego, ma wpływ tutaj jedynie charakterystyka fal długich zadanych na generator.

3.2 Generacja pola falowego generatorem segmentowym dla kolejnych modów funkcji kształtu generatora

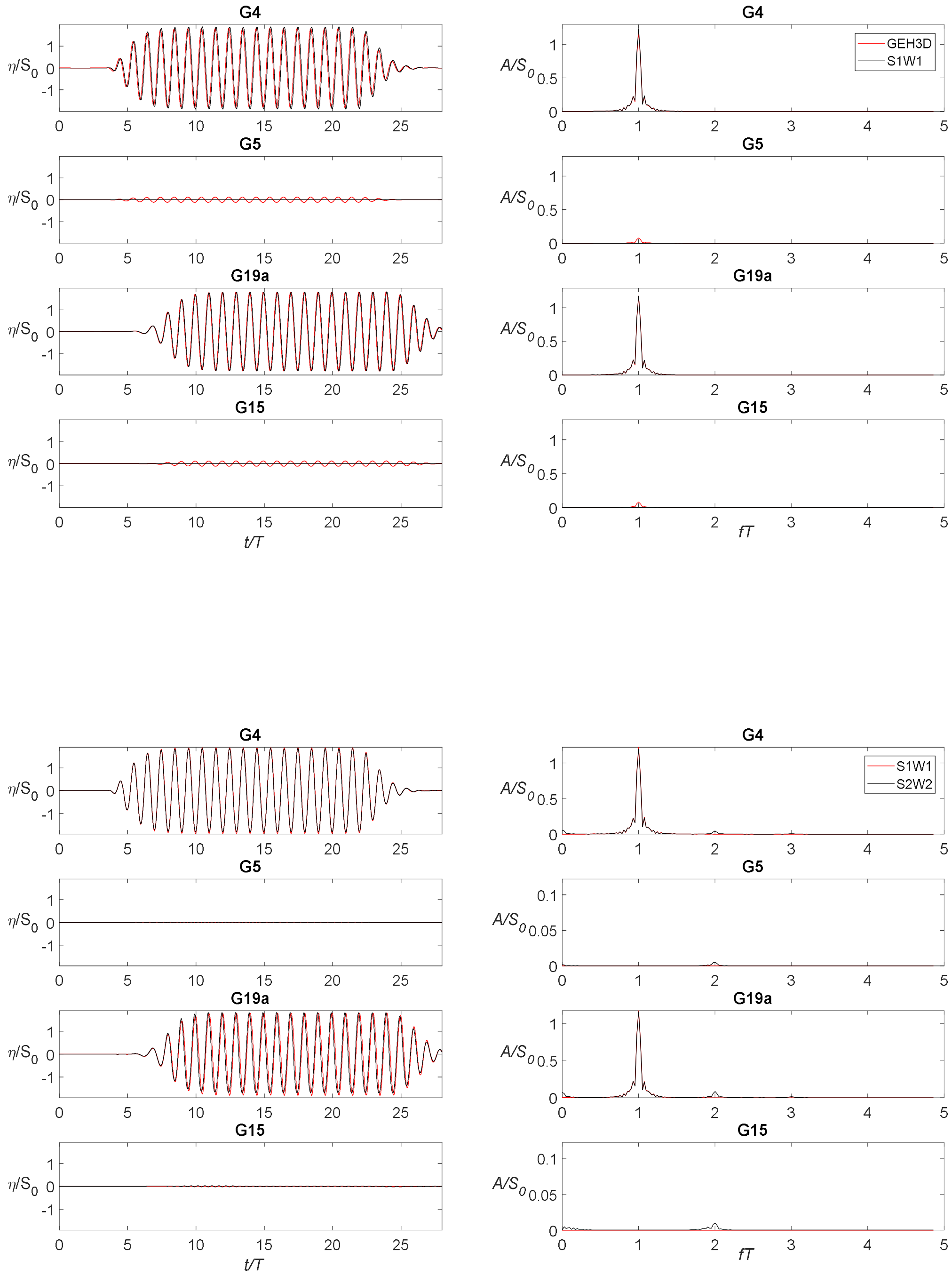
Powierzchnia swobodna $\eta(x, y, t)$ wygenerowana przy użyciu generatora o kształcie kolejnych modów funkcji kształtu (Rys. 3.14. i Rys. 3.26.) została zarejestrowana przez 21 sond numerycznych rozstawionych w trzech rzędach (Rys. 3.3). Zapisy z czterech sond - dwóch przy generatorze, G4 i G5, i dwóch w odległości 2.0 m od wywoływacza, G19a i G15, przedstawiono na Rys. 3.15, 3.18, 3.21, 3.27, 3.30, 3.33. Na wstępie przedstawiono weryfikację wyników liniowego modelu numerycznego z warunkami S1W1 modelem analitycznym GEH 3D, a następnie zestawiono wyniki modelu numerycznego liniowego (S1W1) i nieliniowego (S2W2), by pokazać własności rozwiązania, które uwzględnia człony nieliniowe w warunkach brzegowych zagadnienia. S1 oznacza rozwinięcie warunków brzegowych na powierzchni swobodnej do pierwszego rzędu, a S2 – do drugiego rzędu. Odpowiednio W1 oznacza rozwinięcie warunku brzegowego na powierzchni wywoływacza do pierwszego rzędu w rozwiązaniu numerycznym, a W2 rzędu drugiego. Zestawienia wyników zostały pogrupowane ze względu na trzy parametry głębokościowe $L/h = 3{,}6{,}12$. Odpowiednio stosunek amplitudy wzniesienia powierzchni swobodnej do wychylenia generatora tłokowego $A/S_0 = 1.7,\ 1.0,\ 0.5$ (Dean i Dalrymple, 1992). Dla każdego z tych parametrów przedstawiono wykresy zmian wzniesienia powierzchni swobodnej w zestawieniu z odpowiadającymi im widmami amplitudowymi, a także widoki z góry na wzniesienie powierzchni swobodnej w całym obszarze basenu w wybranych krokach czasowych.

3.2.1 Generator segmentowy w kształcie pierwszego modu funkcji kształtu generatora

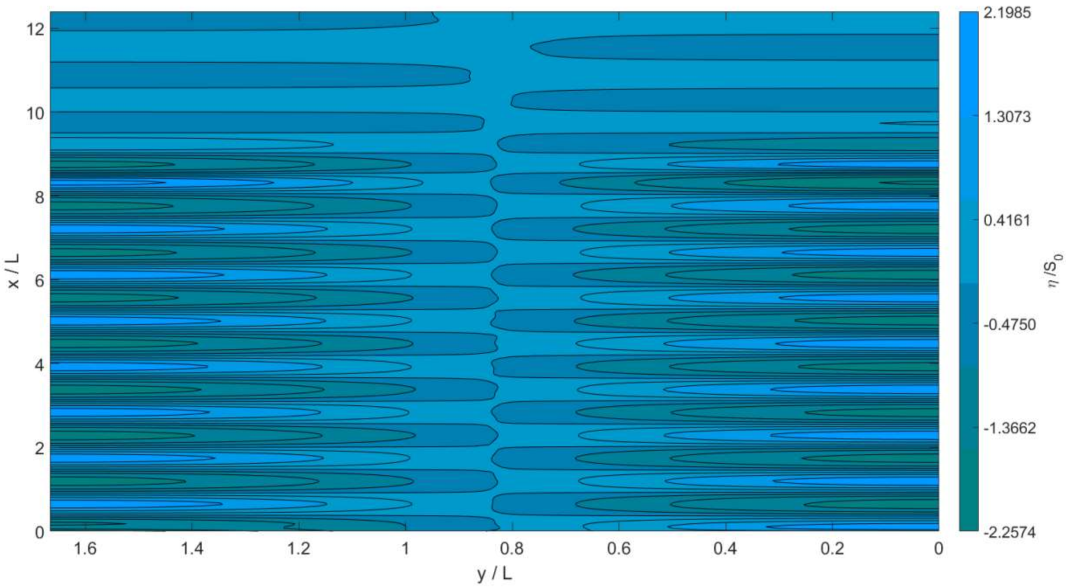
Dla $n = 1$ funkcja kształtu generatora opisuje kształt połówki funkcji $\cos(y\pi/c)$ i segmenty generatora poruszają się tworząc zmienny kształt krzywej przedstawionej na Rys. 3.14. Generator ten nie jest symetryczny względem środkowej osi basenu.



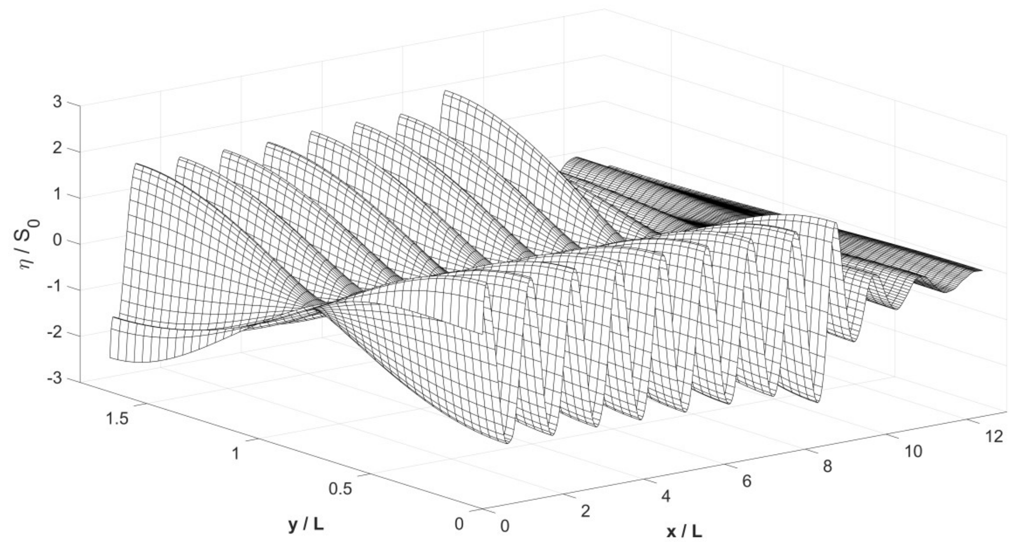
Rys. 3.14. Widok z góry na wywoływacz opisany pierwszym modem funkcji kształtu generatora segmentowego ($n = 1$).



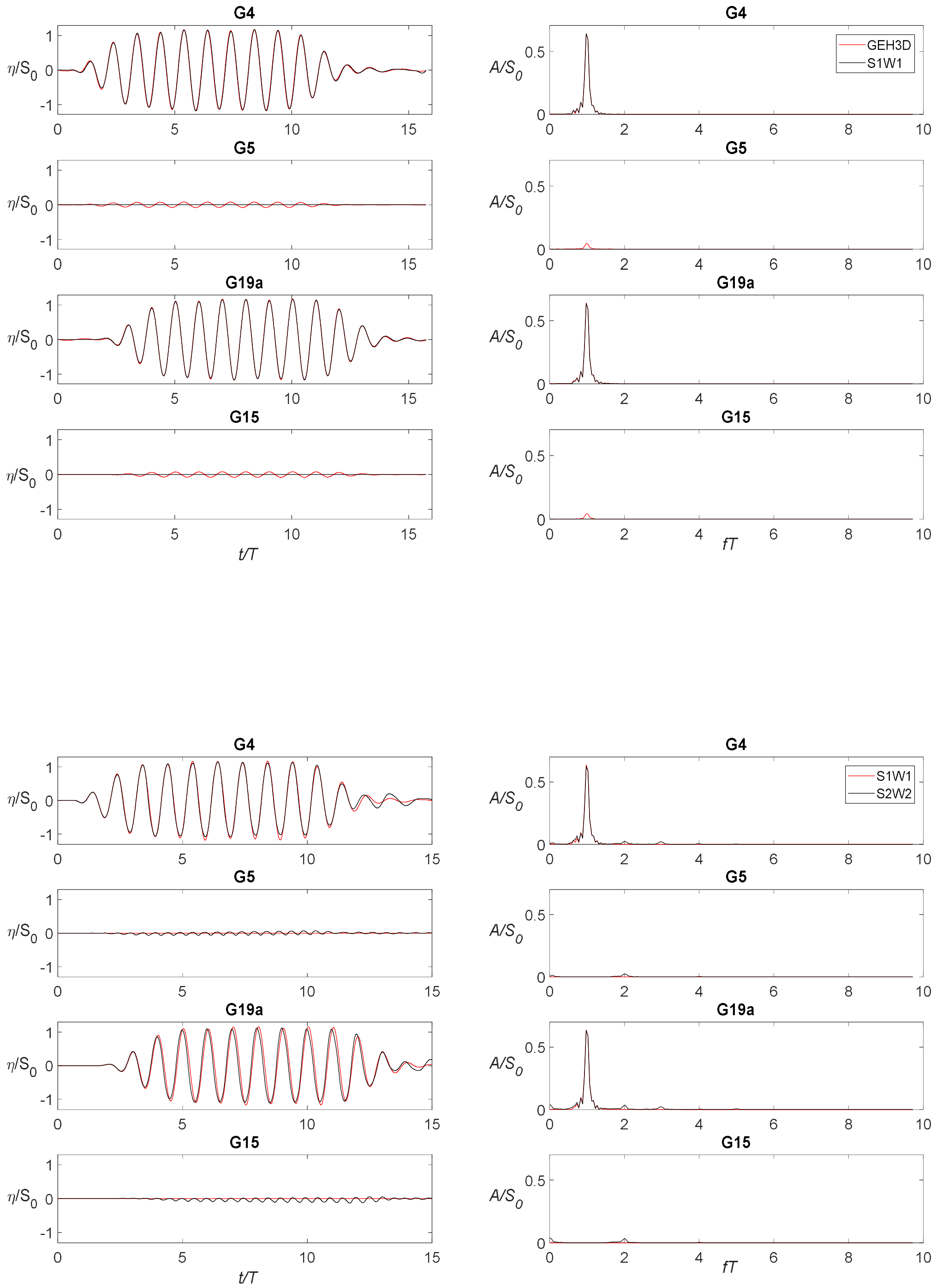
Rys. 3.15. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h=3$, $n=1$.



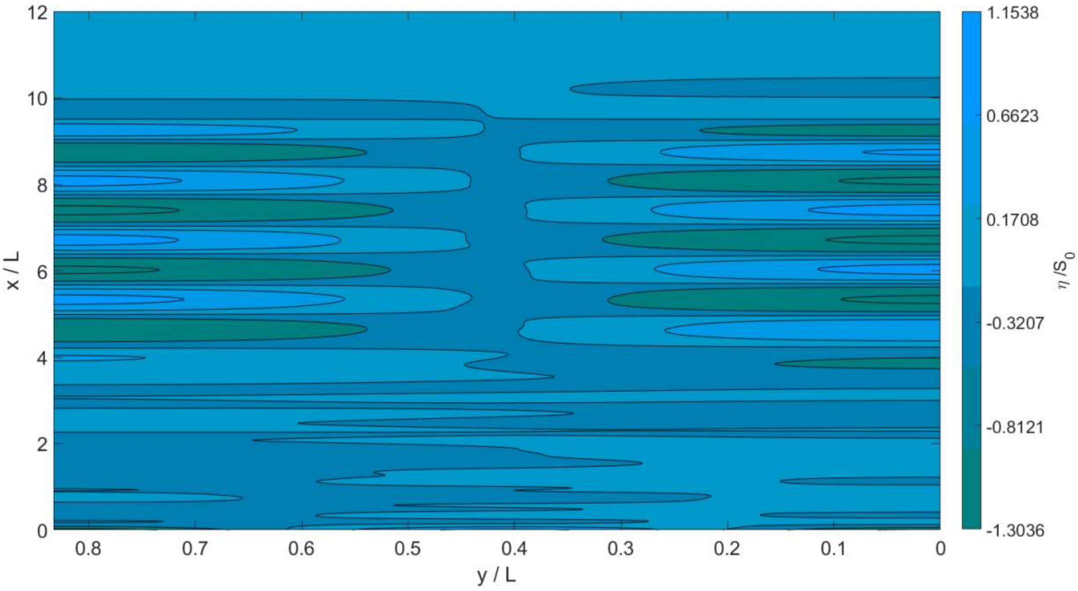
Rys. 3.16. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 3$, $n = 1$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$.



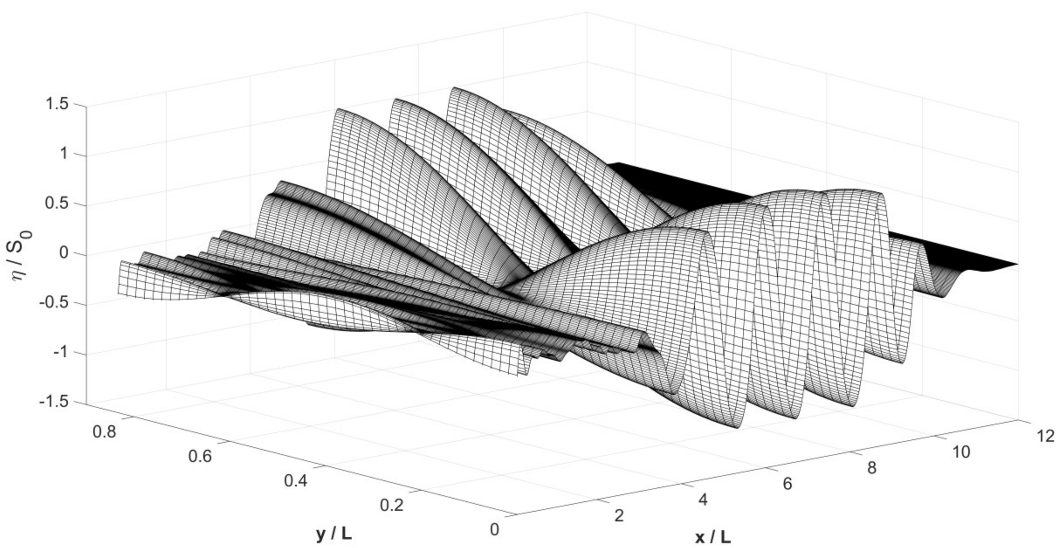
Rys. 3.17. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 3$, $n = 1$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$.



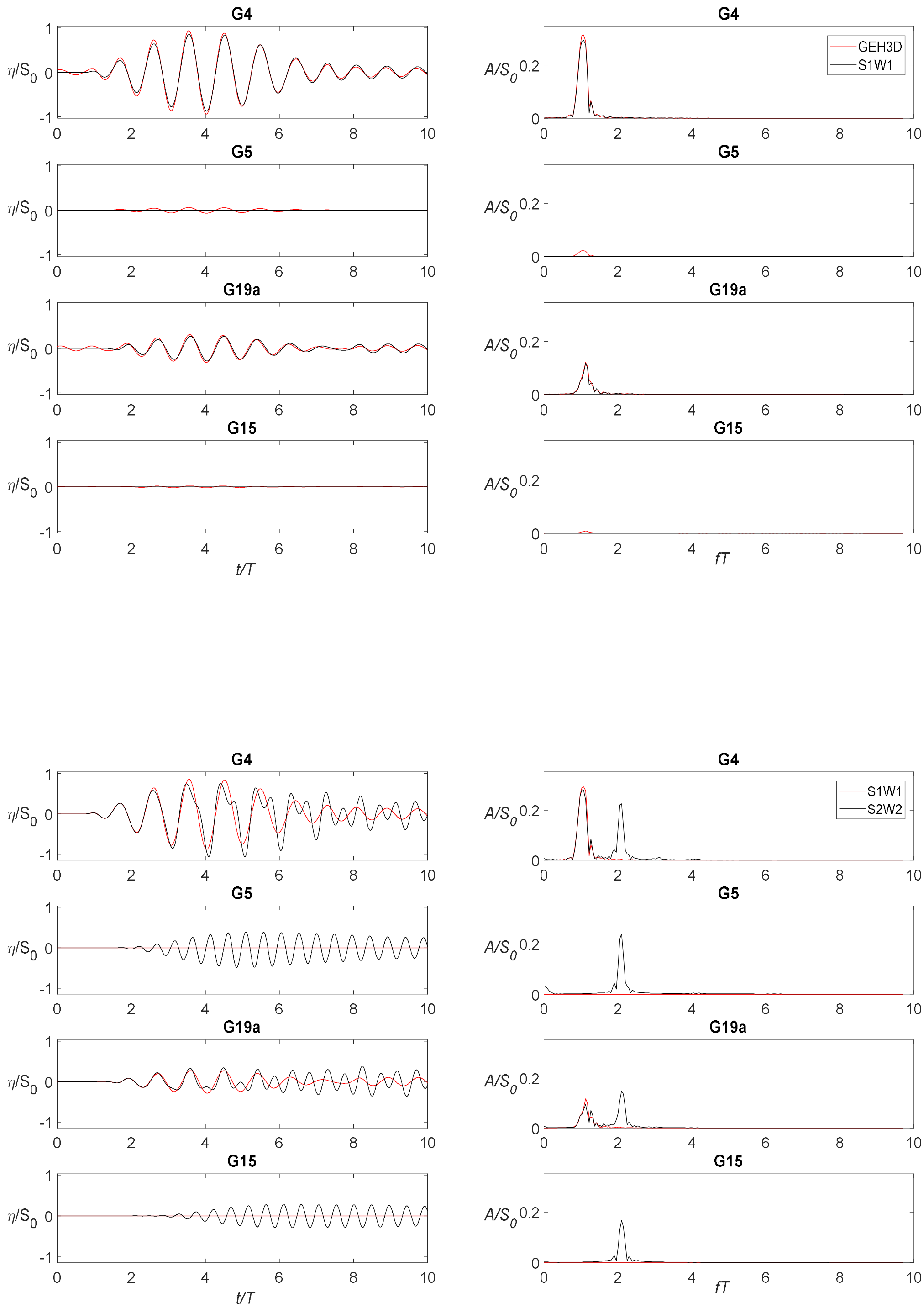
Rys. 3.18. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 6$, $n = 1$.



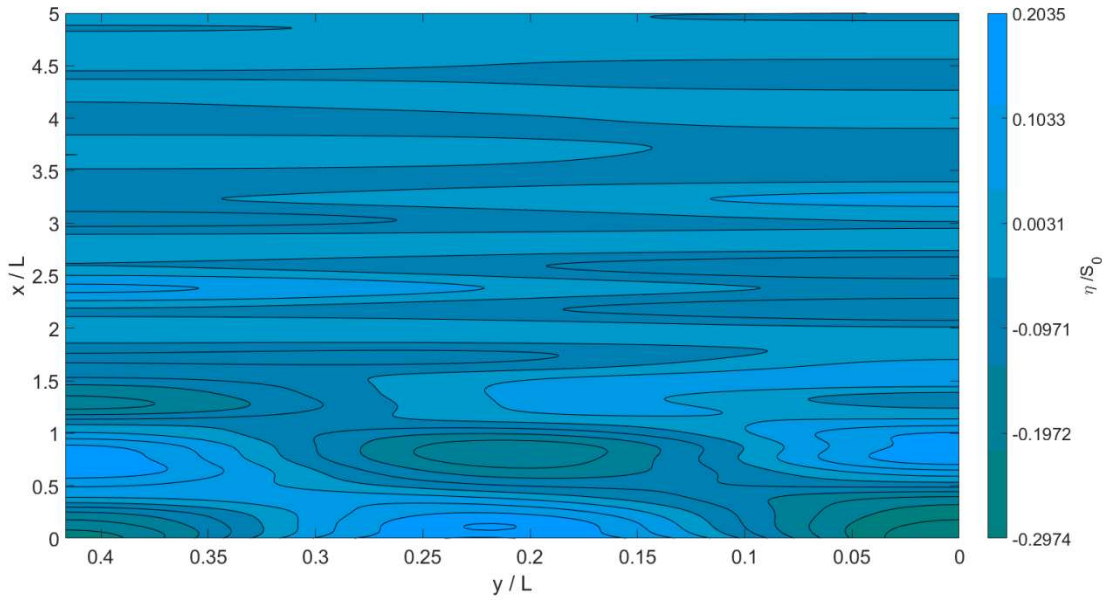
Rys. 3.19. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$, $n = 1$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



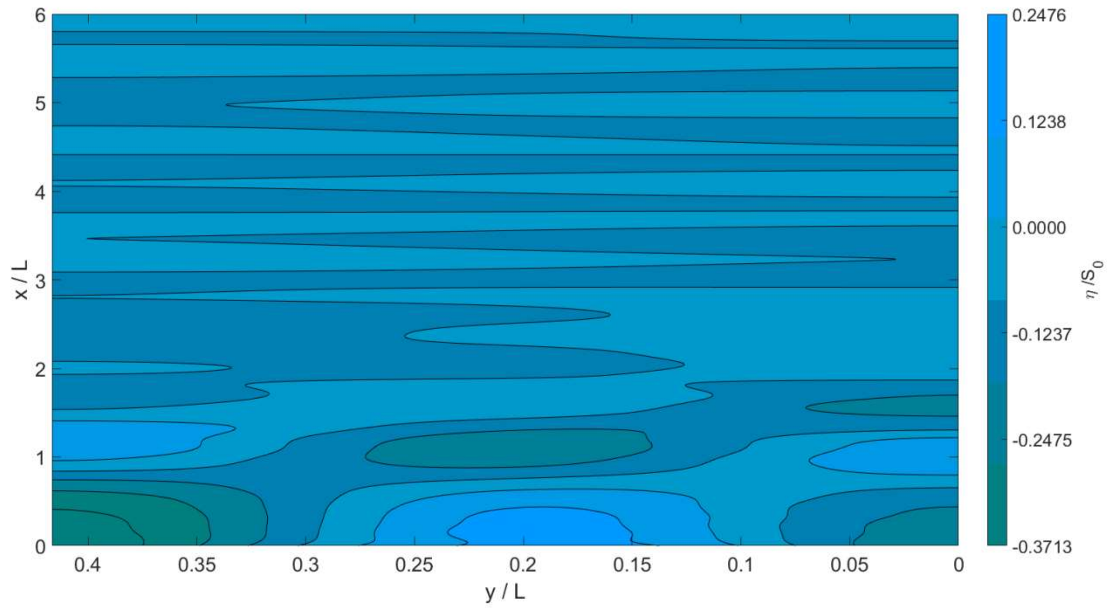
Rys. 3.20. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 6$, $n = 1$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



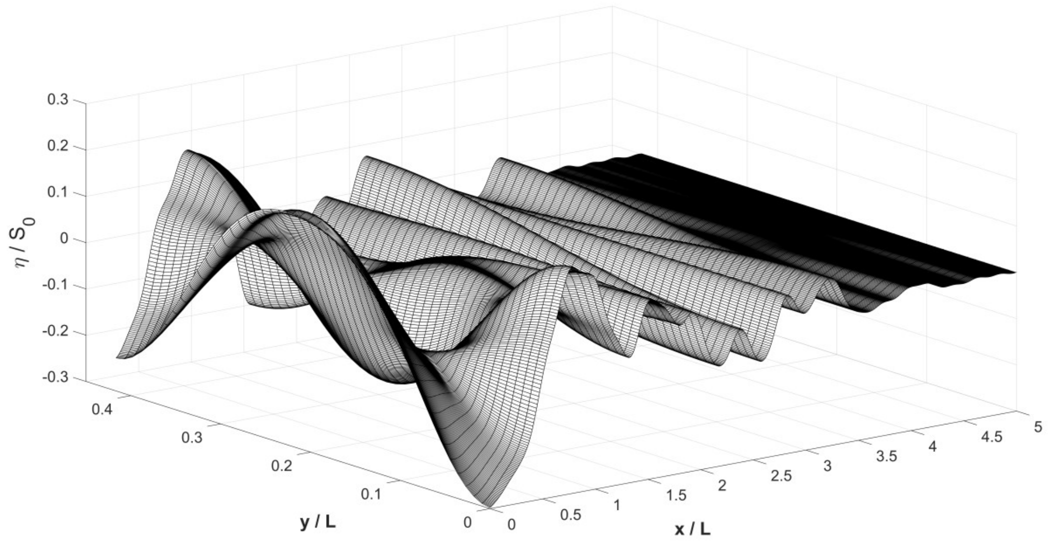
Rys. 3.21. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 12$, $n = 1$.



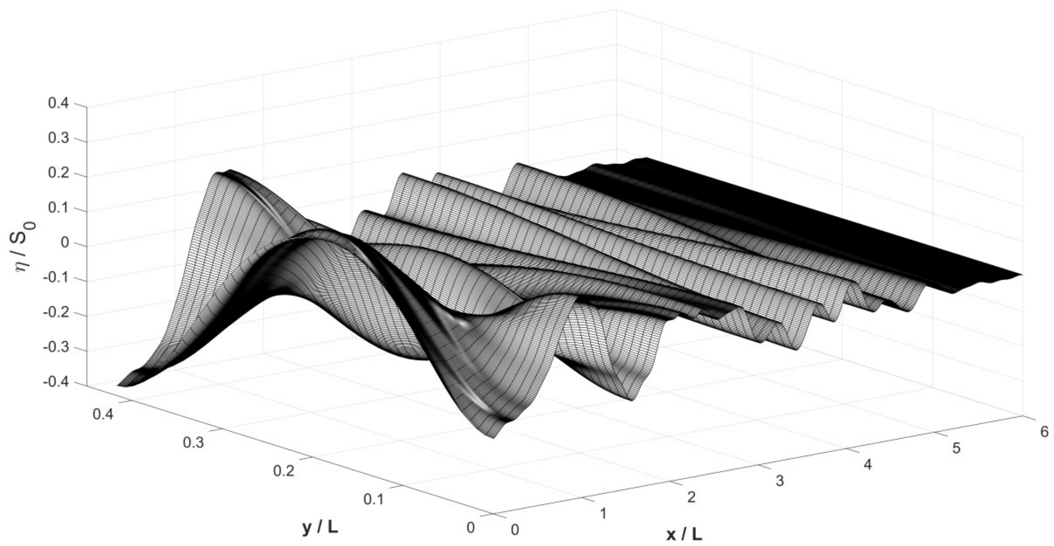
Rys. 3.22. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 12$, $n = 1$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$.



Rys. 3.23. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 12$, $n = 1$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



Rys. 3.24. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 12$, $n = 1$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$.

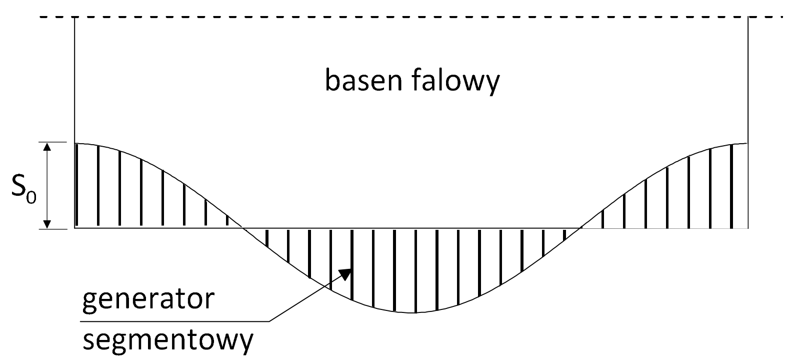


Rys. 3.25. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 12$, $n = 1$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.

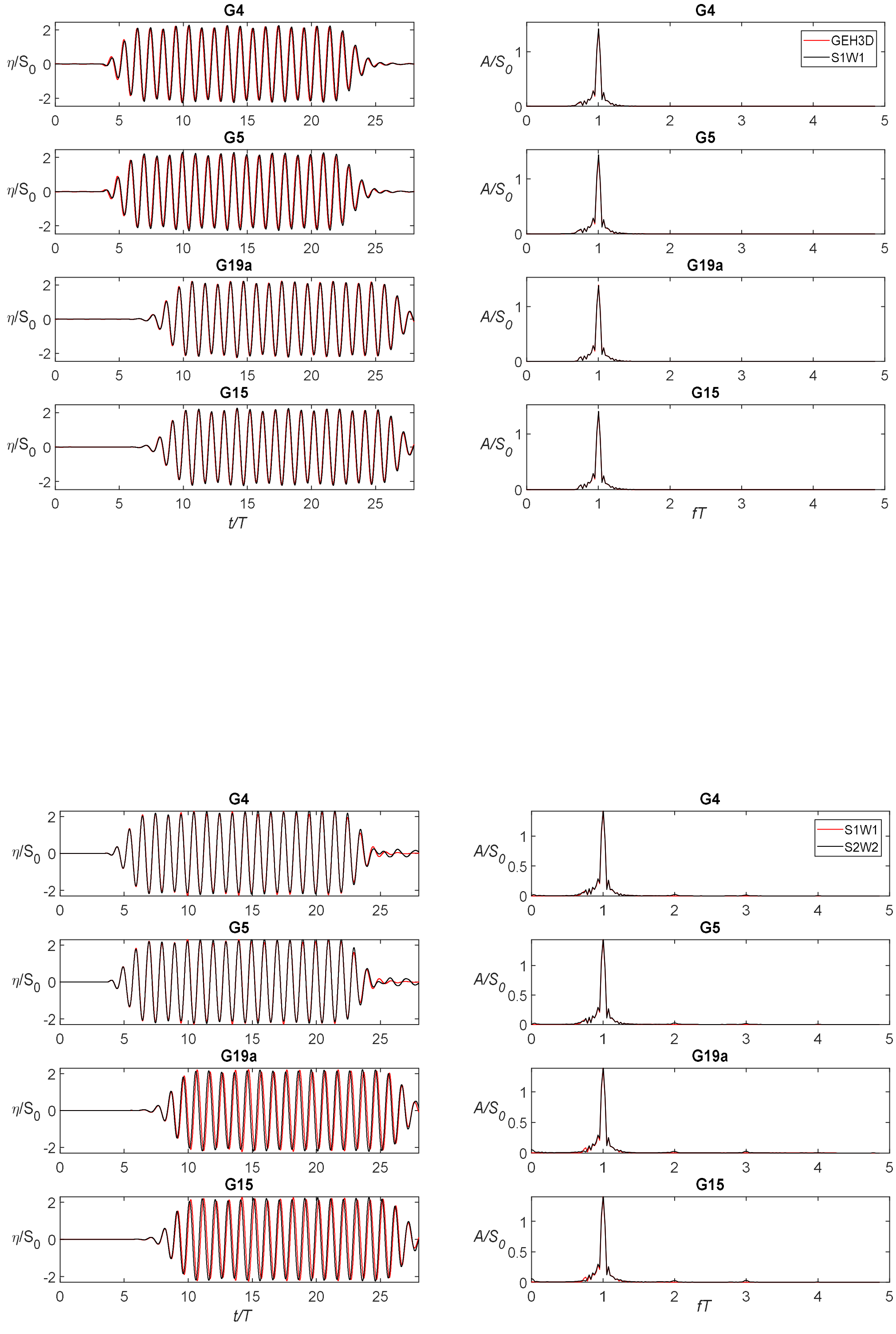
Analizując widma amplitudowe sygnałów zarejestrowanych na sondach numerycznych można zauważyć, że dla parametru $L/h = 3$ (Rys. 3.15) druga harmonika jest widoczna głównie w analizie sygnału z sondy G19a i G15 (odległych 2.0 m od generatora), tylko dla symulacji numerycznym modelem nieliniowym S2W2. Występuje ona także w zapisach z sond w osi basenu, pomimo że na sondach tych nie zarejestrowano fali podstawowej, czyli pierwszej harmoniki. A więc tylko nieliniowy model S2W2 jest w stanie opisać trójwymiarowy, i co z tego wynika, nieliniowy charakter pola falowego wytworzony przez generator segmentowy o zadanym kształcie. Także dla $L/h = 12$ widać na widokach z góry na powierzchnię swobodną (Rys. 3.16, 3.19, 3.22, 3.23), że pole falowe ma charakter wielokierunkowy. Dla fali o parametrze $L/h = 6$, w obszarze basenu równym dwóch długości fal pole falowe również ma charakter wielokierunkowy (Rys. 3.19 i 3.20). Jego nieliniowość widoczna jest w analizie widmowej tych fal. W analizie widmowej fali $L/h = 12$ (Rys. 3.21) zarejestrowanej na sondzie blisko generatora, wartość drugiej harmoniki wynosi około 80% wartości pierwszej harmoniki, co świadczy o dużej nieliniowości wygenerowanego pola falowego i utrzymuje ona się w zapisach z sond położonych w odległości dwóch metrów od generatora. Można stwierdzić na tej podstawie, że energia fali podstawowej została przekazana wygenerowanej wskutek procesów nieliniowych fali krótszej, która propaguje się w kierunku innym niż kierunek zadany fali podstawowej przez generator. Zjawisko to zostało opisane jedynie przez model nieliniowy S2W2.

3.2.2 Generator segmentowy w kształcie drugiego modu funkcji kształtu generatora

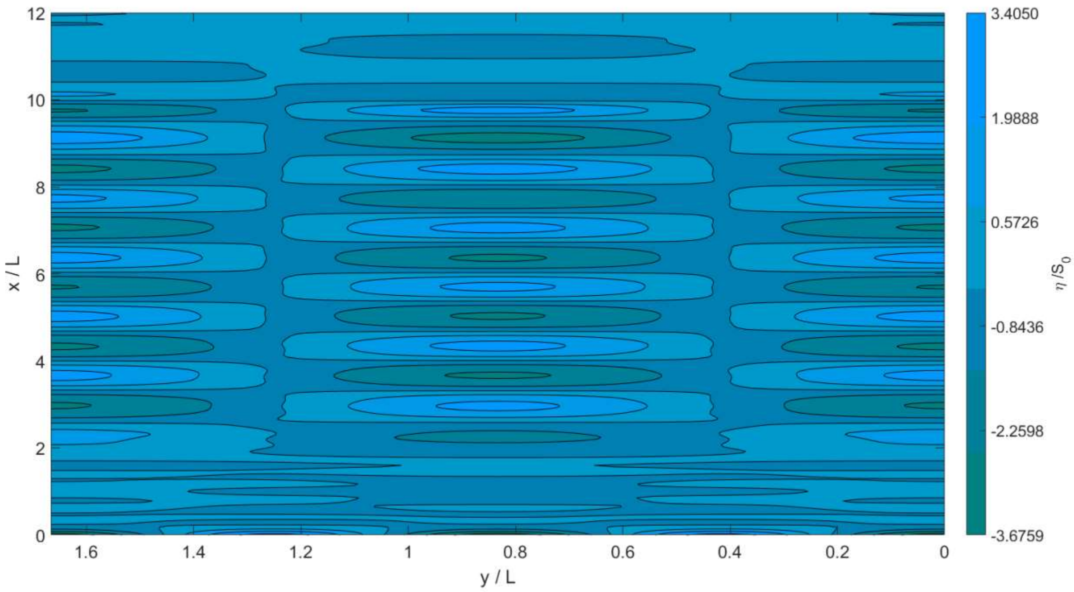
Dla $n = 2$ wartość własna μ_{02} ma wartość niezerową, co powoduje, że funkcja $\cos(\mu_{0n} y)$ z równania (3.1) opisuje kształt pełnej funkcji cosinus i segmenty generatora poruszają się tworząc zmienny kształt krzywej przedstawionej na Rys. 3.26. Generator ten jest symetryczny względem środkowej osi basenu.



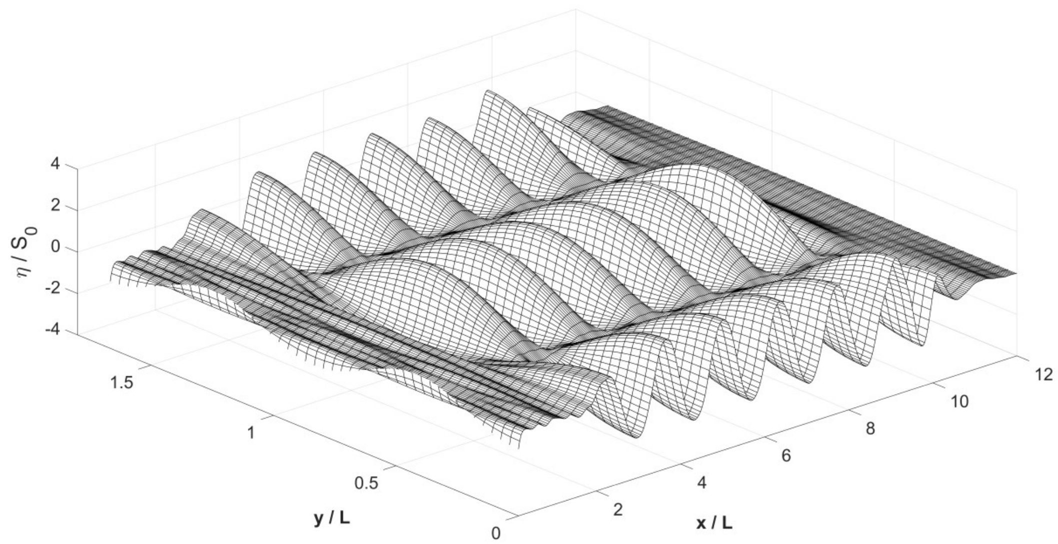
Rys. 3.26. Widok z góry na wywoływacz opisany drugim modem funkcji kształtu generatora segmentowego ($n = 2$).



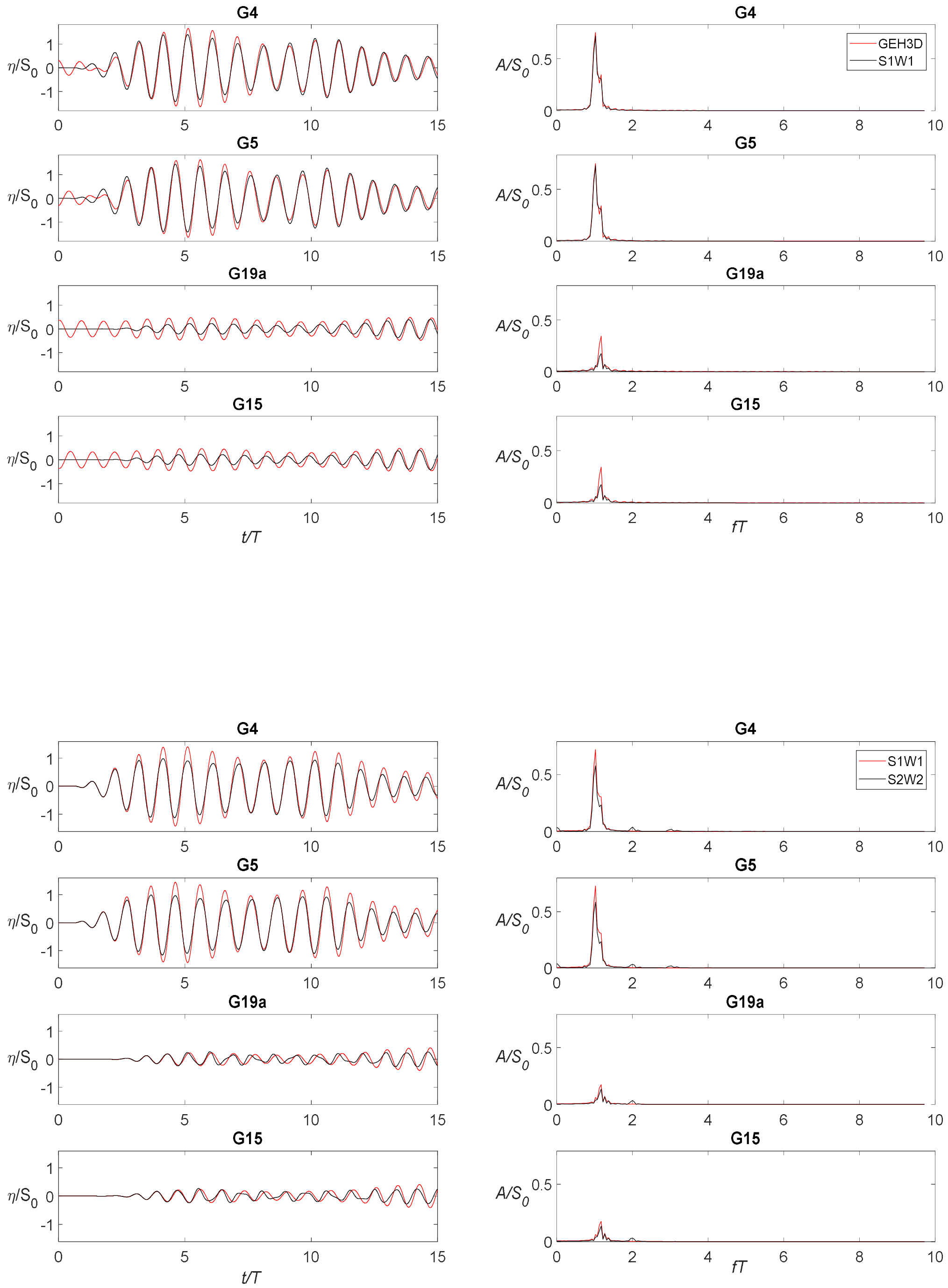
Rys. 3.27. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 3$, $n = 2$.



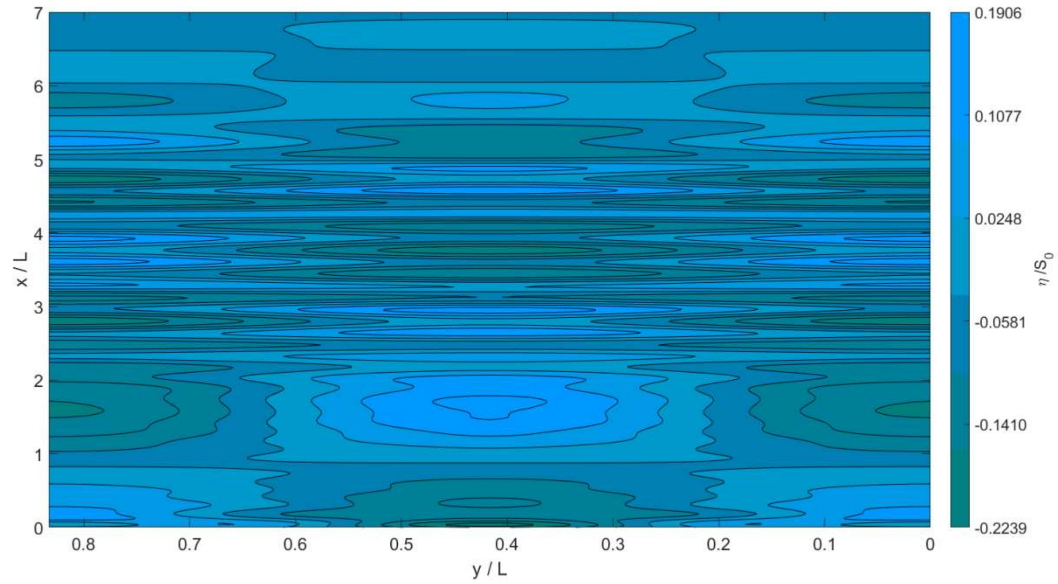
Rys. 3.28. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 3$, $n = 2$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



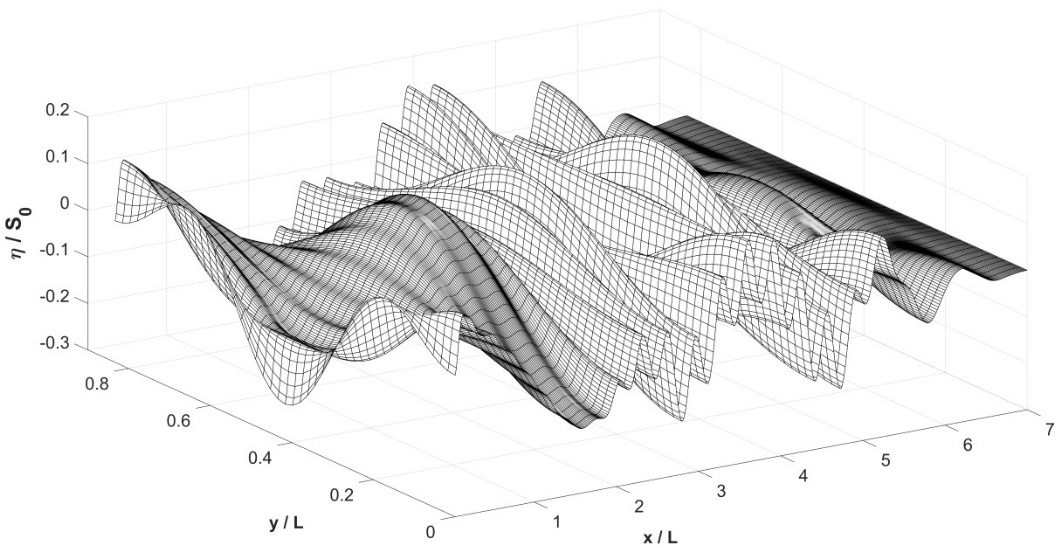
Rys. 3.29. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 3$, $n = 2$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



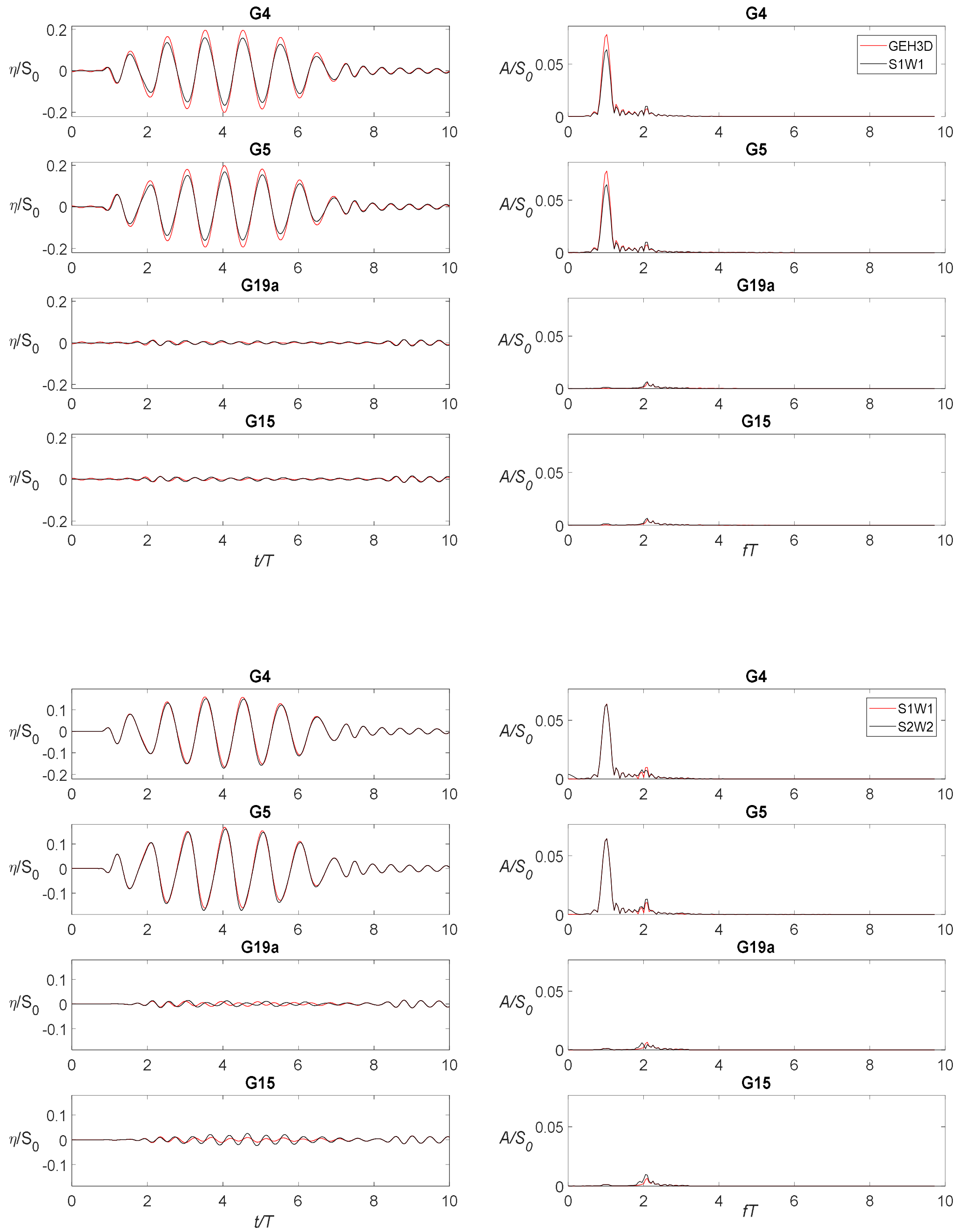
Rys. 3.30. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 6$, $n = 2$.



Rys. 3.31. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$, $n = 2$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.

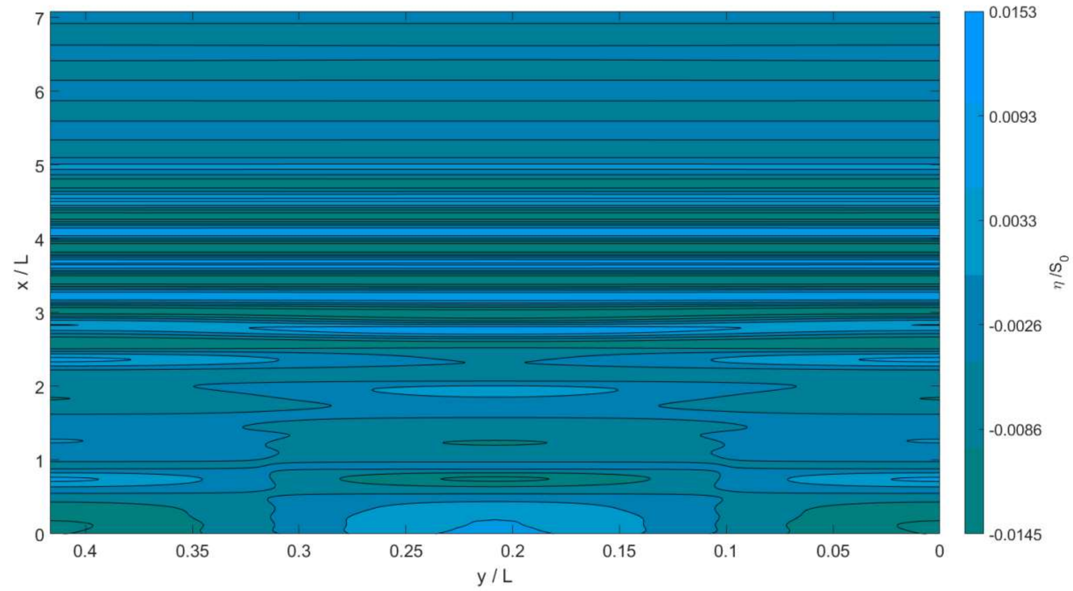


Rys. 3.32. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 6$, $n = 2$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.

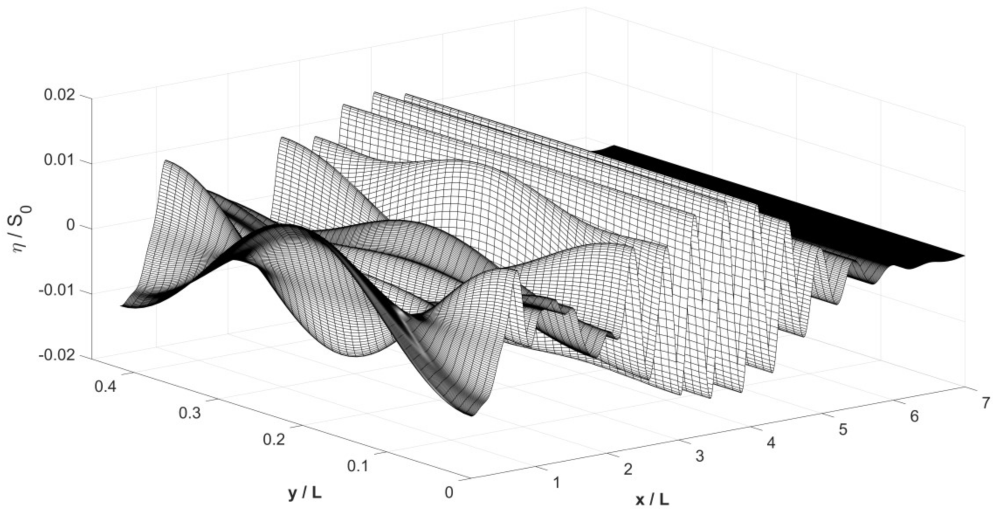


Rys. 3.33. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 12$, $n = 2$.

W przypadku, gdy kształt generatora jest opisany przez drugi mod funkcji kształtu generatora, po przejściu fali głównej $L = 4.8\ \mathrm{m}$, widoczne jest w analizie widmowej sygnału z sond G19a i G15 (Rys. 3.33), że w basenie utrzymuje się jeszcze fala o częstotliwości rezonansowej $f = 0.83\ \mathrm{Hz}$ ($L = 2.0\ \mathrm{m}$) oraz kilka fal o zbliżonych do niej długościach, co opisane jest jednocześnie przez model liniowy i nieliniowy. Dla tej funkcji kształtu wywoływacza fala ta widoczna jest w sygnale dopiero po przejściu fali głównej, oraz nie powoduje zaburzenia propagacji fali głównej wzdłuż basenu. Zachodzi też dużo mniejszy transfer energii z fali głównej, co potwierdza wartość amplitudy drugiej harmoniki, która jest rzędu 15% amplitudy pierwszej harmonicznej. Fala ta rejestrowana jest jeszcze na kolejnych sondach (G19a i G15) w odległości 2.0 m od generatora.



Rys. 3.34. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 12$, $n = 2$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



Rys. 3.35. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 12$, $n = 2$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.

3.3 Zestawienie i dyskusja wyników dla generowanych fal nierezonansowych

Tab. 3.1. Zestawienie wartości stosunku amplitudy drugiej harmoniki Stokes'a do pierwszej dla poszczególnych rozwiązań i parametrów zadanych na generatorze, odczyt sondy G4.

		$A(f_2)/A(f_1)$		
		GEH 3D	**S1W1**	**S2W2**
mod0	$L/h=3$	0	0	0,0339
	$L/h=6$	0	0	0,0612
	$L/h=12$	0	0	0,0524
mod1	$L/h=3$	0	0	0,0351
	$L/h=6$	0	0	0,0398
	$L/h=12$	0	0	0,7991
mod2	$L/h=3$	0	0	0,0176
	$L/h=6$	0	0	0,0564
	$L/h=12$	0,0936	0,1517	0,1235

Tab. 3.2. Zestawienie wartości stosunku amplitudy trzeciej harmoniki Stokes'a do pierwszej dla poszczególnych rozwiązań i parametrów zadanych na generatorze, odczyt sondy G4.

		$A(f_3)/A(f_1)$		
		GEH 3D	**S1W1**	**S2W2**
mod0	$L/h=3$	0	0	0,0076
	$L/h=6$	0	0	0,0571
	$L/h=12$	0	0	0,0381
mod1	$L/h=3$	0	0	0,0068
	$L/h=6$	0	0	0,0358
	$L/h=12$	0	0	0,0418
mod2	$L/h=3$	0	0	0,0111
	$L/h=6$	0	0	0,0336
	$L/h=12$	0	0,0109	0,0176

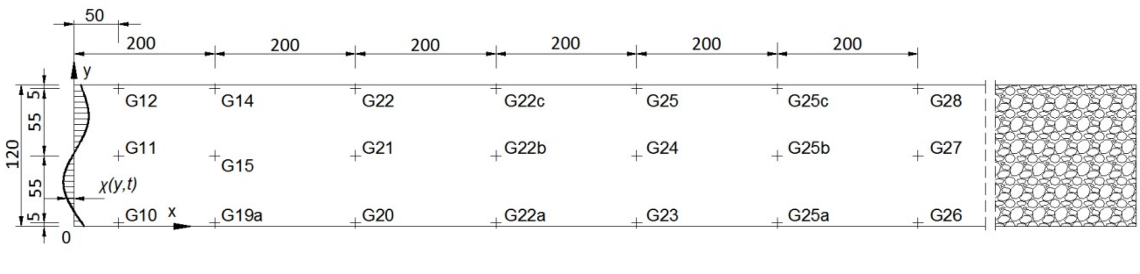
Zestawiając wyniki w Tab. 3.1. i Tab. 3.2. można zauważyć, że numeryczny model nieliniowy S2W2 racjonalnie odwzorowuje procesy nieliniowe zachodzące podczas propagacji fal wygenerowanych przez generator segmentowy. Świadczą o tym znaczne wartości amplitudy drugiej i trzeciej harmoniki względem pierwszej, widoczne w analizie widmowej sygnałów z sondy przy generatorze. Dla fal spełniających warunek $L < 2c$ (Sulisz, 2011) efekty trójwymiarowe są bardzo dobrze widoczne w przedstawionych widokach z góry na powierzchnię swobodną, natomiast dla fal spełniających warunek $L > 2c$ (fale dłuższe) trójwymiarowy charakter pola falowego zanika wraz ze wzrostem odległości od wywoływacza.

Gdy generator przybiera kształt zerowego modu funkcji kształtu, czyli klasycznego generatora tłokowego, amplituda drugiej harmoniki stanowi 3-6% wartości amplitudy pierwszej dla wszystkich analizowanych fal. Gdy kształt generatora jest opisany jako pierwszy mod funkcji kształtu to amplituda drugiej harmoniki stanowi 3-4% amplitudy pierwszej dla fal o parametrze $L/h = 3 \text{ i } 6$. W przypadku fali o parametrze $L/h = 12$, czyli $L > 2c$, gdy generator przyjmuje kształt drugiego modu funkcji kształtu, w analizie widmowej zarejestrowanych sygnałów pojawia się druga harmonika o wartości amplitudy równej 80% pierwszej harmoniki. Świadczy to o wygenerowaniu w basenie drugiej fali o częstotliwości $f = 0.83\,\text{Hz}$ i długości $L = 2.0\,\text{m}$. W zapisie wychylenia swobodnej powierzchni z sondy G4 widać, że od 10 sekundy występuje ona równocześnie z falą podstawową (Rys. 3.21) – widoczny podwójny grzbiet fali. Jest to oscylacja w przekroju poprzecznym basenu. Można więc stwierdzić, że model S2W2 opisał zjawisko generacji fali poprzecznej, która powstała wskutek zjawiska rezonansu.

Na przykładzie zjawisk zachodzących przy generacji fali o parametrze $L/h = 12$ dla różnych kształtów generatora mamy dowód na to, że generatory o złożonej geometrii mogą przyspieszać lub opóźniać niektóre procesy falowe, w tym także te o charakterze rezonansowym.

3.4. Propagacja fal regularnych generowanych przy użyciu wywoływacza segmentowego w basenie falowym dla rezonansowych długości fal

Dotychczas ugruntowana wiedza teoretyczna (Miles 1988, Miles i Becker 1988) i doświadczenie eksperymentalne (Barnard i Pritchard 1972, Deng i Chwang 2005) dotyczy zjawiska powstawania fali poprzecznej w kanałach falowych i zbiornikach wodnych. Z powodu niewielkiej liczby basenów hydrotechnicznych, a także dość wysokich kosztów badań modelowych w takich obiektach, w literaturze istnieje niewiele publikacji dotyczących badań nad powstawaniem fal poprzecznych w basenach falowych. Jest to również związane z koniecznością zastosowania w takich badaniach innego rodzaju wywoływacza niż prosty wywoływacz tłokowy czy wahadłowy, co znacząco wpływa na tworzenie się zjawisk rezonansowych. Większość prac teoretyczno – eksperymentalnych opisujących zjawiska rozkołysu i tworzenia się fal poprzecznych w małych zbiornikach wodnych dotyczy reżimu płytkiej wody ($L/h > 20$). Aby wypełnić chociaż w niewielkim stopniu tę lukę i zarejestrować podstawowe zjawiska występujące przy generacji fal poprzecznych w basenie falowym przeprowadzono szereg symulacji numerycznych modelem nieliniowym dla parametrów głębokościowych $L/h = 3, 6, 14$. Z tymi wynikami zestawiono wyniki symulacji analitycznego programu GEH3D. Wyniki przedstawiono w poniższych podrozdziałach 3.4.1÷3.4.3. Rozmieszczenie sond numerycznych przedstawia poniższy Rys. 3.36.



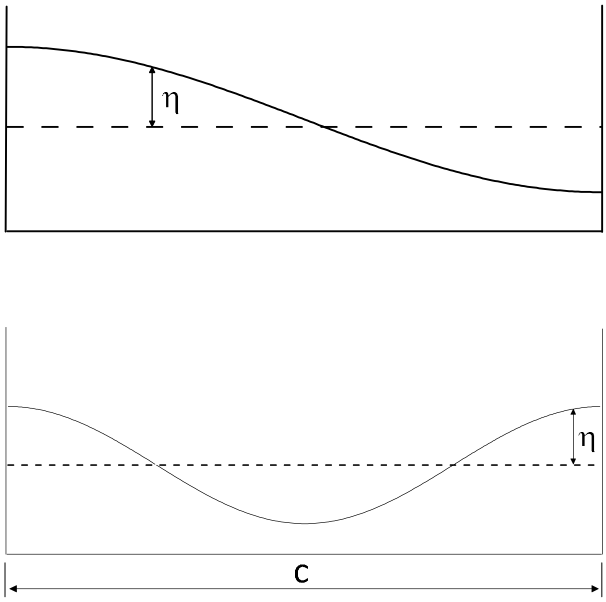
Rys. 3.36. Widok z góry na system sond falowych w basenie numerycznym z przyjętym układem współrzędnych dla generacji fal rezonansowych.

3.4.1 Powstawanie fali rezonansowej w basenie dla różnych modów funkcji kształtu generatora segmentowego i *L*/*h*=6

Podczas generacji fal w kanale falowym, dla fali o stosunku długości L do szerokości kanału c bliskiej dwa, wzbudzana jest poprzeczna fala stojąca o kształcie przedstawionym na Rys. 3.37a.

a)

b)



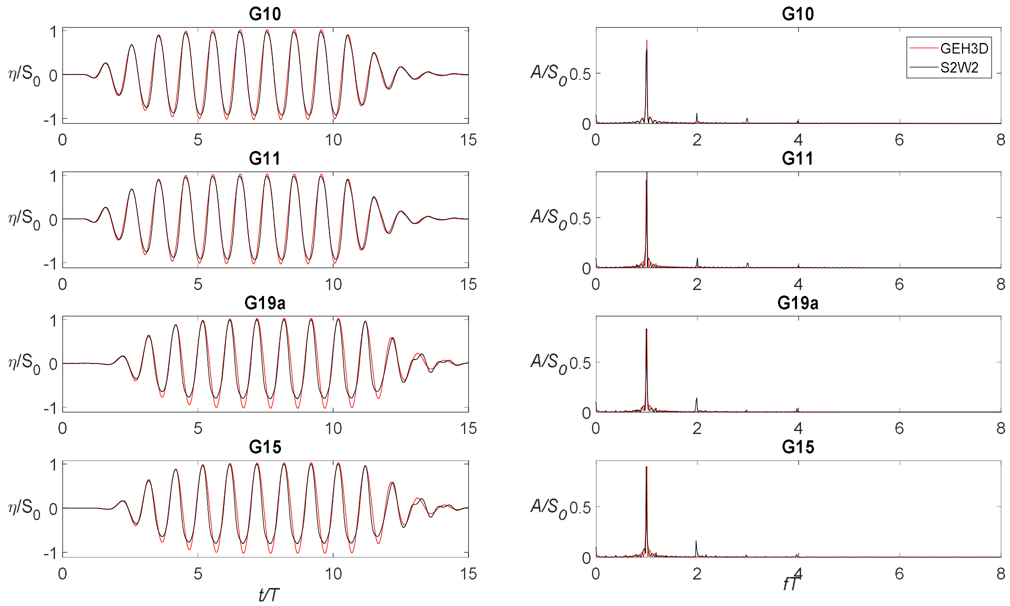
Rys. 3.37. Teoretyczny kształt wzbudzonej fali poprzecznej dla zadanej na generator tłokowy fali o długości L, gdzie: a) $L = 2c$ oraz b) $L = c$, w przekroju poprzecznym basenu.

Fala ta charakteryzuje się długim czasem wygaszania, co jest charakterystyczne dla zjawisk rezonansowych, a także większą amplitudą niż ta, którą miałaby fala o tym samym okresie wygenerowana w szerszym kanale falowym. Przeprowadzone symulacje numeryczne pokazały, że charakter tego zjawiska jest inny dla fali poprzecznej powstającej w basenie, gdzie szerokość zbiornika jest kilkakrotnie większa od głębokości.

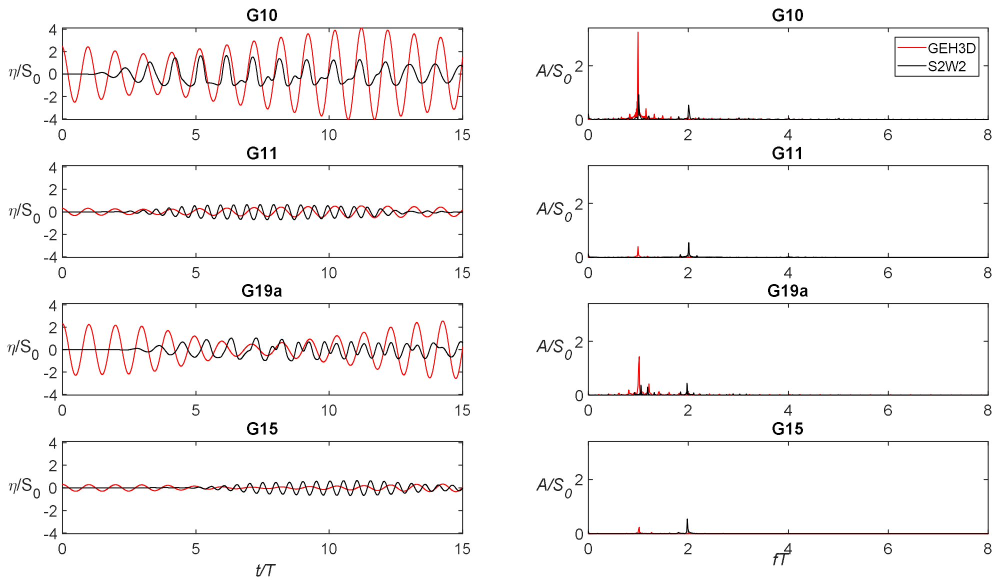
Zapisy swobodnej powierzchni dla sond umieszczonych w odległości większej niż 4.0 m od generatora, w przypadku zadanego na generator pierwszego i drugiego modu funkcji kształtu generatora, wykazują znacznie mniejsze wartości niż w obszarze początkowych czterech metrów basenu (wskutek wygaszania zjawiska rezonansowego), zapisy te nie zostały więc wzięte pod uwagę w analizie wyników.

Zadane parametry basenu to: szerokość $c = 1.2\,\mathrm{m}$, głębokość $h = 0.4\,\mathrm{m}$ i długość $b = 34.0\,\mathrm{m}$. Długość fali regularnej generowanej przez wywoływacz segmentowy wynosi $L = 2.4\,\mathrm{m}$ (przypadek, gdy $L = 2c$). Amplituda maksymalnego wychylenia płytek generatora $S_0 = 0.036\text{m}$ ($n = 0$ i $n = 1$) i $S_0 = 0.046\,\text{m}$ (dla $n = 2$). Parametr $kh = 1.05$, co dla generatora tłokowego (Dean i Dalrymple, 1992) daje stosunek amplitudy wzniesienia powierzchni swobodnej do wychylenia generatora $A / S_0 = 1$.

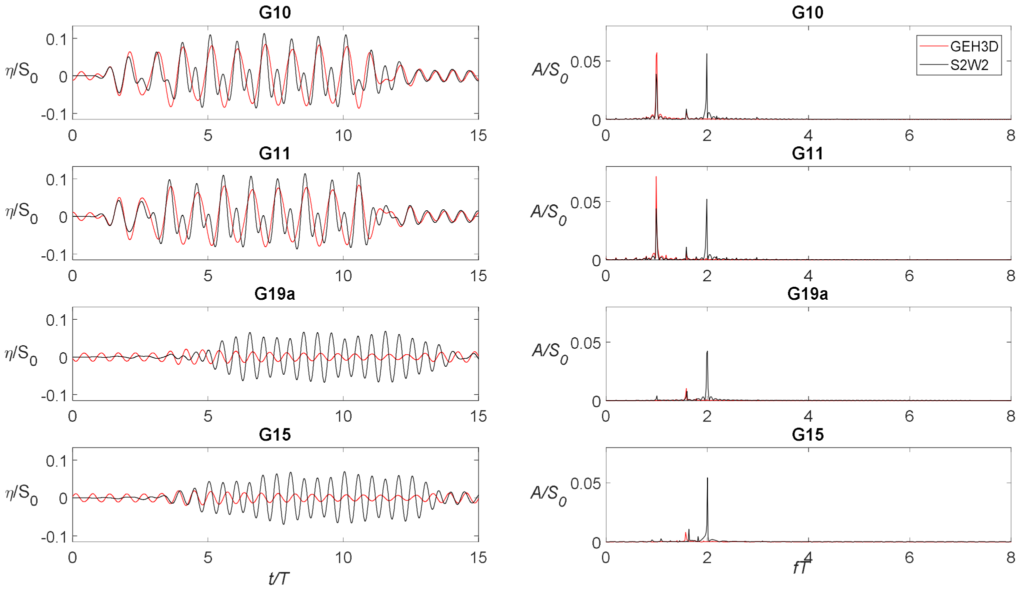
W pierwszym przypadku generator segmentowy miał kształt zerowego modu funkcji kształtu generatora, tak jak na Rys. 3.4. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.38. Kolejno na generatorze zadano kształt pierwszego modu funkcji kształtu generatora - Rys. 3.14. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.39. Następnie na generatorze zadano kształt drugiego modu funkcji kształtu generatora - Rys. 3.26. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.40. Przedstawione porównania wyników symulacji modelem analitycznym i modelem nieliniowym S2W2 wykazały, że zjawiska rezonansowe nie mogą być dobrze opisane przez liniowy model analityczny, ponieważ w wynikach symulacji tym modelem widoczny jest nieproporcjonalny wzrost amplitudy pierwszej harmoniki Stokes'a w widmie amplitudowym analizowanych przebiegów (Rys. 3.39 i 3.40) oraz brak kolejnych harmonik w widmie, wskazujących na pojawienie się fal rezonansowych w basenie. Natomiast model nieliniowy S2W2 potrafi opisać nieliniowy charakter zjawisk rezonansowych, widoczne w analizie widmowej są kolejne harmoniki Stokes'a.



Rys. 3.38. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h=6$ i $n=0$.

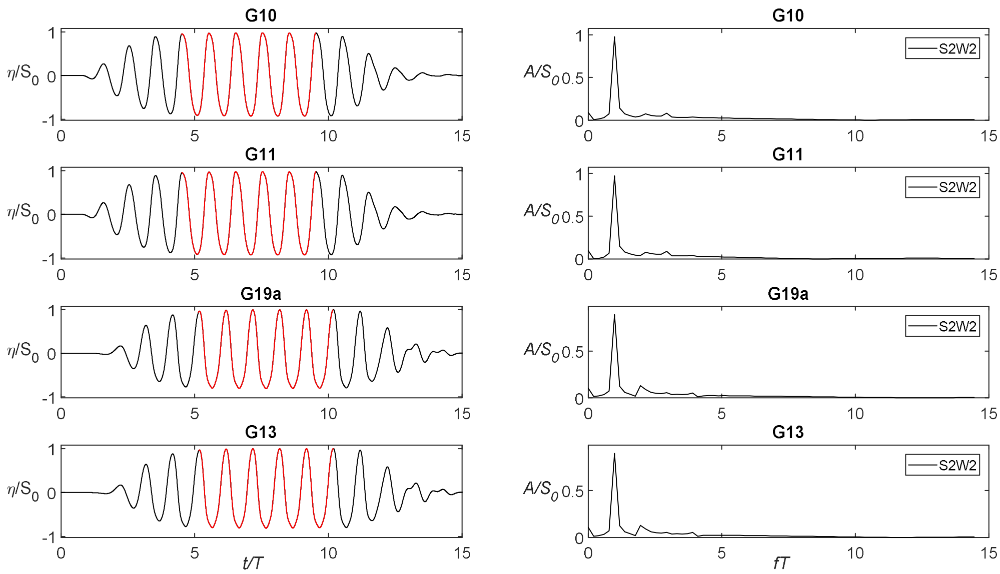


Rys. 3.39. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h=6$ i $n=1$.

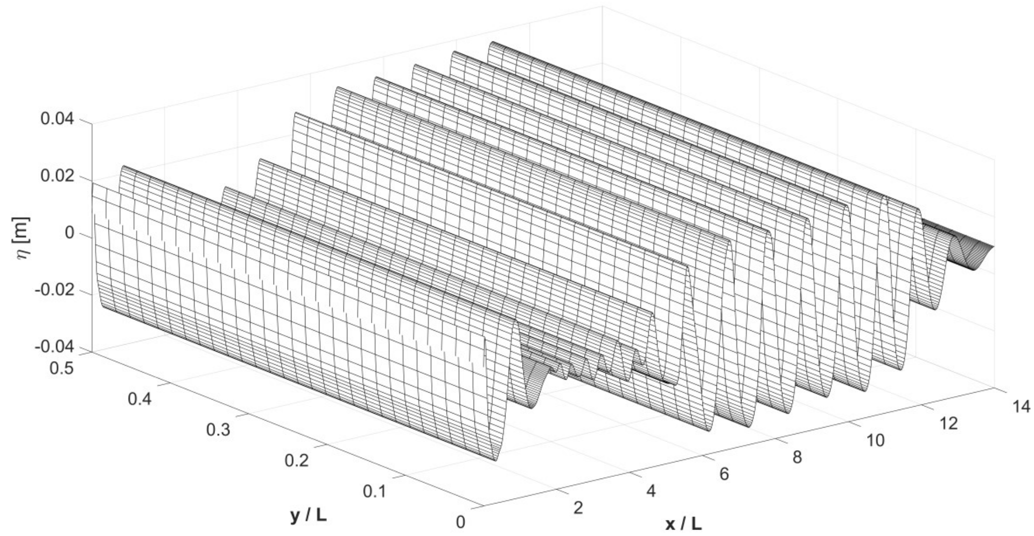


Rys. 3.40. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 6$ i $n = 2$.

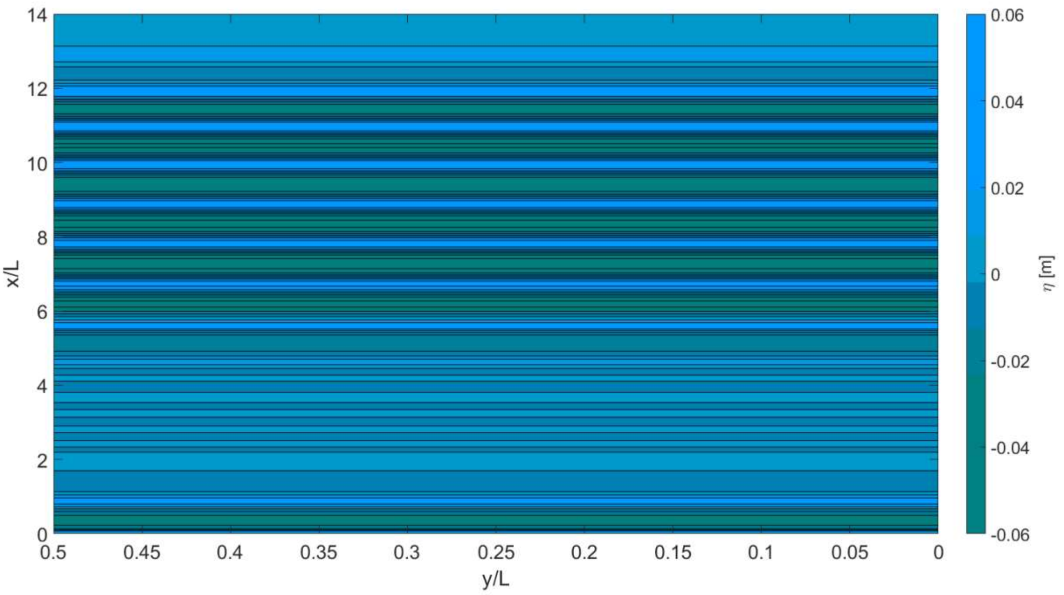
Dokonano także osobnych analiz widmowych zapisów zmian elewacji powierzchni swobodnej, zarejestrowanych na sondach numerycznych modelu nieliniowego S2W2, wygenerowanych przy użyciu różnych modów funkcji kształtu generatora segmentowego. Część sygnału poddaną analizie zaznaczono kolorem czerwonym. Analizy te wsparto też widokami z góry na powierzchnię swobodną, na których można zaobserwować pojawienie się poprzecznej fali rezonansowej.



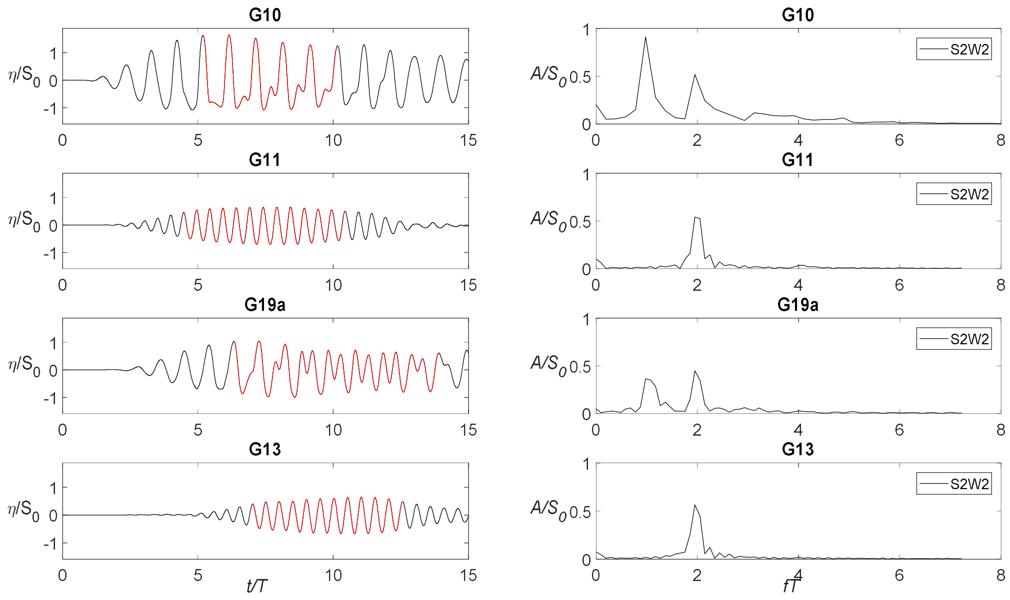
Rys. 3.41. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 6$ i $n = 0$.



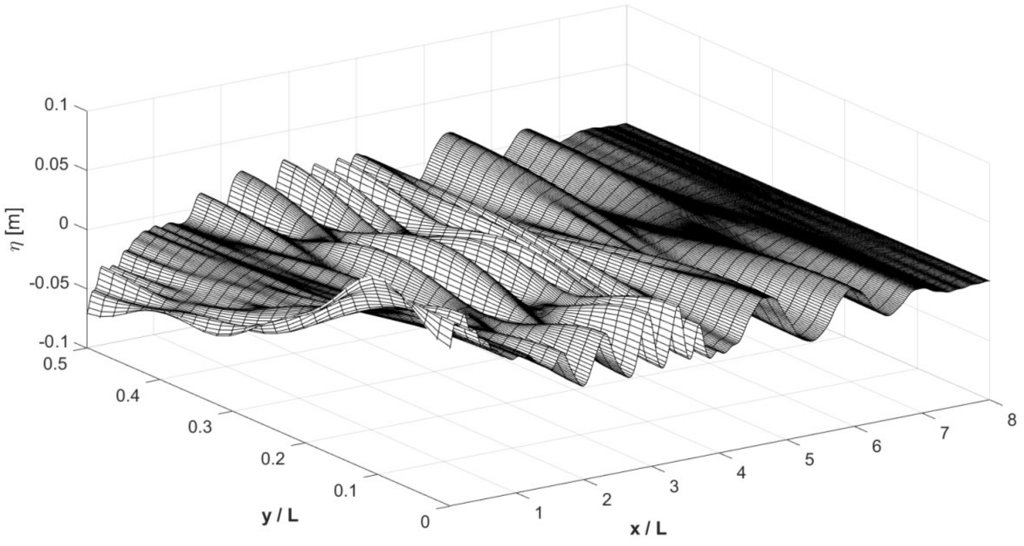
Rys. 3.42. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 6$, $n = 0$, w chwili $t = 25$ s .



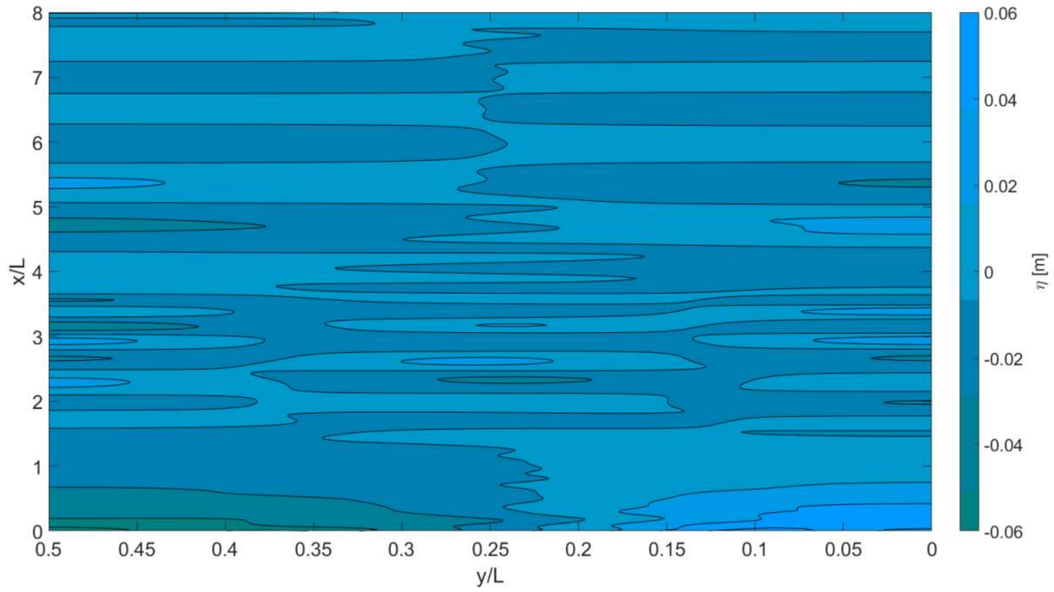
Rys. 3.43. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$ i $n = 0$ w chwili $t = 25$s .



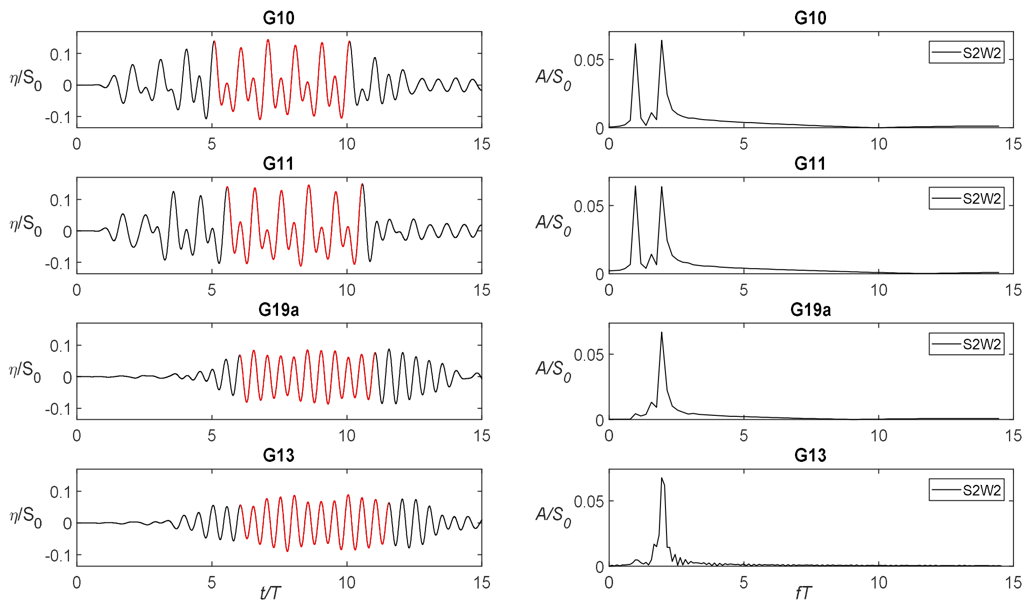
Rys. 3.44. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 6$ i $n = 1$.



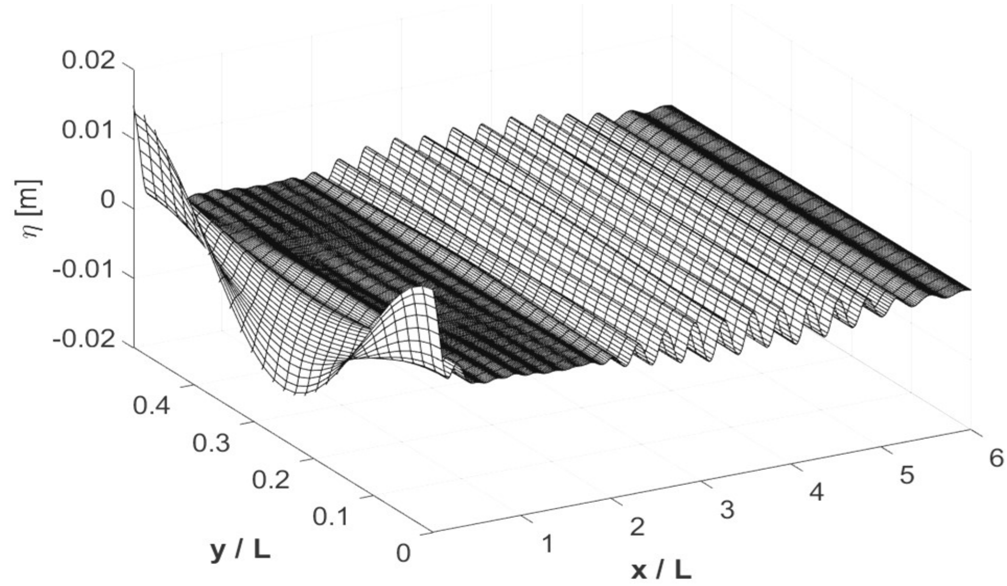
Rys. 3.45. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 6$, $n = 1$, w chwili $t = 25\ \mathrm{s}$.



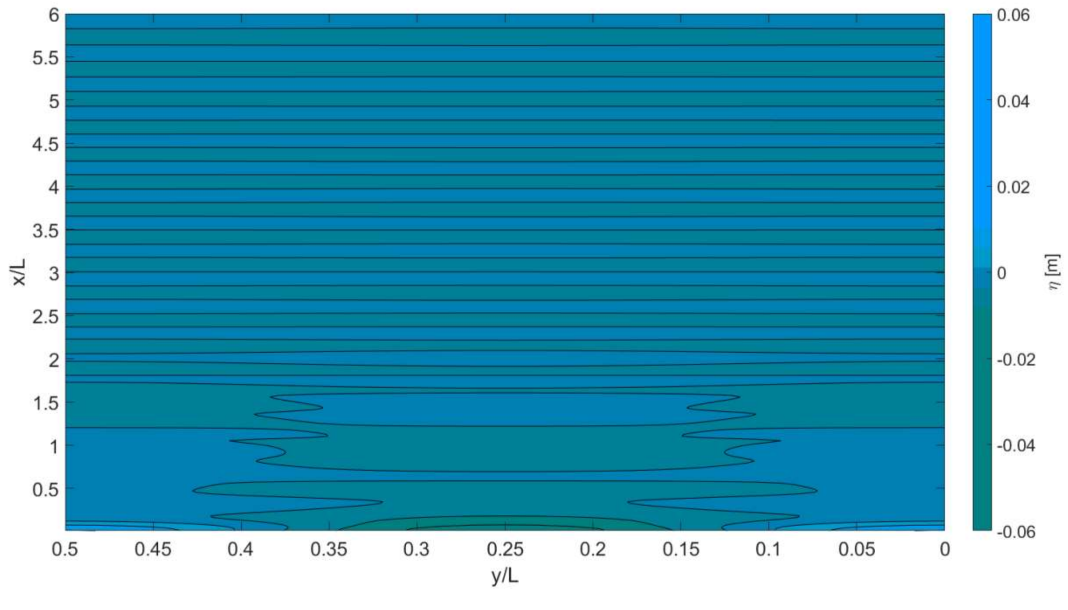
Rys. 3.46. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$ i $n = 1$ w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



Rys. 3.47. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 6$ i $n = 2$.



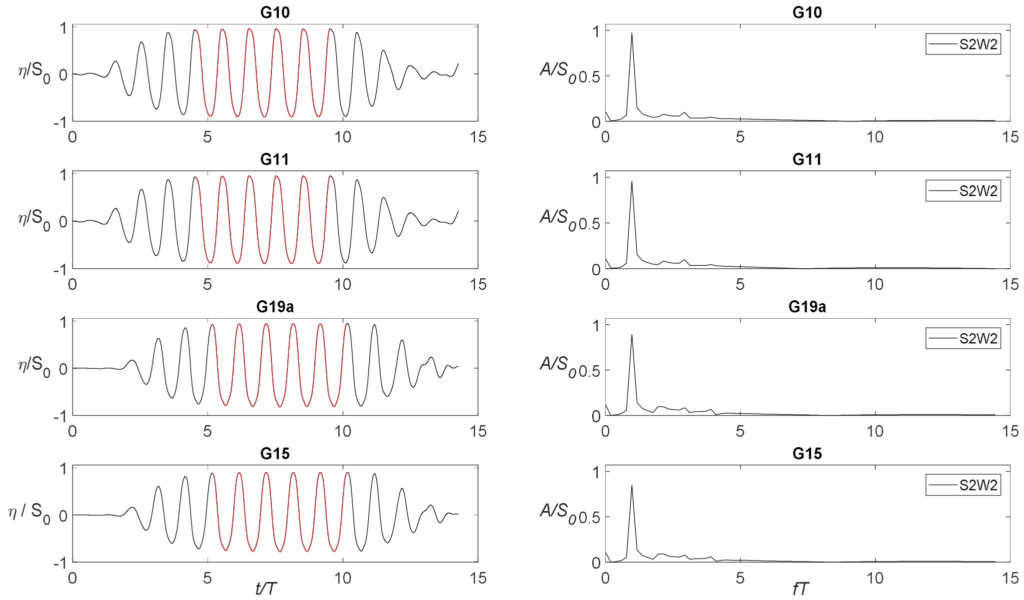
Rys. 3.48. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 6$, $n = 2$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



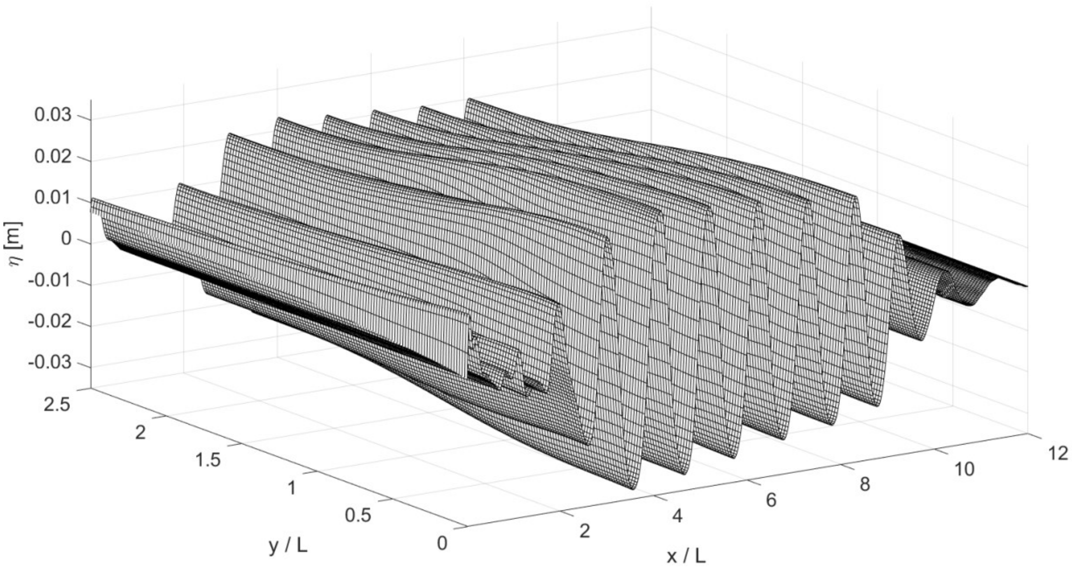
Rys. 3.49. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$ i $n = 2$ w chwili $t = 25\mathrm{s}$.

Na sondzie G10 (Rys. 3.44) wyraźnie widoczny jest wzrost amplitudy w efekcie utworzenia się poprzecznej fali rezonansowej, która widoczna jest w analizie widmowej jako druga harmonika częstotliwości fali podstawowej, a jej wartość osiąga aż 50% wartości pierwszej harmonicznej. Jak widać na powyższych analizach widmowych zapisów zmian elewacji powierzchni swobodnej zarejestrowanych na sondach numerycznych, Rys. 3.41, 3.44, 3.47, rezonansowa fala poprzeczna tworzy się w większym stopniu dla zadanego na generator pierwszego i drugiego modu funkcji kształtu, Rys. 3.44, 3.47, niż dla zerowego modu funkcji kształtu generatora, Rys. 3.41. Taki wniosek można wysunąć na podstawie podwyższonej wartości amplitudy drugiej harmonicznej (50%) względem pierwszej w widmie amplitudowym. Możemy też zauważyć zmniejszanie się amplitudy fali podstawowej w widmie (Rys. 3.44), wraz ze wzrostem odległości od generatora już na dystansie pierwszych dwóch metrów. W przypadku bardziej złożonego kształtu generatora (Rys. 3.47) amplituda fali podstawowej gwałtownie zanika wraz ze wzrostem odległości od generatora. Druga harmonika reprezentująca falę poprzeczną nie zmienia natomiast swojej amplitudy w analizowanym obszarze. Można wysunąć wniosek, że w przypadku basenu falowego, przy dużych szerokościach zbiornika względem jego głębokości, do wzbudzenia fali poprzecznej potrzebne będą bardziej złożone kształty generatora niż prosty generator tłokowy (tak jak ma to miejsce w kanałach falowych).

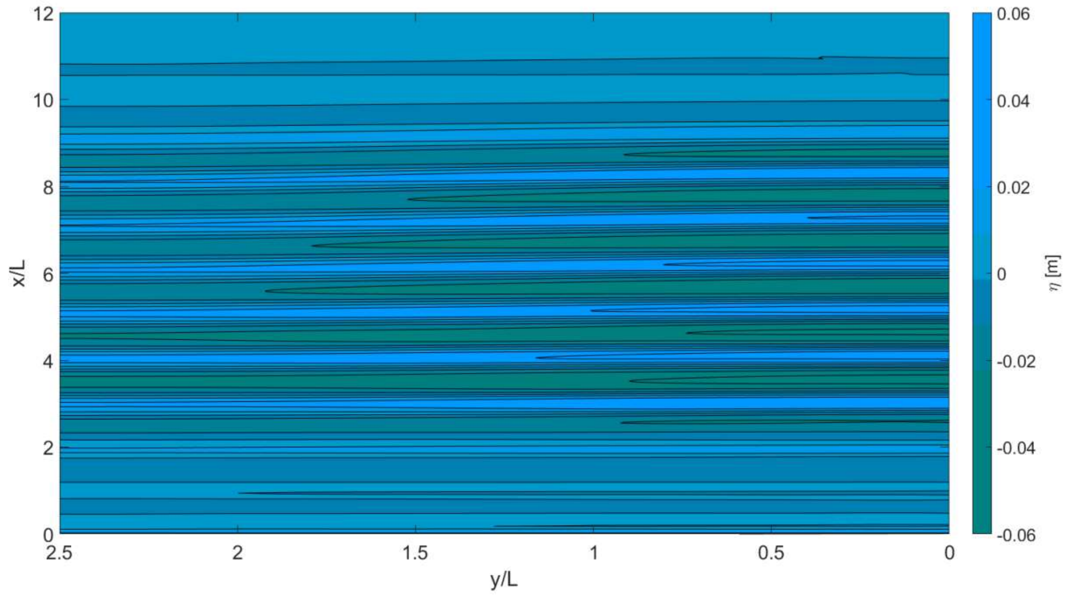
Dodatkowo zbadano jak fala o długości $L = 2.4\,\mathrm{m}$ będzie propagować się w basenie, o szerokości spełniającej warunek $L < c$. Należy nadmienić, że fala ta ma częstość $2\omega_1$ względem fali o długości $L_1 = 5.4\,\mathrm{m}$ przy propagacji której występują zjawiska rezonansowe dla zadanej szerokości zbiornika $c = 6.0\,\mathrm{m}$ (przypadek, gdy $L \approx c$, Rys. 3.37b). Fala o długości $L = 2.4\,\mathrm{m}$ nie powinna generować fali poprzecznej w basenie o szerokości $c = 6.0\,\mathrm{m}$. Podczas eksperymentów numerycznych stwierdzono jednak powstanie fali poprzecznej podczas generacji tej fali. Parametry basenu to szerokość $c = 6.0\,\mathrm{m}$ i długość $b = 34.0\,\mathrm{m}$, głębokość wody $h = 0.4\,\mathrm{m}$. Amplituda maksymalnego wychylenia płytek generatora $S_0 = 0.04\,\mathrm{m}$. Kolejno na generatorze zadawano kształt zerowego, pierwszego i drugiego modu funkcji kształtu. Otrzymane wyniki przedstawiono na Rys. 3.50÷3.58.



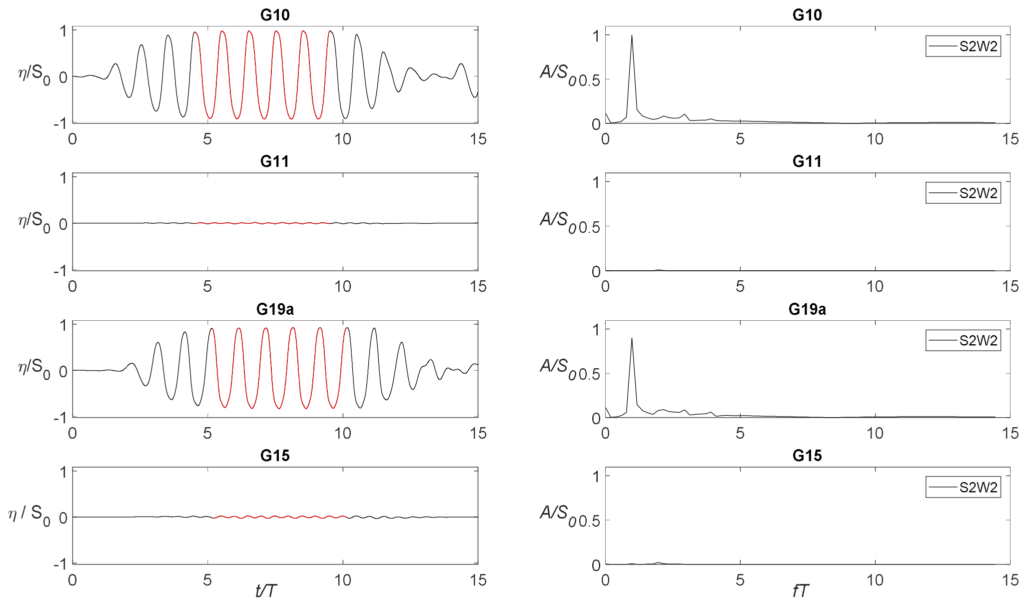
Rys. 3.50. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h=6$, $n=0$ i $c=6.0\,\mathrm{m}$.



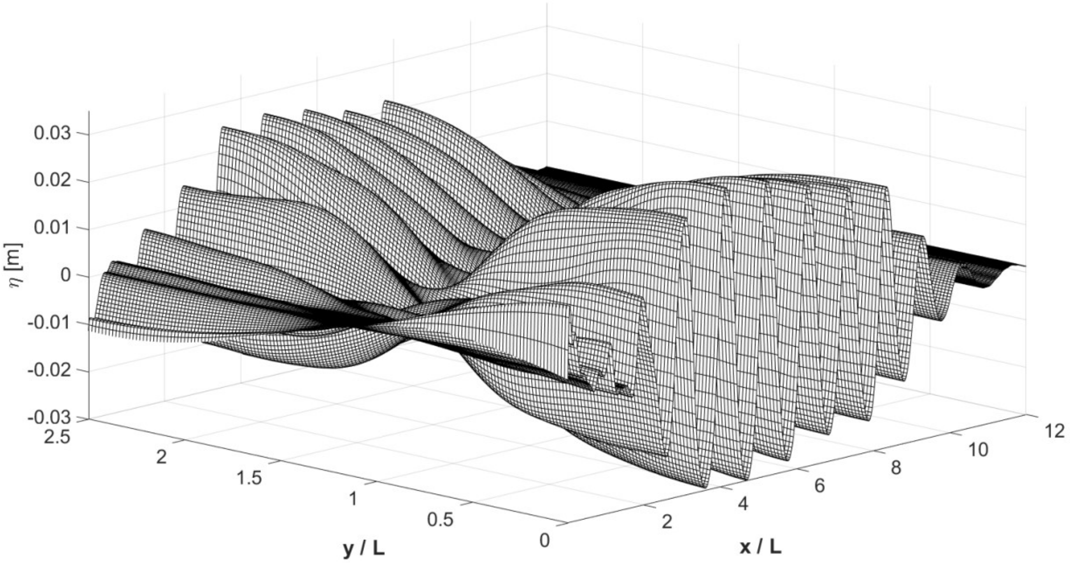
Rys. 3.51. Powierzchnia swobodna dla $L/h=6$, $n=0$ i $c=6.0\,\mathrm{m}$, w chwili $t=20\,\mathrm{s}$.



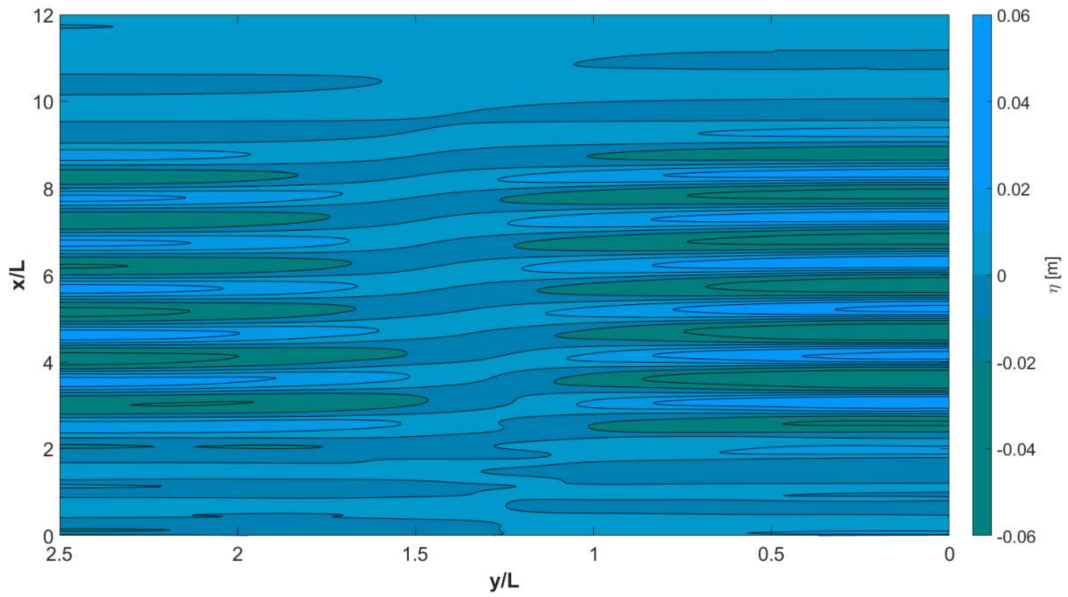
Rys. 3.52. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$, $n = 0$, $c = 6.0$ m w chwili $t = 20$ s .



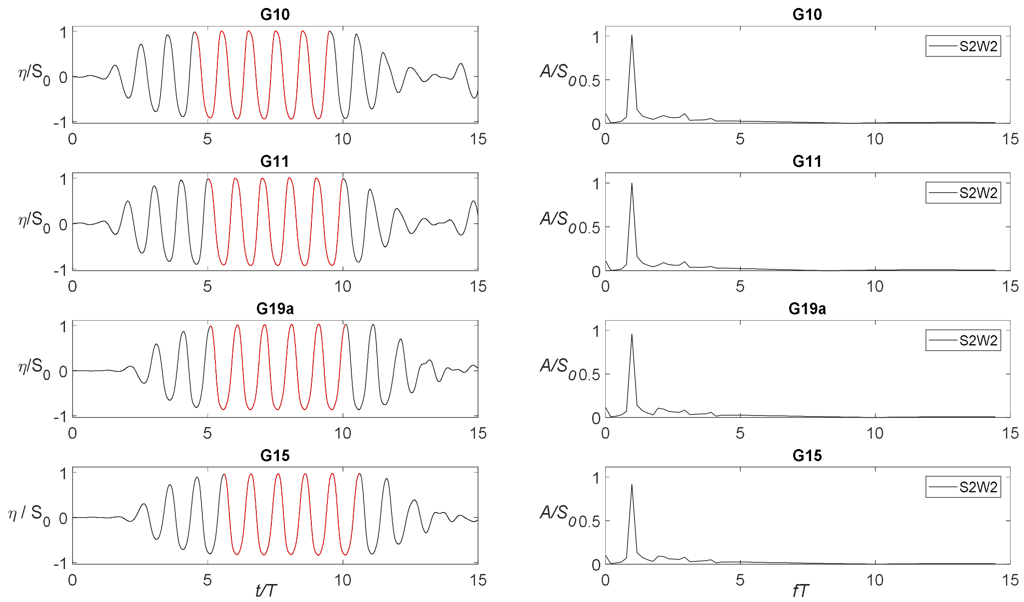
Rys. 3.53. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 6$, $n = 1$ i $c = 6.0$ m .



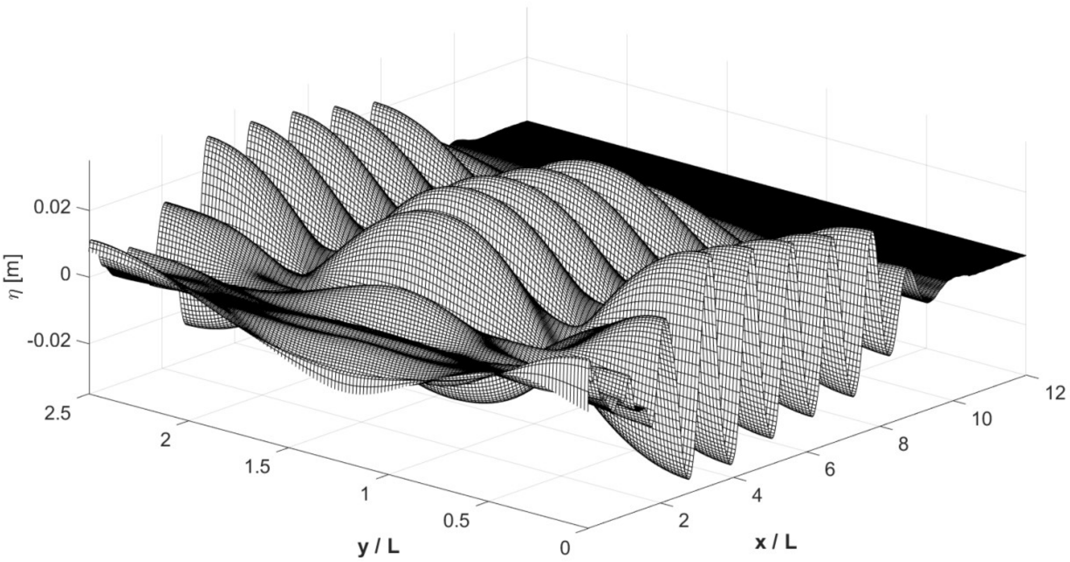
Rys. 3.54. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 6$, $n = 1$ i $c = 6.0\,\mathrm{m}$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$.



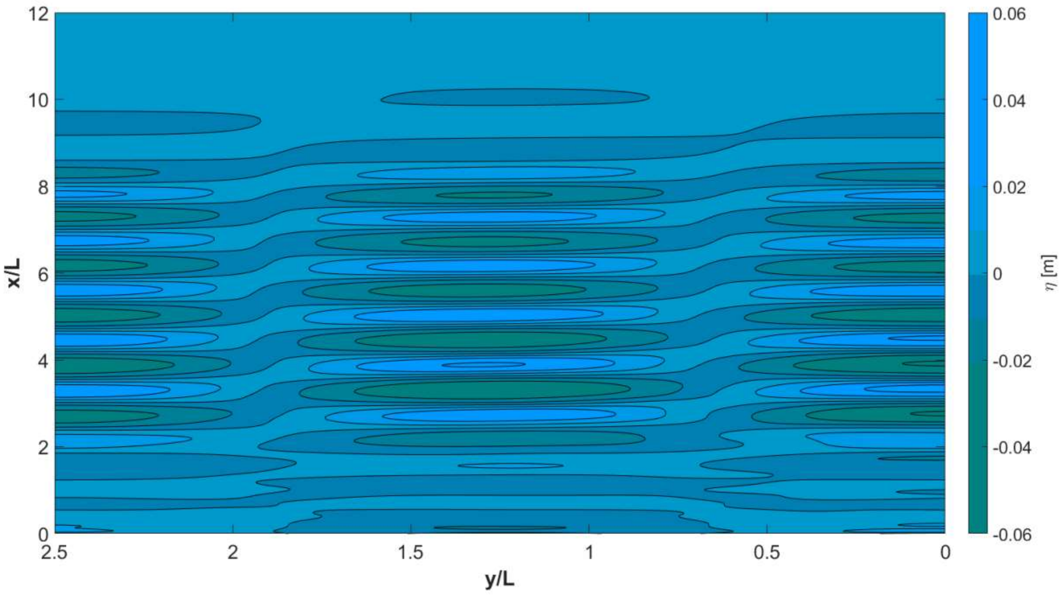
Rys. 3.55. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$, $n = 1$, $c = 6.0\,\mathrm{m}$ w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$.



Rys. 3.56. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 6$, $n = 2$ i $c = 6.0\,\mathrm{m}$.



Rys. 3.57. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 6$, $n = 2$ i $c = 6.0\,\mathrm{m}$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$.



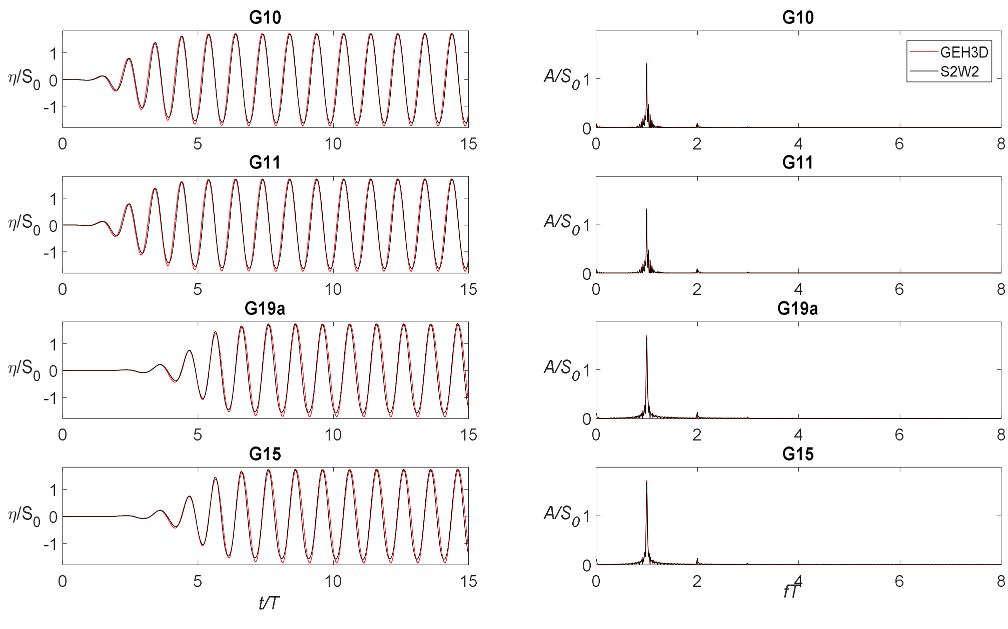
Rys. 3.58. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 6$, $n = 2$, $c = 6.0$ m w chwili $t = 20$ s.

Na Rys. 3.52, 3.55, 3.58 widoczne jest oddziaływanie rezonansowej fali poprzecznej na pole falowe wytworzone w basenie, co można porównać chociażby z przypadkiem generacji wywoływaczem tłokowym - Rys. 3.43. Potwierdza to możliwość powstania rezonansu generowanego nieliniowymi składowymi tego pola falowego, a nie tylko na podstawie znanych nam zasad geometrycznych dotyczących długości fali propagującej się w basenie i jego wymiarów.

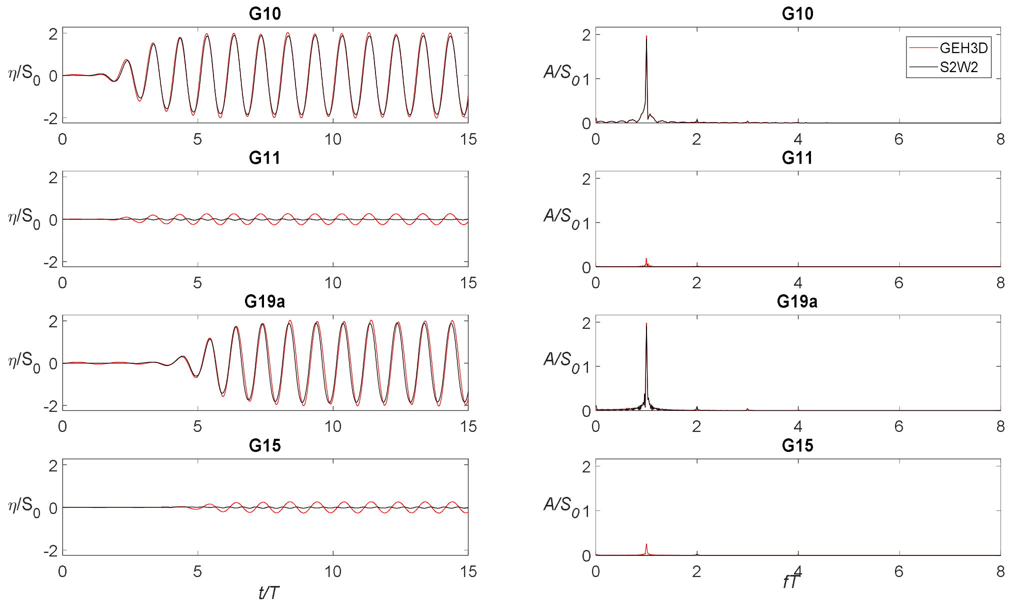
3.4.2 Powstawanie fali rezonansowej w basenie dla różnych modów funkcji kształtu generatora segmentowego i *L*/*h*=3

Podczas generacji w kanale falowym fali o $L/c = 1$ zaobserwowano wzbudzenie się fali o długości $L = c$ między bocznymi ścianami kanału (Deng, Chwang 2005). Zaobserwowano wtedy powstanie stojącej fali poprzecznej o kształcie takim jak na Rys. 3.37b. Zgodnie z parametrami przyjętymi przez tych autorów w ich eksperymencie przeprowadzono symulację numeryczną w basenie falowym. Zadane parametry basenu to szerokość $c = 1.2$ m, głębokość $h = 0.4$ m i długość $\mathrm{b} = 34.0$ m. Długość generowanej fali regularnej wynosiła $L = 1.2$ m (przypadek, gdy $L < 2c$). Amplituda maksymalnego wychylenia płytek generatora $S_0 = 0.008$ m. Parametr $kh = 2.09$, co wyłącznie dla generatora tłokowego (Dean i Dalrymple 1992) daje stosunek amplitudy wzniesienia swobodniej powierzchni do wychylenia generatora $A/S_0 = 1.7$.

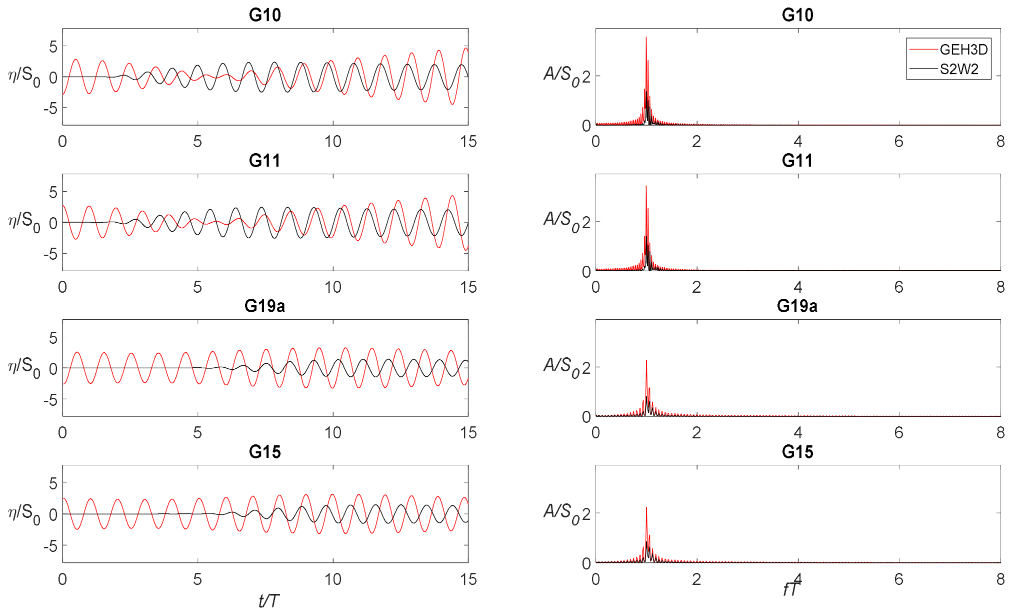
W pierwszym przypadku na generatorze zadano ułożenie segmentów w kształcie zerowego modu funkcji kształtu (Rys. 3.4), równoważne linii prostej (wywoływacz tłokowy). Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym S2W2 i modelem analitycznym GEH3D przedstawiono na Rys. 3.59. Wyniki symulacji obu modeli mają tu dobrą zgodność, co świadczyłoby o braku wystąpienia zjawiska rezonansu przy generacji fal wywoływaczem typu tłokowego. Kolejno na generatorze zadano kształt pierwszego modu funkcji kształtu generatora. (Rys. 3.14.). Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.60. Tutaj występuje już niewielka rozbieżność między wynikami modelu analitycznego i nieliniowego. Dodatkowy sygnał w zapisie wzniesienia powierzchni swobodnej w modelu GEH3D na sondach w środkowej osi basenu wynika z niewielkiego przesunięcia (ok. 2 cm) tych sond od środka basenu. Następnie na generatorze zadano kształt drugiego modu funkcji kształtu generatora. (Rys. 3.26). Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.61. W tym przypadku pomierzone sygnały i ich widma amplitudowe dla tych dwóch modeli różnią się znacznie od siebie. Widoczne jest w przypadku analizy wyników symulacji modelu GEH 3D, że rozwiązanie analityczne nie opisuje w sposób dokładny zjawiska rezonansowego (Rys. 3.61).



Rys. 3.59. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h=3$ i $n=0$.

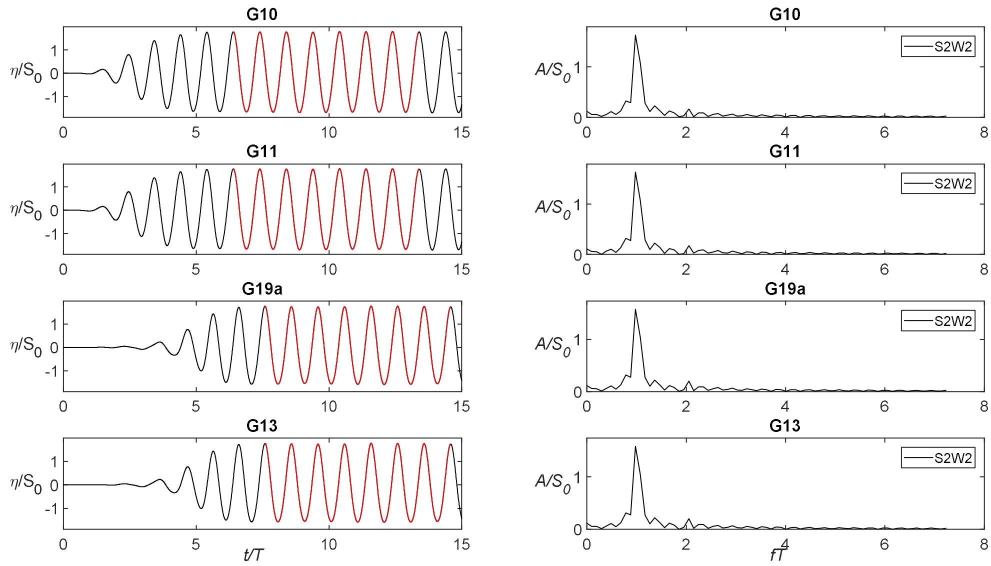


Rys. 3.60. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 3$ i $n = 1$.

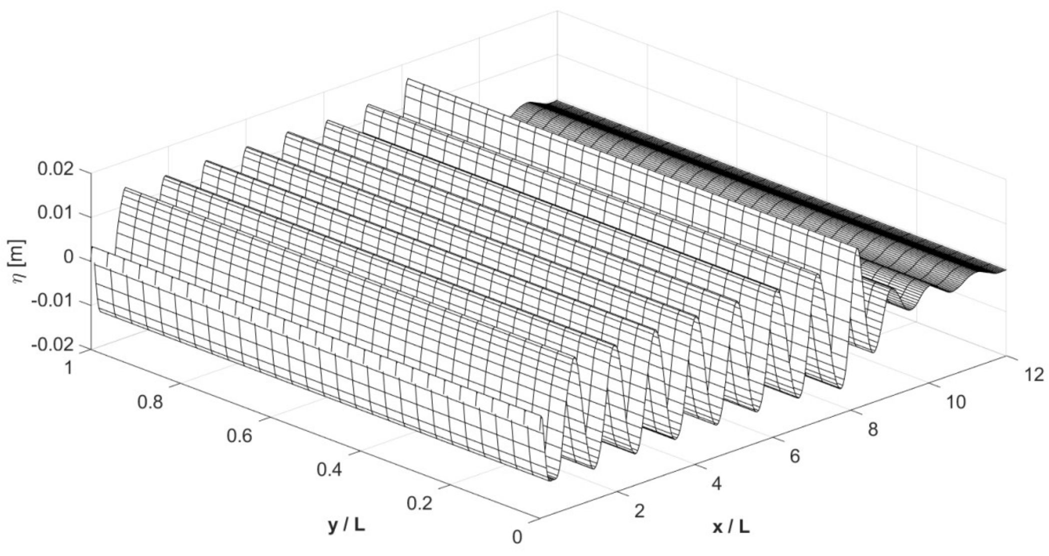


Rys. 3.61. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 3$ i $n = 2$.

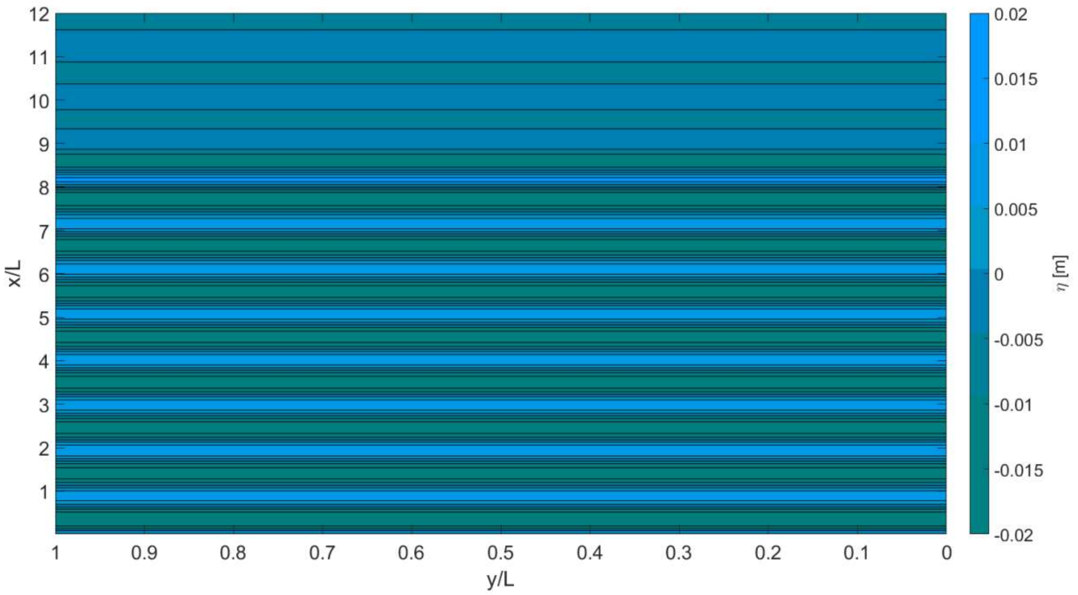
W dalszej części rozdziału została przedstawiona osobna analiza widmowa zapisów zmian elewacji powierzchni swobodnej zarejestrowanych na sondach numerycznych modelu nieliniowego S2W2 wygenerowanych przy użyciu przedstawionych trzech różnych kształtów generatora segmentowego (Rys. 3.62, 3.65, 3.68). Część sygnału poddaną analizie zaznaczono kolorem czerwonym. Analizy te uzupełniono widokami z góry stanu powierzchni swobodnej w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$ (Rys. 3.63÷3.70).



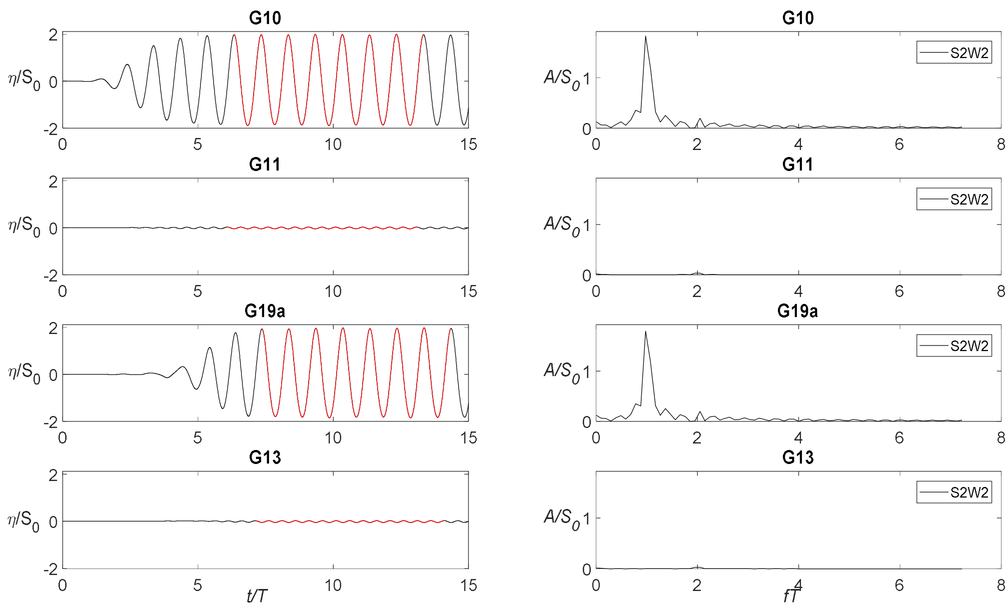
Rys. 3.62. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 3$ i $n = 0$.



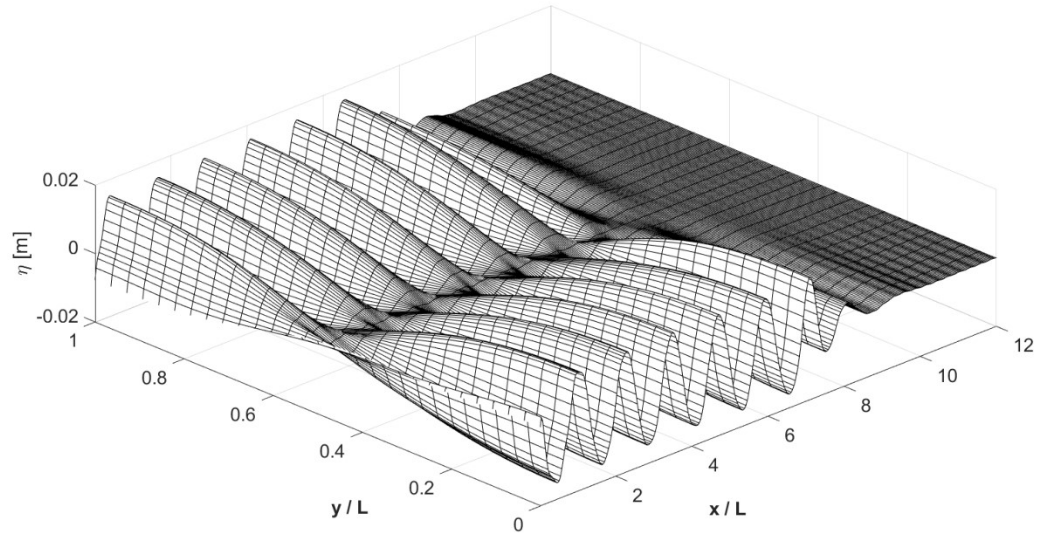
Rys. 3.63. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 3$, $n = 0$, w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



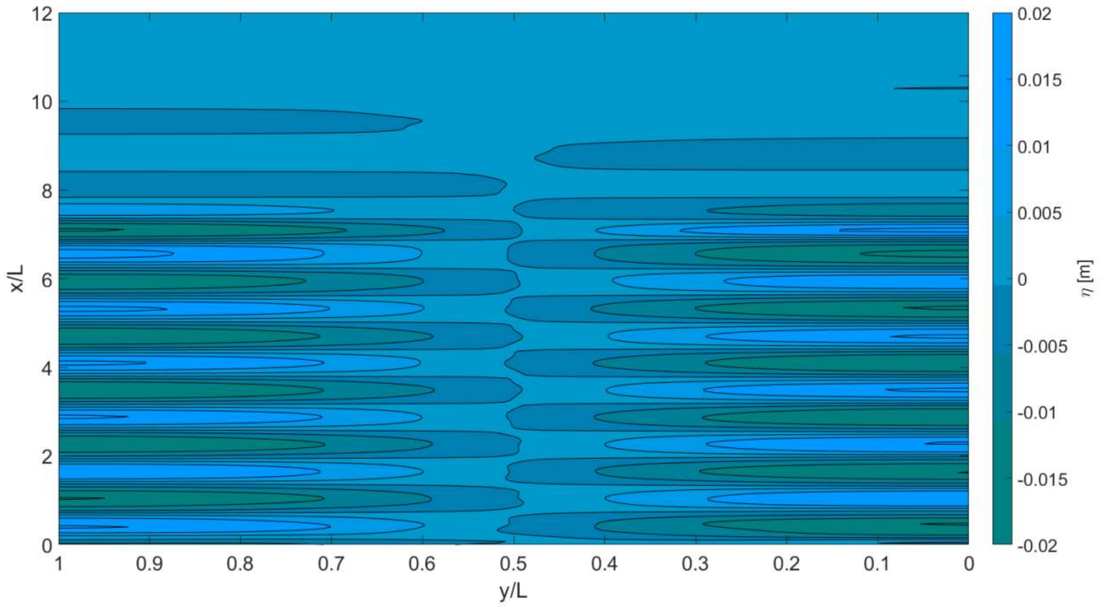
Rys. 3.64. Widok z góry na swobodną powierzchnię dla $L/h = 3$ i $n = 0$ w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.



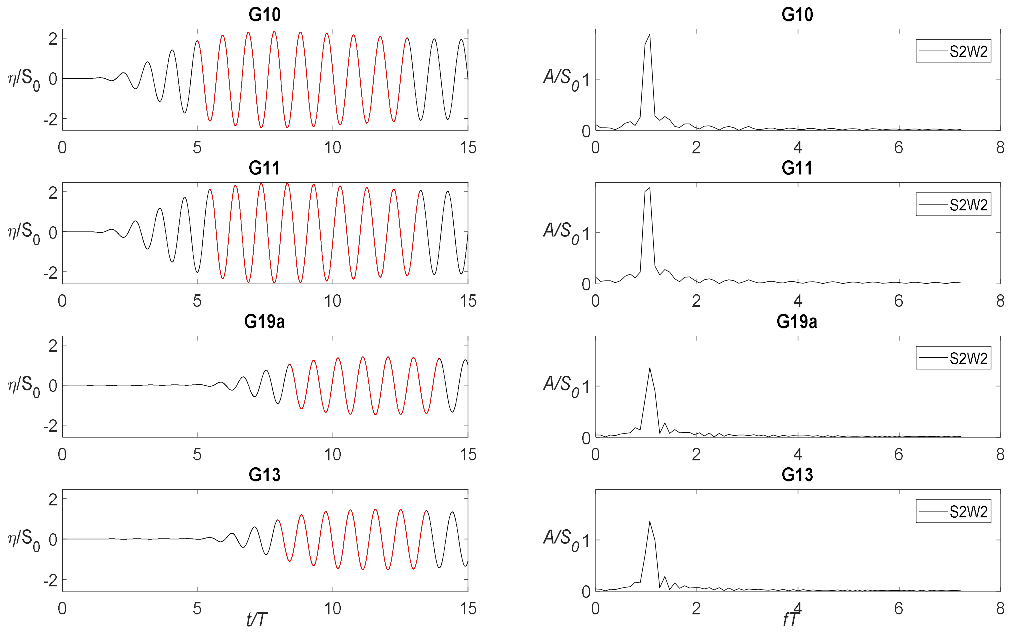
Rys. 3.65. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 3$ i $n = 1$.



Rys. 3.66. Powierzchnia swobodna dla $L/h=3$, $n=1$, w chwili $t=25\,\mathrm{s}$.

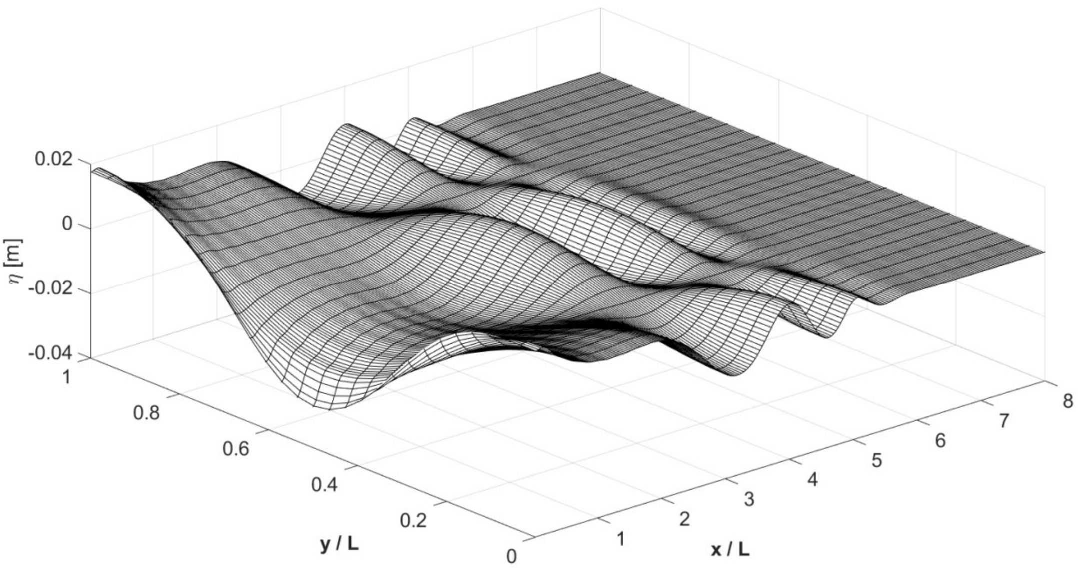


Rys. 3.67. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h=3$ i $n=1$ w chwili $t=25\,\mathrm{s}$.

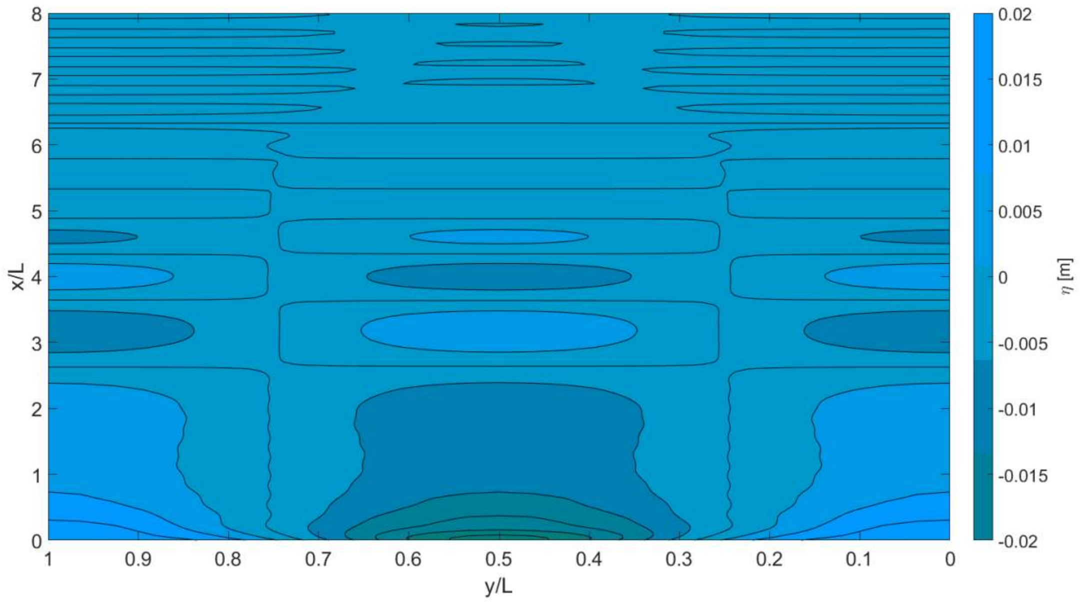


Rys. 3.68. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 3$ i $n = 2$.

.



Rys. 3.69. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 3$, $n = 2$, w chwili $t = 25$ s.



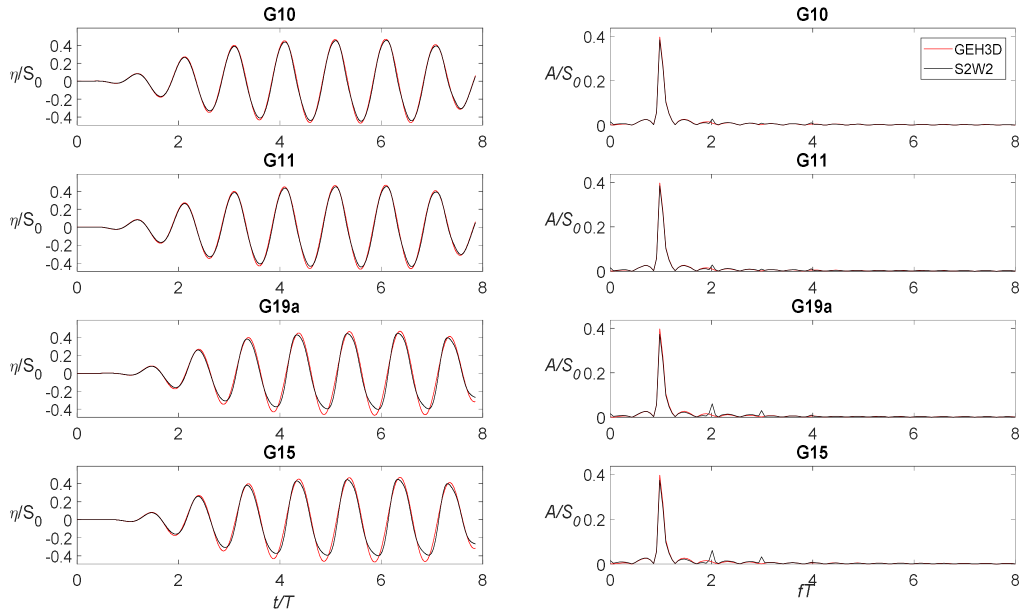
Rys. 3.70. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 3$ i $n = 2$ w chwili $t = 25\,\mathrm{s}$.

Na przedstawionych wykresach (Rys. 3.62, 3.65, 3.68) analizy widmowej zapisów zmian elewacji powierzchni swobodnej zarejestrowanych na sondach numerycznych nie występuje wzmocnienie drugiej harmoniki w widmie amplitudowym, co sugerowałoby, że nie tworzy się w tej sytuacji rezonansowa fala poprzeczna (dla generatora tłokowego jak i dla kształtu generatora pierwszej i drugiej mody cosinusa). Można więc wysunąć wniosek, że w przypadku basenu falowego (duże szerokości zbiornika względem jego głębokości) charakter tworzenia się fali poprzecznej nie jest taki sam jak opisany w eksperymentach przeprowadzonych w kanałach falowych (Deng, Chwang, 2005). Możliwe jest też, że powstanie zjawiska rezonansu wymaga określonej wartości progowej energii dostarczanej do układu za pomocą generatora. Oznacza to, że w tym przypadku wymagane byłoby większe wychylenie płytek wywoływacza S_0, aby pojawiły się w basenie zjawiska rezonansowe.

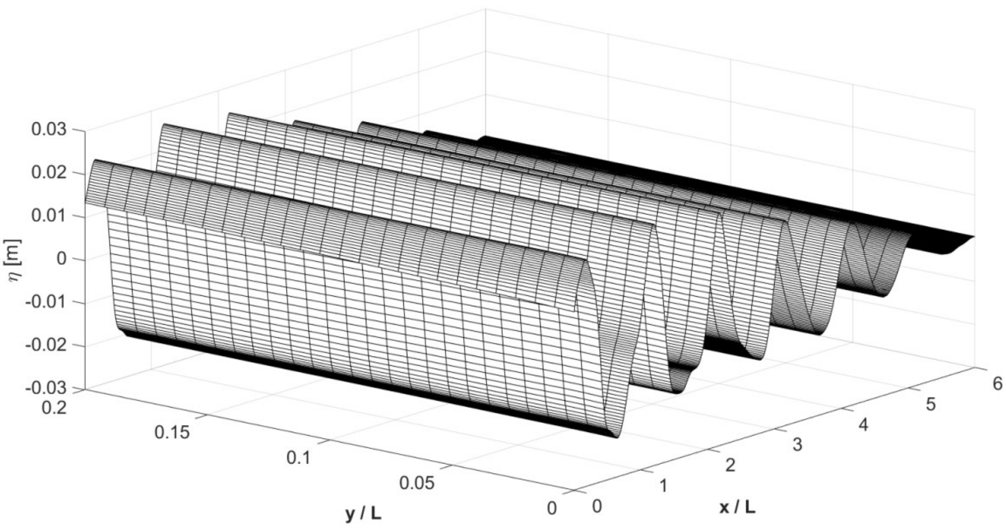
3.4.3 Powstawanie fali rezonansowej w basenie dla różnych modów funkcji kształtu generatora segmentowego i *L/h*=14

Podczas eksperymentów w basenie numerycznym wygenerowano falę propagującą o okresie równym $2T$ (jej długość wynosiła $L = 5.4\,\mathrm{m}$). Wartość T odpowiada okresowi fali o długości $L = 2.4\,\mathrm{m}$, przy propagacji której występują zjawiska rezonansowe dla zadanej szerokości zbiornika $c = 1.2\,\mathrm{m}$ (przypadek, gdy $L = 2c$). Fala o długości $L = 5.4\,\mathrm{m}$ nie powinna generować fali poprzecznej w basenie o szerokości $c = 1.2\,\mathrm{m}$. Pozostałe parametry basenu to głębokość wody $h = 0.4\,\mathrm{m}$ i długość $b = 34.0\,\mathrm{m}$. Amplituda maksymalnego wychylenia płytek generatora $S_0 = 0.056\,\mathrm{m}$ (dla $n = 0$) i $S_0 = 0.072\,\mathrm{m}$ (dla $n = 1$ i $n = 2$). Parametr $kh = 0.468$, co dla generatora tłokowego (Dean and Dalrymple, 1992) daje stosunek amplitudy wzniesienia powierzchni swobodnej do wychylenia płyty generatora $A/S_0 = 0.5$.

W pierwszym przypadku na generatorze zadano kształt zerowego modu funkcji kształtu generatora odpowiadający generatorowi tłokowemu. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym S2W2 i modelem analitycznym GEH3D przedstawiono na Rys. 3.62. Wyniki symulacji modelu nieliniowego wykazują pojawienie się drugiej harmoniki Stokes'a w analizie widmowej sygnału z sondy G19a i G15, umieszczonych w odległości 2.0 m od generatora. Może być to wynik występowania w basenie fali wolnej, która w rzeczywistych basenach występuje zawsze podczas pracy generatora. Model nieliniowy dobrze opisał to zjawisko.

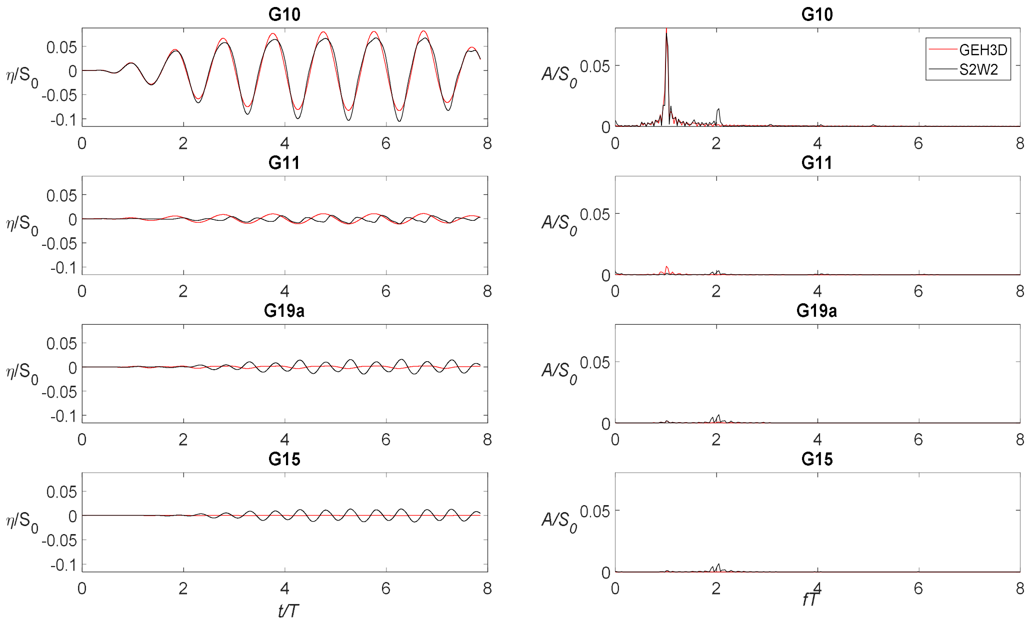


Rys. 3.71. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 14$ i $n = 0$.



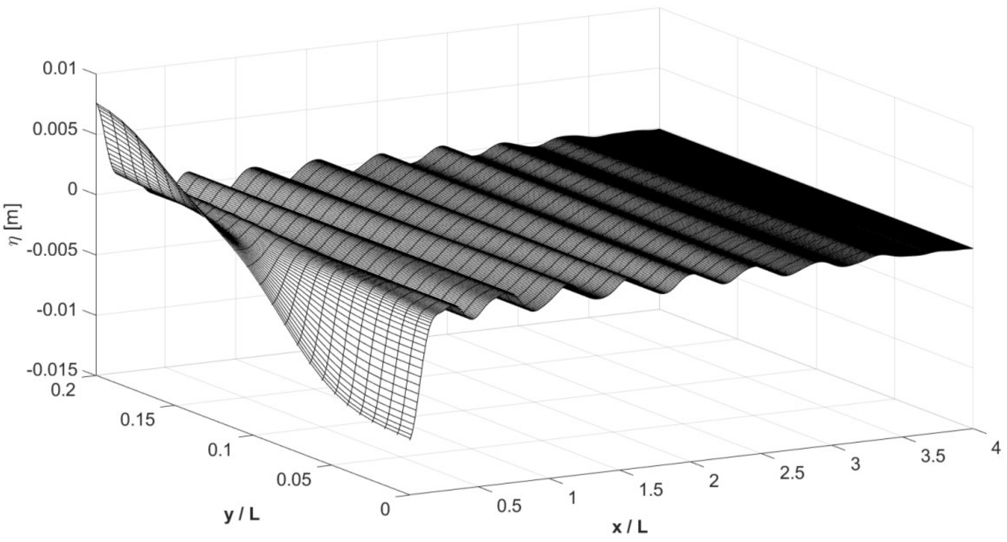
Rys. 3.72. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 14$, $n = 0$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$.

Kolejno na generatorze zadano kształt pierwszego modu funkcji kształtu generatora. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.73. Tutaj występuje już niewielka rozbieżność między wynikami modelu analitycznego i nieliniowego. Pojawienie się pierwszej harmoniki w widmie amplitudowym zapisu z sondy G11 dla programu GEH3D wynika z niewielkiego przesunięcia (ok. 2 cm) tej sondy od osi basenu. Model nieliniowy S2W2 ukazuje wyraźnie pojawienie się drugiej harmoniki Stokes'a w polu bliskim generatora fal (sonda G10). Dodatkowo można zauważyć dużo mniejszą wartość amplitudy fali wygenerowanej niż oczekiwana. Wartość amplitudy fali wygenerowanej wywoływaczem tłokowym byłaby dziesięciokrotnie większa.

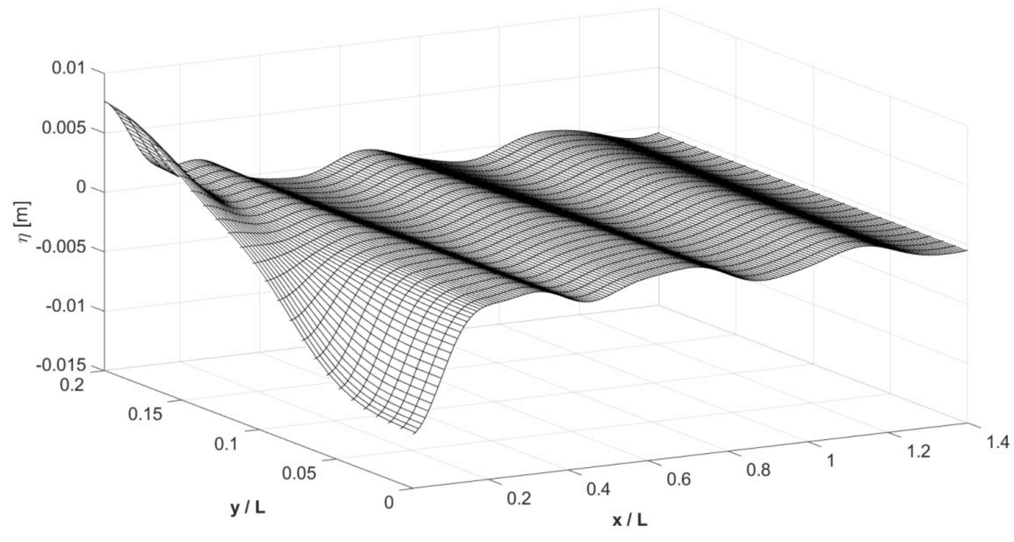


Rys. 3.73. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 14$ i $n = 1$.

a)

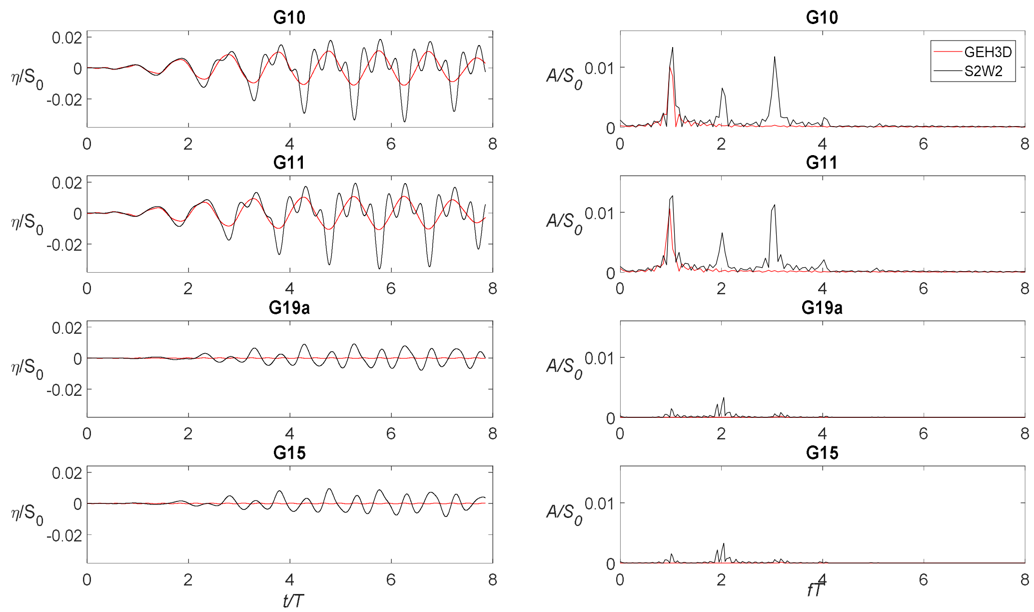


b)



Rys. 3.74. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 14$, $n = 1$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$, a) cały basen, b) powiększenie obszaru przy generatorze.

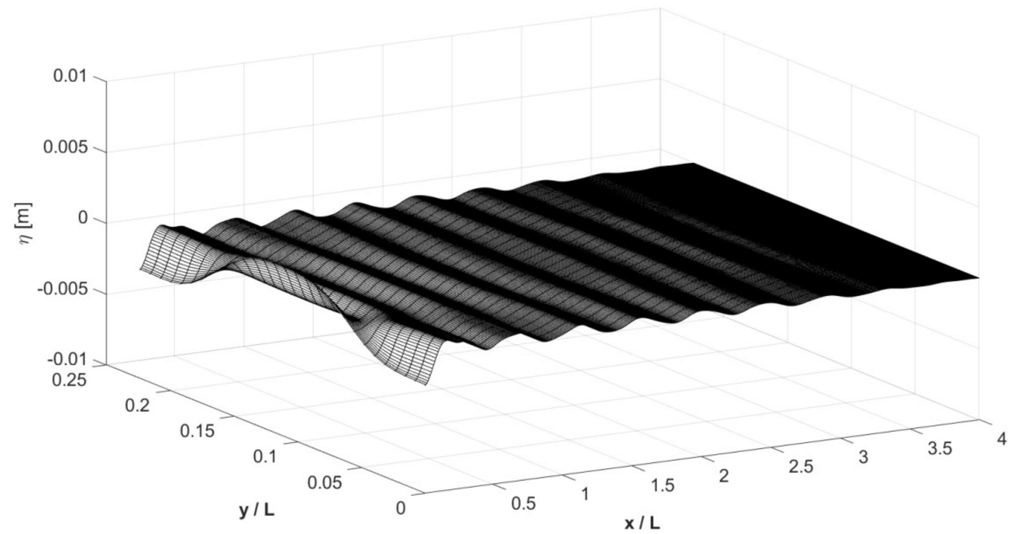
Jako następny przykład generacji fal zadano na generatorze segmentowym kształt drugiego modu funkcji kształtu generatora. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.75. Widoczne jest, że dla bardziej złożonego kształtu generatora segmentowego ($n = 2$), wartość amplitudy fali względem wartości amplitudy wygenerowanej przez wywoływacz tłokowy, Rys. 3.71, jest dwudziestokrotnie mniejsza. Widmo amplitudowe dla symulacji modelem nieliniowym S2W2 w polu bliskim generatora (sonda G10 i G11) zawiera kolejne harmoniki Stokes'a o wysokich wartościach względem pierwszej harmoniki, co świadczy o znacznej nieliniowości pola falowego.



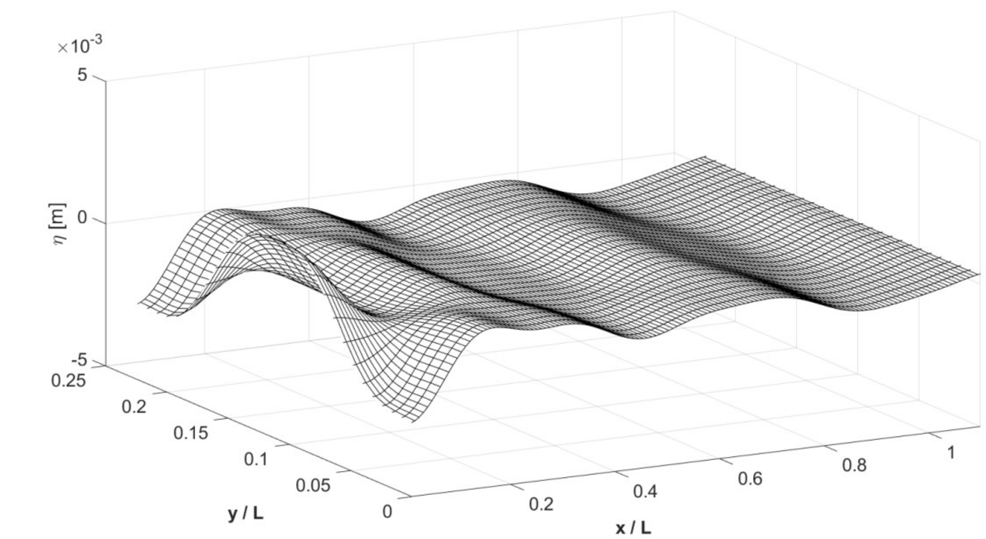
Rys. 3.75. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 14$ i $n = 2$.

W przypadku kształtu generatora dla pierwszego i drugiego modu funkcji kształtu zauważyć można znaczne zanikanie amplitudy fali podstawowej w widmie (Rys. 3.73 i 3.75) wraz ze wzrostem odległości od generatora. Druga harmonika reprezentująca falę poprzeczną wykazuje podobną tendencję.

a)



b)

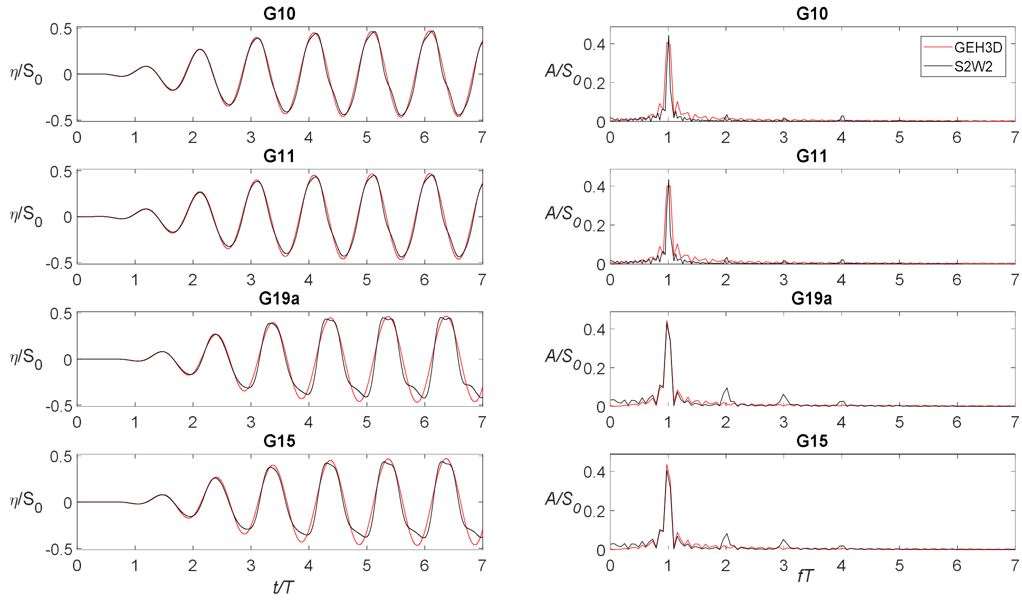


Rys. 3.76. Swobodna powierzchnia dla $L/h = 14$, $n = 2$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$, a) cały basen, b) powiększenie obszaru przy generatorze.

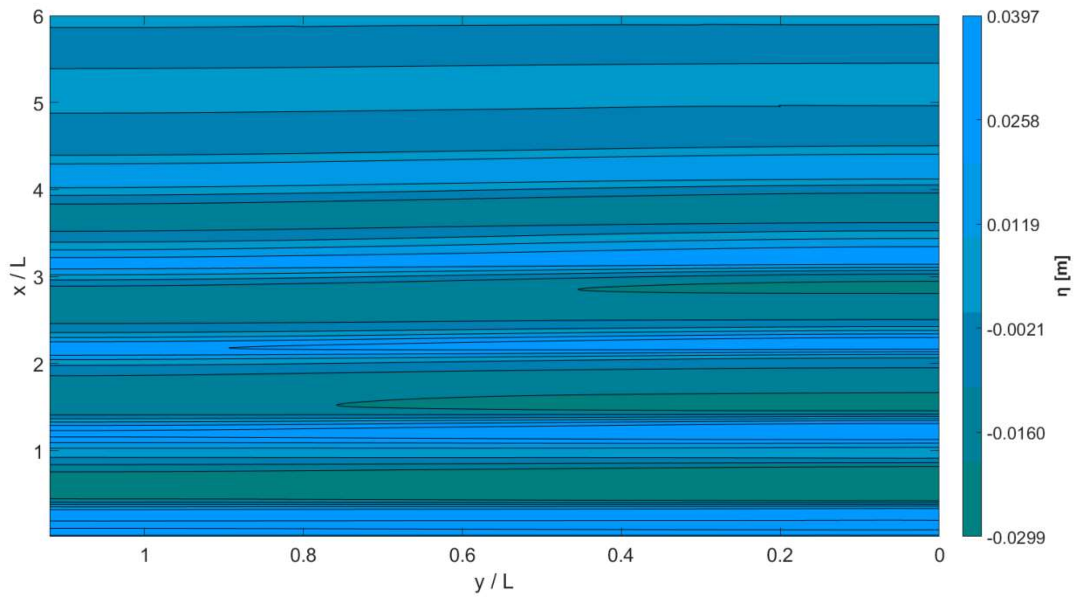
Na podstawie powyższych analiz można wysunąć wniosek, że dla fal harmonicznych o długości $L > 2c$ generowanych wywoływaczem segmentowym, możemy spodziewać się w basenie wygenerowania fali propagującej się z amplitudą dużo mniejszą niż przewidywana z funkcji przejścia dla wywoływacza tłokowego. Tutaj wartość amplitudy była dziesięciokrotnie mniejsza dla wywoływacza o kształcie pierwszego modu funkcji kształtu (Rys. 3.73) i dwudziestokrotnie mniejsza dla wywoływacza o kształcie drugiego modu funkcji kształtu (Rys. 3.75). Można stwierdzić, że przy użyciu generatorów o zmiennym kształcie wygenerowano falę progresywną, ale nastąpiło szybkie zanikanie efektów trójwymiarowych pola falowego dla zadanej szerokości basenu.

Aby poprzeć powyższą hipotezę falę o tej samej długości wygenerowano w basenie o pięciokrotnie większej szerokości odpowiadającej warunkowi ($L < 2c$). Zadane parametry basenu to $c = 6.0\,\mathrm{m}$, $h = 0.4\,\mathrm{m}$ i $b = 34.0\,\mathrm{m}$. Długość fali regularnej zadanej na generator $L = 5.4\,\mathrm{m}$. Amplituda maksymalnego wychylenia płytek generatora $S_0 = 0.08\,\mathrm{m}$. Parametr $kh = 0.468$, więc dla generatora tłokowego teoretycznie przewiduje się stosunek amplitudy wzniesienia swobodniej powierzchni do wychylenia generatora $A/S_0 = 0.5$.

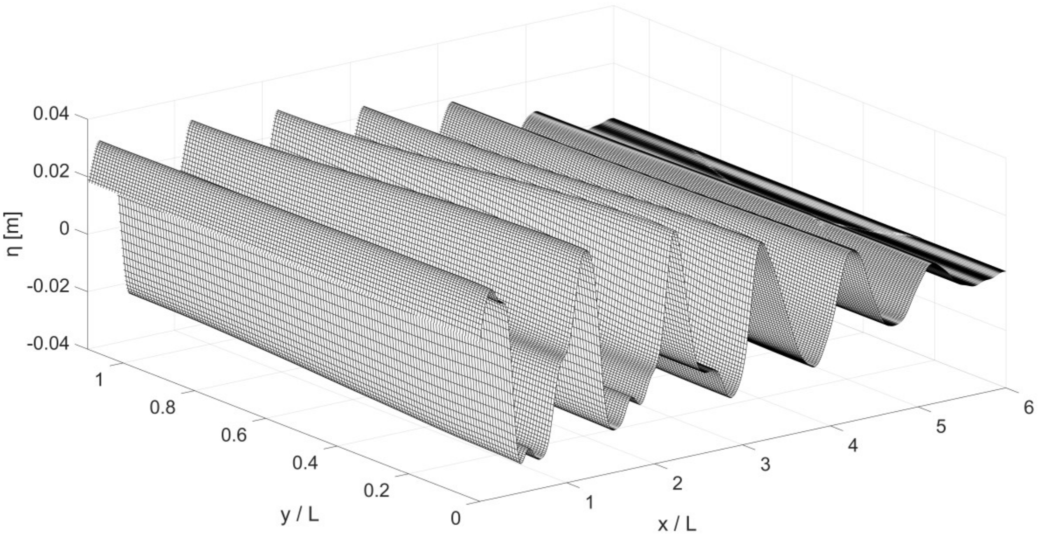
W pierwszym przypadku na generatorze zadano kształt zerowego modu funkcji kształtu generatora. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym S2W2 i modelem analitycznym GEH3D przedstawiono na Rys. 3.76. Dodatkowo pokazano na Rys. 3.78 i Rys. 3.79 widok stanu powierzchni swobodnej w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$. W analizach widmowych zapisów z sond w symulacji modelu nieliniowego widoczne są kolejne harmoniki Stokes'a (sondy G19a i G15) o wartości 10÷20% większej od amplitudy fali podstawowej. Świadczy to o nieliniowym charakterze pola falowego. Amplituda wygenerowanej fali odpowiada tej wyliczonej z funkcji przejścia. Zapis stanu swobodnej powierzchni dla symulacji modelem nieliniowym potwierdza pojawienie fali poprzecznej w basenie falowym.



Rys. 3.77. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 14$ i $n = 0$, $c = 6.0$ m .



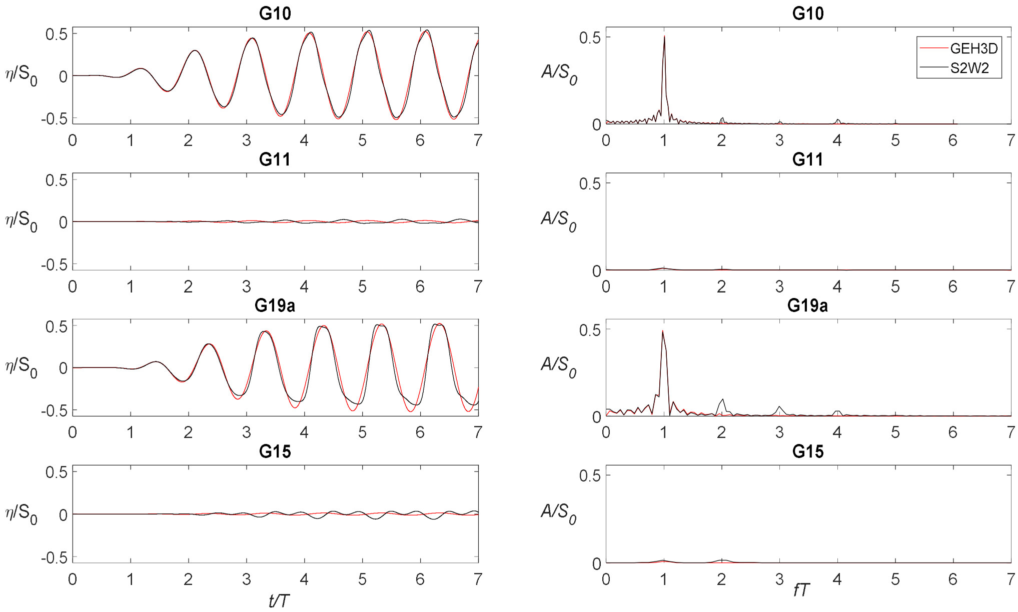
Rys. 3.78. Widok z góry na swobodną powierzchnię dla $L/h = 14$ i $n = 0$, oraz $c = 6.0$ m w chwili $t = 20$s .



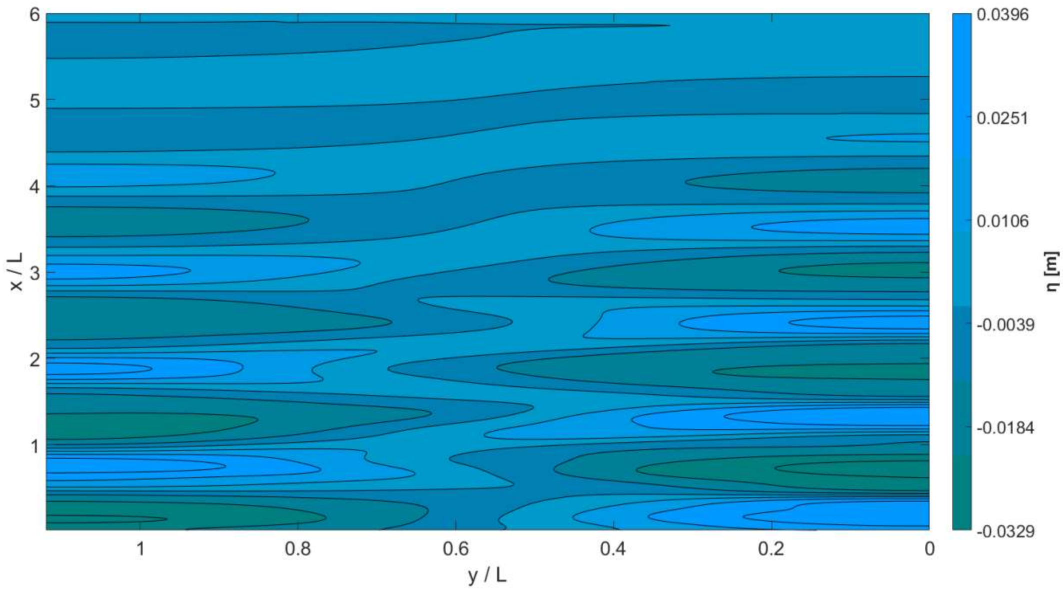
Rys. 3.79. Swobodna powierzchnia dla $L/h = 14$, $n = 0$, $c = 6.0\,\mathrm{m}$, w chwili $t = 20\mathrm{s}$.

Kolejno na generatorze zadano kształt pierwszego modu funkcji kształtu generatora. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.80. Model nieliniowy S2W2 ukazuje wyraźnie pojawienie się kolejnych harmonik Stokes'a w polu bliskim i dalekim generatora fal (sonda G10 i G19a). Nie zauważono tu, by wartość amplitudy pierwszej harmoniki w analizie widmowej była mniejsza od teoretycznej wartości dla generatora tłokowego, co oznacza, że w tym przypadku ($L < 2c$) energia ruchu generatora segmentowego została całkowicie przekazana fali progresywnej.

Następnie na generatorze zadano kształt drugiego modu funkcji kształtu generatora. Wyniki symulacji nieliniowym modelem numerycznym i modelem analitycznym przedstawiono na Rys. 3.83. Pokazują one, że dla bardziej złożonego kształtu generatora segmentowego niż w przypadku wyników z Rys. 3.80 wartość amplitudy fali wygenerowanej względem wartości oczekiwanej jest dwukrotnie większa. Może to świadczyć o obecności fali o charakterze rezonansowym. Dodatkowo widoczny jest nieliniowy charakter widma dla symulacji modelem nieliniowym S2W2 w widmie amplitudowym zapisów zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach w polu bliskim i w polu dalekim generatora fal.

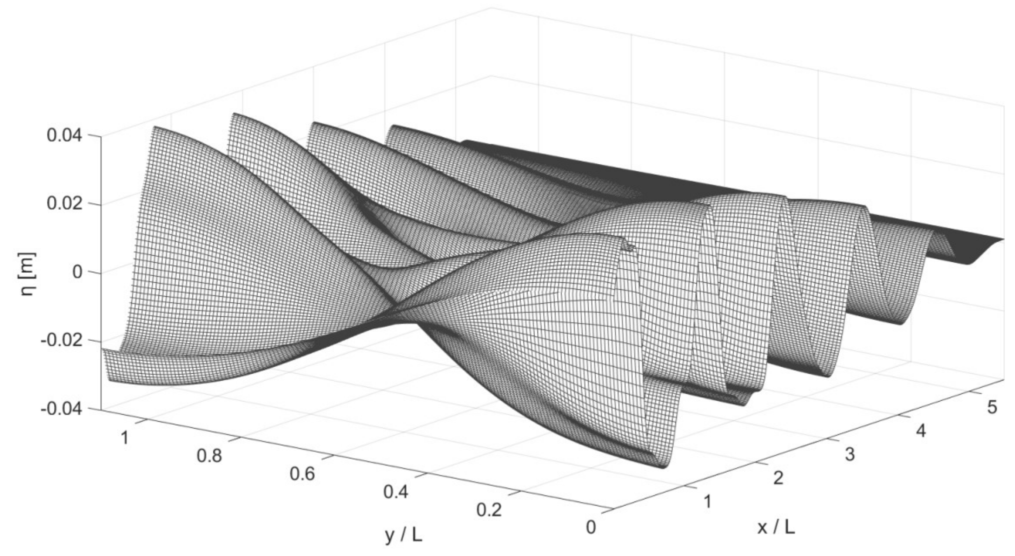


Rys. 3.80. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 14$ i $n = 1$, $c = 6.0$ m .

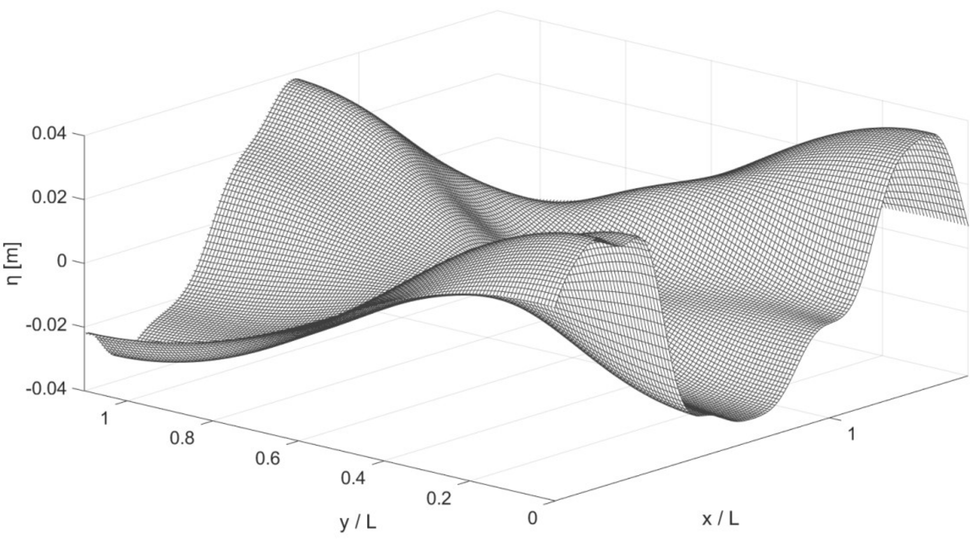


Rys. 3.81. Widok z góry na swobodną powierzchnię dla $L/h = 14$ i $n = 1$, oraz $c = 6.0$ m w chwili $t = 20$s .

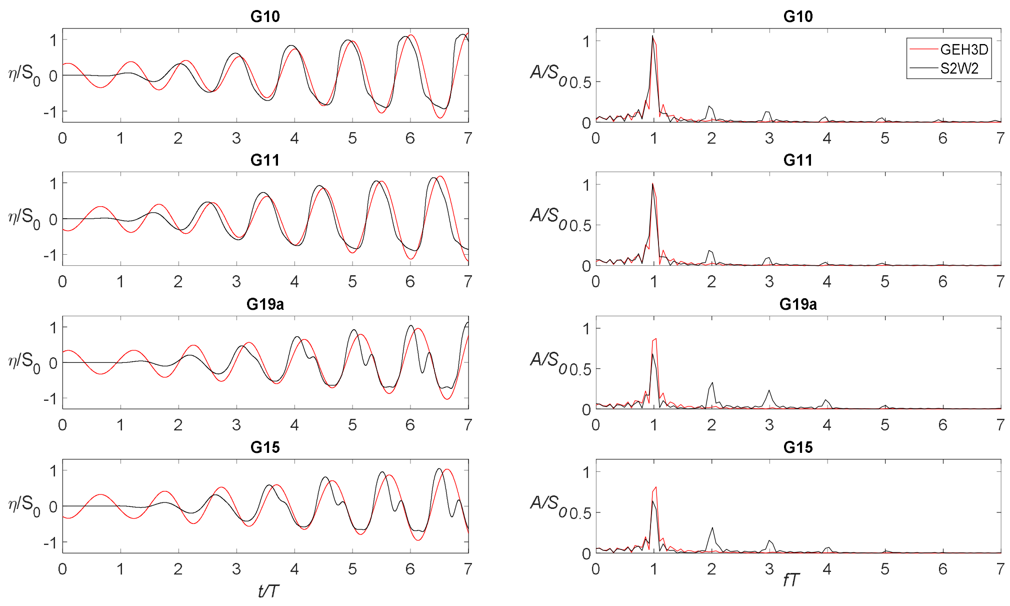
a)



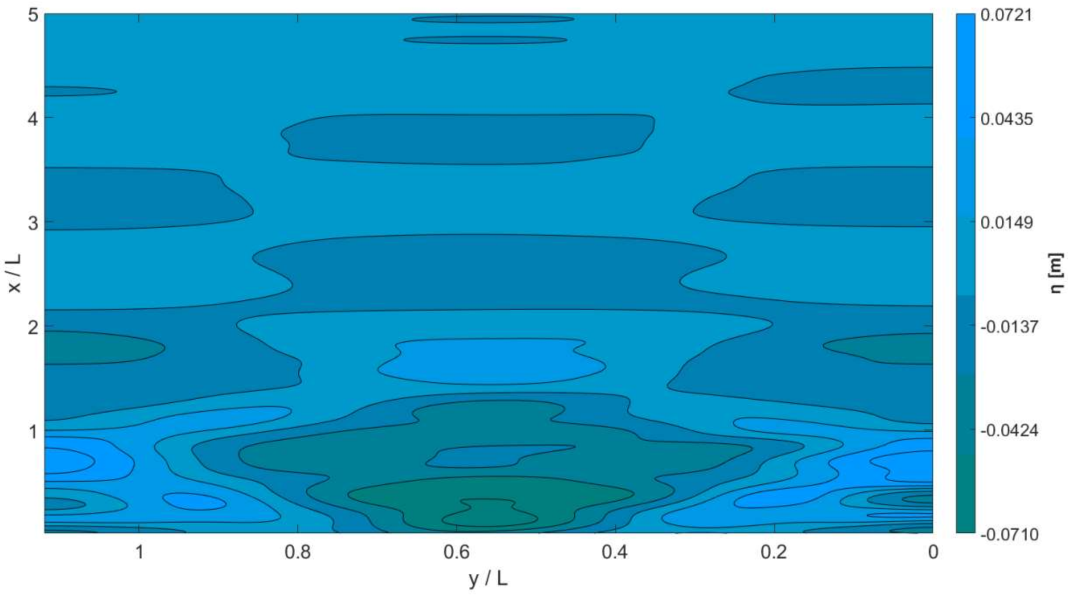
b)



Rys. 3.82. Swobodna powierzchnia dla $L/h = 14$, $n = 1$, $c = 6.0\,\mathrm{m}$, w chwili $t = 20\,\mathrm{s}$, a) cały basen, b) powiększenie obszaru przy generatorze.

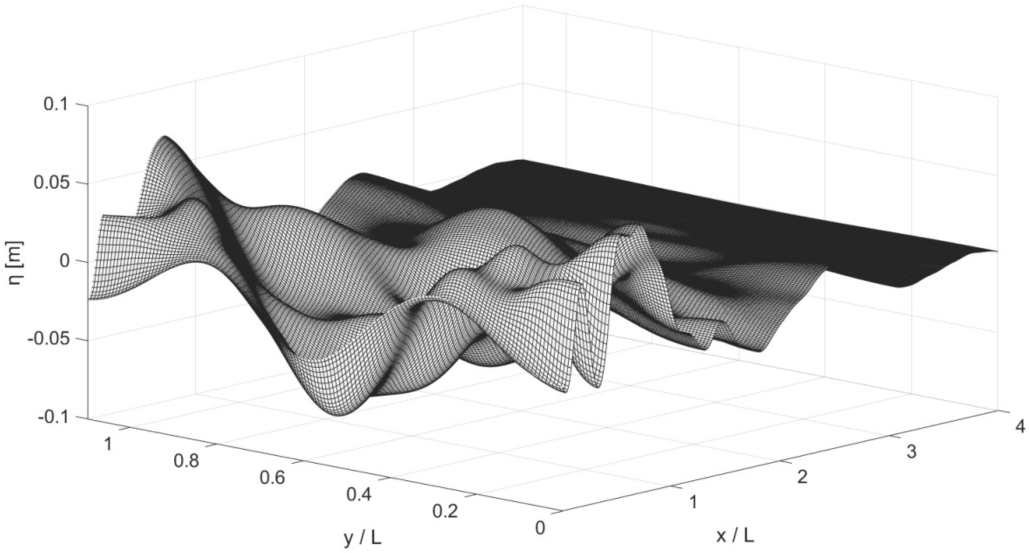


Rys. 3.83. Zapisy zmian elewacji powierzchni swobodnej na wybranych sondach i ich widma amplitudowe dla $L/h = 14$ i $n = 2$, $c = 6.0$ m .

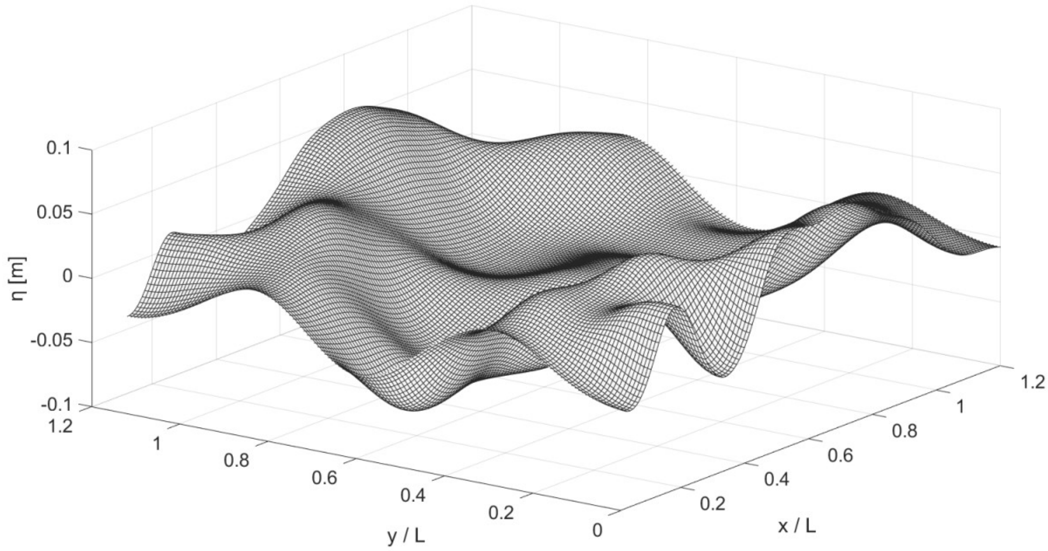


Rys. 3.84. Widok z góry na powierzchnię swobodną dla $L/h = 14$ i $n = 2$, oraz $c = 6.0$ m w chwili $t = 20$s .

a)



b)



Rys. 3.85. Powierzchnia swobodna dla $L/h = 14$, $n = 2$, $c = 6.0\,\mathrm{m}$, w chwili $t = 20\mathrm{s}$, a) cały basen, b) powiekszenie obszaru przy generatorze.

Na podstawie przeprowadzonych analiz po raz kolejny widoczne jest (Rys. 3.77 i 3.83), że bardziej złożone kształty wywoływacza segmentowego (tak jak dla fali rezonansowej $L/h = 6$, Rys. 3.44, Rys. 3.47) sprzyjają tworzeniu się zjawisk rezonansowych podczas procesu generacji i transformacji fali.

3.5. Zasady zachowania

W celu sprawdzenia dokładności rozwiązania zastosowanego w trójwymiarowym modelu generacji i transformacji falowania przeanalizowano model pod kątem zasad zachowania (Dommermuth i Yue, 1987). Dla uproszczenia, w pierwszej części przeprowadzono sprawdzenie dla pracy wywoływacza o kształcie zerowego modu funkcji kształtu $n = 0$, gdzie na generator tłokowy zadano sygnały sterujące opisujące trzy fale regularne o określonej długości i stromości $ak = 0.02$. Głębokość wody $h = 0.4$ m. Dla wszystkich przypadków przyjęto stałą szerokość basenu $c = 3.0$ m. Takie same parametry ustawiono dla sprawdzenia zachowania masy i energii przy generacji trójwymiarowego pola falowego, zadając na generatorze kształt pierwszego modu funkcji kształtu $n = 1$. Wartości powierzchni swobodnej η w przestrzeni całego basenu zarejestrowano po zakończeniu pracy generatora w chwilach $t_1 = 10T$ i $t_2 = 12T$, gdzie T jest okresem fali zadanej na wywoływacz. Dla konkretnych długości fal przyjęto takie wartości długości basenu, aby uniknąć odbicia fali od końcowej ściany. Całkowanie objętościowe wykonano za pomocą procedur dostępnych w pakiecie MATLAB.

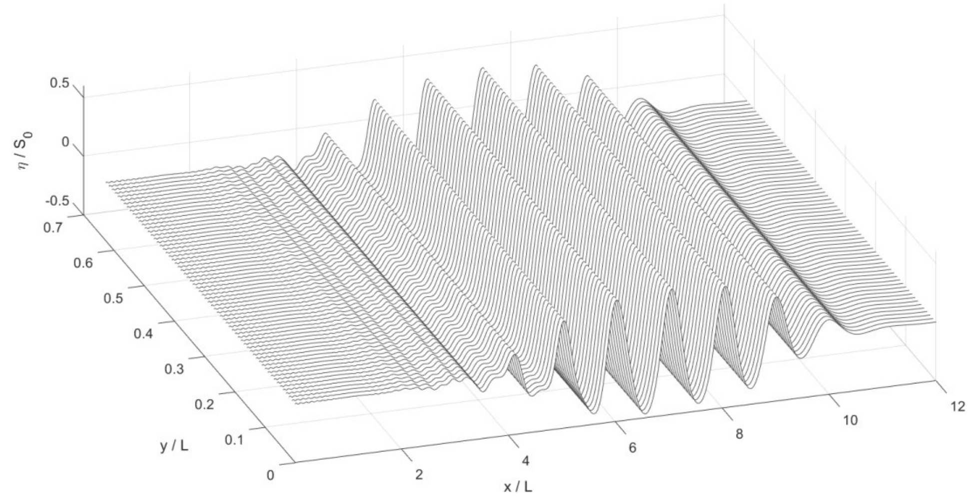
3.5.1 Zasada zachowania masy dla $n = 0$

W całym obszarze obliczeniowym musi być spełniona zasada zachowania masy, która dla zagadnienia brzegowego (2.22 ÷ 2.28) przy założeniu, że praca wywoływacza falowego ustała ($\chi_t = 0$), przyjmuje następującą postać:

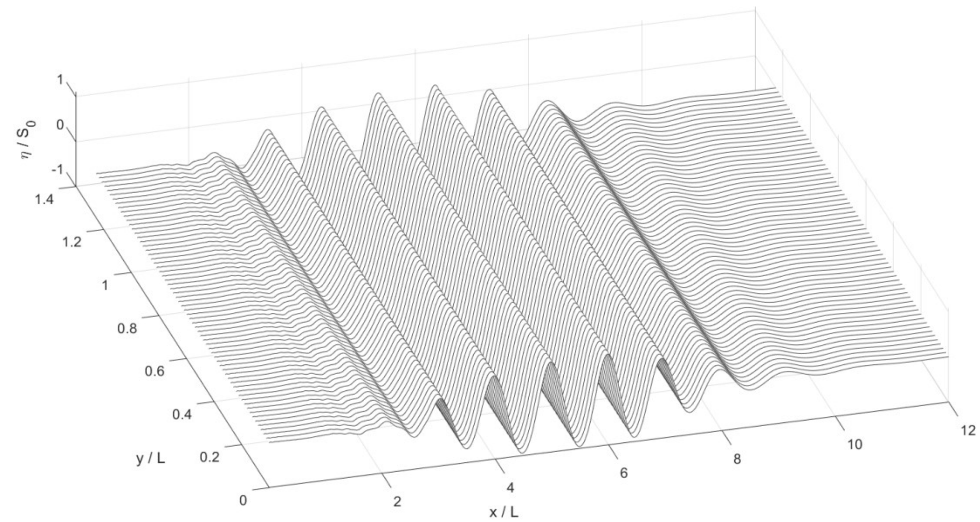
$$\int_0^b \int_0^c \eta(x, y) dxdy = const \tag{3.1}$$

Przykładowe stany swobodnej powierzchni w chwili czasu t_2, w której policzono bilanse masy i energii, pokazano poniżej na Rys. 3.86.

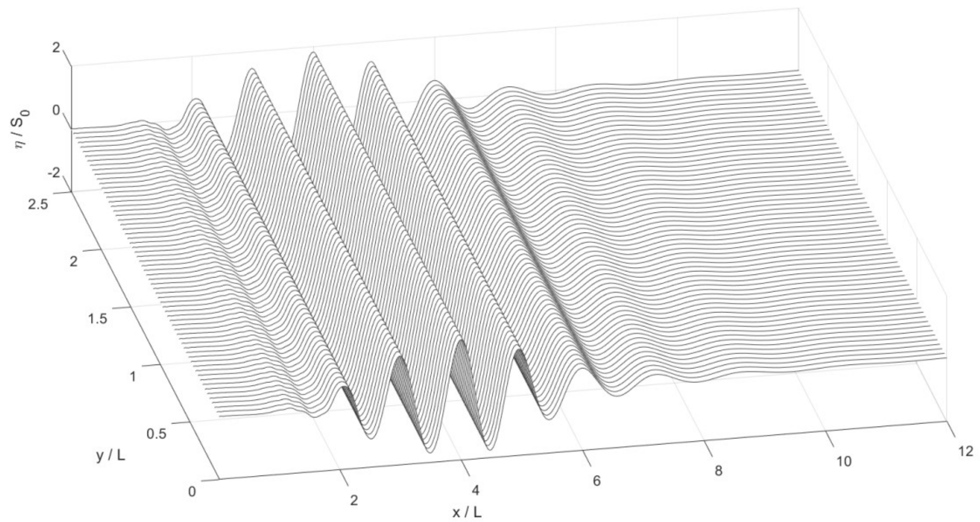
a)



b)



c)



Rys. 3.86. Stan powierzchni swobodnej w chwili czasu t_2 dla wygenerowanego pola falowego dla $n = 0$, a) $kh = 0.5$, b) $kh = 1.0$, c) $kh = 2.0$.

Błąd względny ε_m bilansu masy został odniesiony do początkowej objętości wody w basenie i obliczony zgodnie z równaniem:

$$\varepsilon_m = \frac{\rho\left|\left(\int_0^b\int_0^c \eta(x,y)dxdy + V_0\right) - V_0\right|}{\rho V_0} \tag{3.2}$$

gdzie ρ - gęstość wody, V_0 - objętość początkowa wody w basenie (przed uruchomieniem generatora)

Wyniki zamieszczono w Tab. 3.3. Błąd względny bilansu masy został przedstawiony dla rozwiązania numerycznego drugiego rzędu dla fal o stromości $ak = 0.02$ dla trzech wartości warunków głębokościowych (parametr kh).

Tab. 3.3. Parametry fal oraz oszacowane wartości masy w obszarze basenu numerycznego dla $n = 0$.

kh	L/h	T[s]	Długość basenu [m]	Ilość wyrazów szeregu Fouriera w kierunku x	Wartość całki (3.1) w $t_1 = 10T$	Wartość całki (3.1) w $t_2 = 12T$	Błąd względny bilansu masy ε_m
0,5	12	2,53	68,0	256	-0,0082	-0,0072	$8{,}799\cdot 10^{-5}$
1,0	6	1,40	34,0	256	-0,0470	-0,0055	$1{,}35\cdot 10^{-4}$
2,0	3	0,89	17,0	256	-0,0063	-0,0015	$7{,}35\cdot 10^{-5}$

Z wyników przedstawionych w Tab. 3.3. wynika, że dla generacji fali w basenie wywoływaczem tłokowym, po ustaniu jego pracy, wielkość masy maleje. Widoczne jest też, że błąd względny bilansu masy w chwili t_2 dla wszystkich parametrów kh jest już pomijalnie mały (<0,01%).

3.5.2 Zasada zachowania energii dla $n = 0$

Kolejna zasada zachowania mówi o tym, że w obszarze obliczeniowym energia układu powinna być stała:

$$\frac{1}{2}\int_0^c\int_0^b\left(g\eta^2+\Phi(x,y,t)\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)dxdy=const \tag{3.3}$$

Błąd względny bilansu energii ε_E został przedstawiony dla rozwiązania drugiego rzędu dla $n=0$ i fal o stromości $ak=0.02$, w zależności od warunków głębokościowych. Błąd względny ε_E bilansu energii odniesiony jest do różnicy całkowitej energii w chwili t_n i t_{n+1} w obszarze obliczeniowym. Dane liczbowe zamieszczono w Tab. 3.4.

$$\varepsilon_E=\frac{\left|E_{t_{n+1}}-E_{t_n}\right|}{E_{t_n}} \tag{3.4}$$

Tab. 3.4. Parametry fal oraz oszacowane wartości energii w obszarze basenu dla $n=0$.

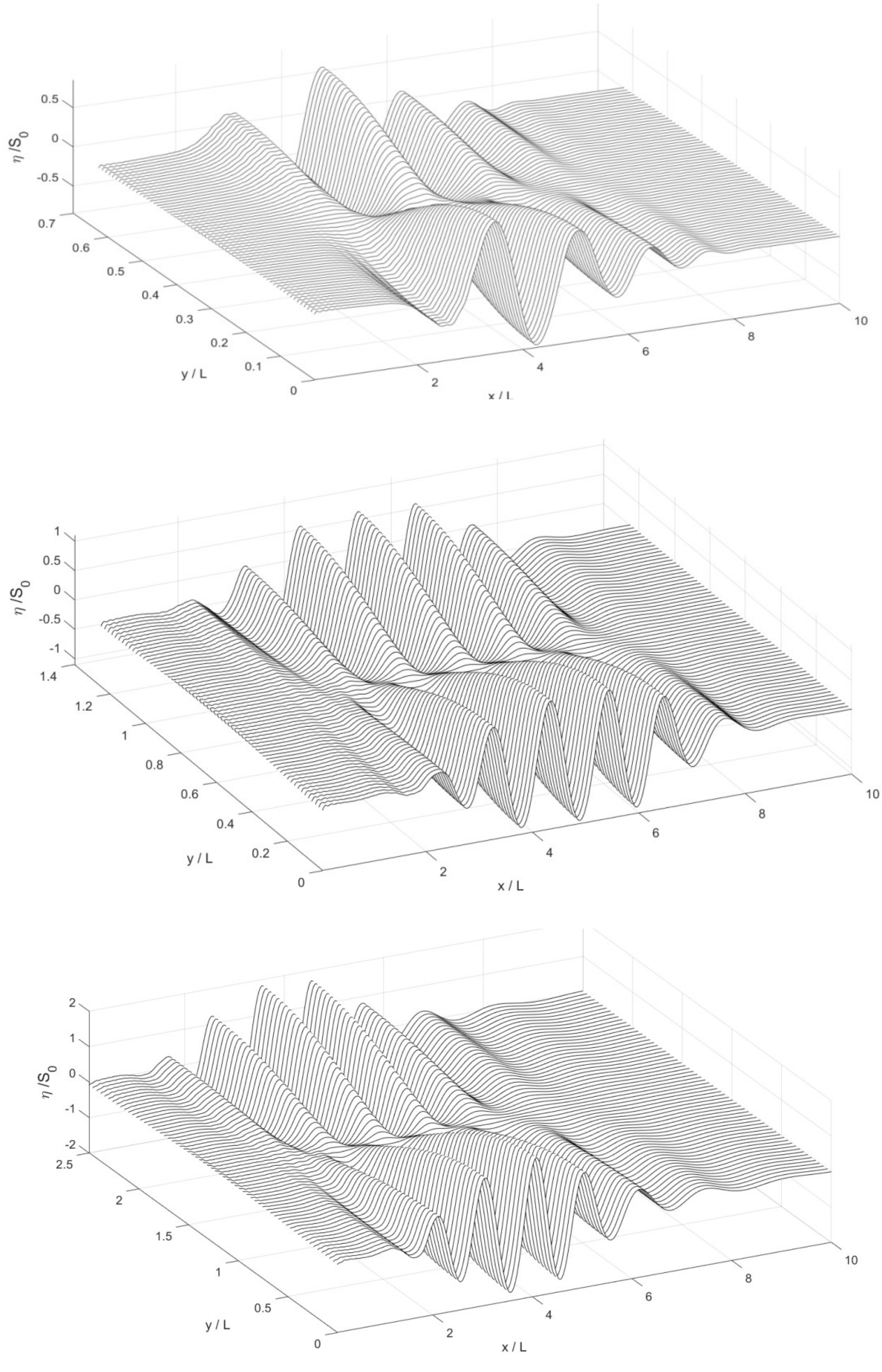
kh	L/h	T[s]	Długość basenu [m]	Ilość wyrazów szeregu Fouriera w kierunku x	Wartość całki (3.3) w $t_1=10T$	Wartość całki (3.3) w $t_2=12T$	Błąd względny bilansu energii ε_E
0,5	12	2,53	68,0	256	41,4657	41,4856	$4{,}799\cdot10^{-4}$
1,0	6	1,40	34,0	256	5,1472	5,1492	$3{,}886\cdot10^{-4}$
2,0	3	0,89	17,0	256	0,4644	0,4645	$2{,}153\cdot10^{-4}$

Z wyników przedstawionych w Tab. 3.4. wynika, że dla generacji fali w basenie wywoływaczem tłokowym, wartość błędu względnego bilansu energii jest bliska zeru. Widoczne jest też, że błąd bilansu energii w chwili t_2 ma pomijalną wartość (<0,05%) i zmniejsza się ze wzrostem *kh*.

3.5.3 Zasada zachowania masy dla $n=1$

Przykładowe stany powierzchni swobodnej w chwili czasu t_2, w której obliczono błędy względne bilansu masy i energii, pokazano poniżej na Rys. 3.87. Uzyskane, zgodnie ze wzorami (3.1) i (3.2), wyniki obliczeń umieszczono w Tab. 3.5. Błąd względny bilansu masy ε_m został przedstawiony dla rozwiązania numerycznego drugiego rzędu generacji pola falowego dla $n=1$ dla fal o stromości $ak = 0.02$, w zależności od parametru *kh*.

a) b) c)



Rys. 3.87. Stan powierzchni swobodnej w chwili czasu t_2 dla wygenerowanego pola falowego dla $n=1$, a) $kh = 0.5$, b) $kh = 1.0$, c) $kh = 2.0$.

Tab. 3.5. Parametry fal oraz oszacowane wartości masy w obszarze basenu numerycznego dla $n = 1$.

kh	L/h	T[s]	Długość basenu [m]	Ilość wyrazów szeregu Fouriera w kierunku x	Wartość całki (3.1) w $t_1 = 10T$	Wartość całki (3.1) w $t_2 = 12T$	Błąd bilansu masy ε_m
0,5	12	2,53	68,0	256	-0,0164	-0,0164	$2{,}0106 \cdot 10^{-4}$
1,0	6	1,40	34,0	256	-0,0019	-0,0019	$4{,}660 \cdot 10^{-5}$
2,0	3	0,89	17,0	256	$-6{,}850 \cdot 10^{-4}$	-0,0007	$3{,}355 \cdot 10^{-5}$

Z wyników przedstawionych w Tab. 3.5. wynika, że dla generacji fali w basenie wywoływaczem segmentowym, po ustaniu jego pracy wielkość masy maleje. Widoczne jest też, że błąd względny ubytku masy w chwili t_2 jest już pomijalnie mały (<0,02%) i zmniejsza się ze wzrostem parametru kh.

3.5.4 Zasada zachowania energii dla $n = 1$

Błąd względny bilansu energii ε_E dla rozwiązania numerycznego drugiego rzędu obliczony został na podstawie równania (3.3, 3.4). Został on odniesiony do całkowitej energii rozwiązania numerycznego z kroku czasowego t_n. Błąd względny bilansu energii obliczony został dla rozwiązania drugiego rzędu dla $n = 1$ i fal o stromości $ak = 0.02$, w zależności od parametru kh. Dane liczbowe zamieszczono w Tab. 3.6.

Tab. 3.6. Parametry fal oraz oszacowane wartości energii w obszarze basenu dla $n = 1$.

kh	L/h	T[s]	Długość basenu [m]	Ilość wyrazów szeregu Fouriera w kierunku x	Wartość całki (3.3) w $t_1 = 10T$	Wartość całki (3.3) w $t_2 = 12T$	Błąd względny bilansu energii ε_E
0,5	12	2,53	68,0	256	36,0587	36,0683	$2{,}6527 \cdot 10^{-4}$
1,0	6	1,40	34,0	256	2,8143	2,8151	$3{,}0084 \cdot 10^{-4}$
2,0	3	0,89	17,0	256	0,2373	0,2373	$1{,}2672 \cdot 10^{-4}$

Z wyników przedstawionych w Tab. 3.6. wnioskujemy, że dla generacji fali w basenie wywoływaczem segmentowym, po ustaniu jego pracy, wartość błędu względnego bilansu energii jest bliska zeru. Widoczne też jest, że błąd bilansu energii w chwili t_2 ma pomijalnie małą wartość (<0,03%). Wyniki oszacowań błędu względnego zachowania masy i wartości błędu względnego bilansu energii, zamieszczono w Tab. 3.7. We wszystkich rozpatrywanych przypadkach generacji fal regularnych widzimy, że omawiany trójwymiarowy nieliniowy model numeryczny generuje wyniki z bardzo małymi wartościami błędu względnego w całym obszarze obliczeniowym. Wartości te nie przekraczają 0,05%.

Tab. 3.7. Zestawienie wyników błędu zachowania masy i bilansu energii.

Rodzaj bilansu	Wartości błędu dla symulacji 2D	Wartości błędu dla symulacji 3D
ε_m	<0,01%	<0,02%
ε_E	<0,05%	<0,03%

3.6. Analiza dokładności i stabilności modelu

W celu uzyskania odpowiedniej dokładności w czasie i przestrzeni modelu numerycznego opisującego generację i propagację fali w basenie falowym konieczne jest spełnienie warunku Courant'a. Określa on maksymalny błąd całkowania numerycznego w czasie. Ogólny wzór opisujący wielkość kroku czasowego w przypadku propagacji fali płaskiej:

$$\Delta t \leq C_0 \frac{|\Delta x|}{c_f} \tag{3.5}$$

Warunek ten mówi o tym, że krok czasowy Δt nie może być większy od ilorazu długości najmniejszego dyskretnego odcinka siatki numerycznej $|\Delta x|$ i prędkości fazowej fali propagującej c_f w kierunku osi x w basenie numerycznym. Jeśli zapiszemy to równanie w postaci równości to możemy obliczyć wartość liczby Courant'a C_0, dla której przy wszystkich rozważanych długościach fal wygenerowanych w basenie, a więc odpowiadających im prędkościach fazowych, krok czasowy w symulacji numerycznej jest odpowiedni. W obszarze trójwymiarowym, zakładając zaburzenia ośrodka w kierunku osi x i y i stałą głębokość wody, należy określić wartość liczby Courant'a, C_{0x}, w kierunku osi x:

$$\mathrm{C}_{0x} = \mathrm{c}_f \frac{\Delta t}{\Delta x} \tag{3.6}$$

oraz C_{0y} w kierunku osi y:

$$\mathrm{C}_{0y} = \mathrm{c}_f \frac{\Delta t}{\Delta y} \tag{3.7}$$

Rozwiązanie numeryczne jest stabilne jeśli obie liczby Courant'a są mniejsze od jedności i są tego samego rzędu. Jeśli warunki te nie są spełnione wartość błędu dyspersji numerycznej wzrasta, co prowadzi do niestabilności rozwiązania. Aby uzyskać wyniki symulacji numerycznych z oczekiwaną dokładnością w analizowanych symulacjach numerycznych przyjęto liczbę Courant'a $C_{0x} = 0.36$ i $C_{0y} = 0.26$. Dało to możliwość uzyskania stabilnych i dokładnych wyników symulacji z dokładnością do $1.0 \cdot 10^{-4}$.
Niestabilność rozwiązania może być też związana z członami funkcji $\cosh(\lambda_{mn}(z+h))$ oraz $\cosh(\mu_{mn}(x-b))$ w warunkach brzegowych i narastaniem błędu dla wysokich wartości własnych λ_{mn} i μ_{mn} Nawet średnie wartości wzniesienia powierzchni swobodnej η skutkują już bardzo dużymi wartościami liczbowymi współczynników a_{mn}, A_{mn} i B_{mn} i wywołują niestabilność rozwiązania. Dzięki rozwijaniu warunków brzegowych na swobodnej powierzchni w szereg Taylora wokół poziomu spokoju $z = 0$, model nieliniowy jest mniej wrażliwy na wysokie wartości członów z funkcjami cosinusa hiperbolicznego niż miałoby to miejsce dla rozwiązania z zastosowaniem warunków brzegowych na rzeczywistym położeniu powierzchni swobodnej.

Niestabilność rozwiązania numerycznego może też wynikać z nakładania się błędów wynikających z uwzględnienia nieodpowiedniej lub zbyt dużej liczby harmonik przy rozwijaniu warunków brzegowych w szeregi Fouriera (Hamming, 1962). Aby uniknąć tych błędów dobrano odpowiednią ilość współczynników Fouriera przypadającą na długość symulowanej fali, bazując na podstawie wieloletnich praktyk przeprowadzanych symulacji numerycznych w zespole Mechaniki Falowania i Dynamiki Budowli IBW PAN. Aby prawidłowo opisać falę numeryczną z przedziału fal krótkich stosuje się 7÷8 współczynników Fouriera, natomiast w przypadku fal długich więcej niż 10. W publikacjach o numerycznych basenach falowych mówi się o stosowaniu większej ilości współczynników Fouriera w symulacjach numerycznych dla poprawienia dokładności wyników, ale powoduje to konieczność stosowania filtrów numerycznych, wygładzania sygnału i innych zabiegów, które poprawiają stabilność rozwiązania kosztem zwiększenia czasu symulacji przy maksymalnym wykorzystaniu wydajności procesora. Dla zwiększenia stabilności obliczeń numerycznych w symulacjach, których wyniki przedstawiono w rozdziale 3.1 oraz 3.2, w końcowej części basenu zastosowano numeryczny wygaszacz falowania. Współczynnik tłumienia dla wygaszacza odpowiadał tłumieniu lepkościowemu w kanale falowym, a jego wartość wyznaczona została na podstawie pomiarów doświadczalnych. Dla przypadków mało stabilnych można zastosować tłumienie odpowiadające efektom lepkościowym na całym obszarze basenu. Symulacje przeprowadzone zostały na komputerze z procesorem Intel Core i7-7700K CPU, o częstości taktowania 4,20 GHz oraz pamięcą RAM 64GB. Jedna symulacja dla podanej dokładności zajmowała od około kilku godzin ($t_c = 30$ s dla fal krótkich w niewielkim basenie) do nawet kilkudziesięciu godzin ($t_c = 30$ s propagacji fal długich w szerokim basenie falowym). Skrócenie czasu obliczeń w zaprogramowanym nieliniowym modelu numerycznym jest więc bardzo istotne.

Do osiągnięcia pożądanej dokładności dla potencjału prędkości i wzniesienia powierzchni swobodnej użyto w modelu numerycznym metody krokowej predyktor-korektor Adams-Bashforth-Moulton czwartego rzędu (ABM4). W wielu publikacjach dotyczących tematyki modelowania numerycznego ta metoda określana jest jako bardzo efektywna w modelowaniu generacji i propagacji fal wodnych (Sulisz i Paprota, 2008; Dommermuth i Yue,1987). Jej stabilność dla rozwinięcia warunków brzegowych do drugiego rzędu włącznie jest wystarczająca i pozwala na uzyskanie wyników obliczeń o pożądanej dokładności.

4 Badania eksperymentalne

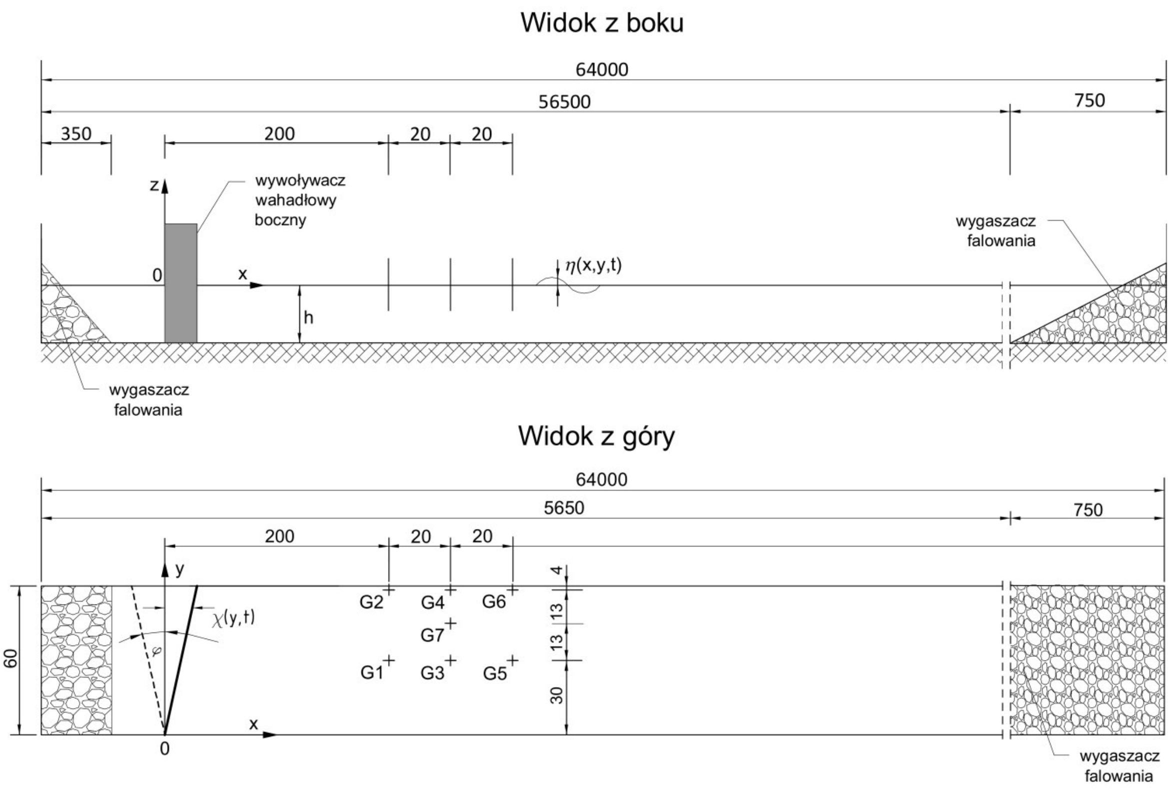
4.1 Kanał falowy i aparatura pomiarowa

Badania doświadczalne generacji i propagacji nieliniowego pola falowego cieczy wzbudzonego ruchem bocznego wywoływacza klapowego przeprowadzono w kanale falowym IBW PAN. Kanał ma 64.1 m długości, 0.6 m szerokości, a jego ściany mają 1.4 m wysokości i są wykonane ze szkła klejonego o grubości 20 mm, co pozwala na obserwację i wizualizację badanych procesów falowych. Na jednym z końców kanału znajduje się wywoływacz falowy typu tłokowego, którego konstrukcja jest posadowiona niezależnie od konstrukcji nośnej samego kanału, w celu wyeliminowania przenoszenia drgań związanych z jego ruchem. Pomiędzy wywoływaczem a ścianą końcową kanału falowego umieszczono wygaszacz falowania występującego w tym obszarze. Jego długość wynosi 3.5 m. Na drugim końcu kanału znajduje się pochłaniacz fal, którego zadaniem jest wygaszenie energii falowania, tak aby fala odbita od końcowej ściany kanału była jak najmniejsza. Szacowana amplituda fal odbitych, w kanale IBW PAN, stanowi kilka procent amplitudy fali padającej (Sulisz, 2003). Zastosowany w kanale wywoływacz falowy był sterowany cyfrowo za pomocą programu WS firmy DHI i napędzany hydraulicznie. Za pomocą tego programu można wygenerować szeroki zakres warunków falowych od fal regularnych po fale pseudolosowe. Zalecana głębokość wody w kanale falowym wynosi od 0.2 m do 0.8 m. Do pomiaru profili falowych stosuje się sondy oporowe, do pomiaru ciśnień i przyspieszeń używa się miniaturowych czujników ciśnienia i akcelerometrów. Istnieje także możliwość pomiaru prędkości przepływu za pomocą prędkościomierzy ADV oraz aparatury pomiarowej PIV. W pomiarach profilu falowego wykorzystywano panel siedmiu sond falowych.

4.2 Metodyka i zakres badań doświadczalnych

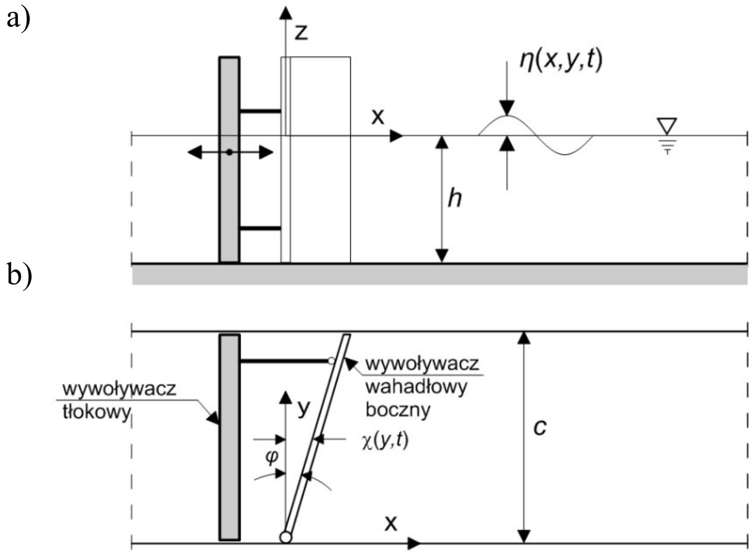
Przeprowadzono pomiary pola falowego w zakresie fal krótkich, dla których $L/h = 0.75 \div 6.0$ oraz fal długich, dla których $L/h = 8.0 \div 10.0$. Elementem wymuszającym ruch cieczy był zainstalowany w kanale boczny wywoływacz wahadłowy, którego ruch był sprzężony z ruchem hydraulicznego generatora fal typu sztywnego tłoka, będącego jednym ze stałych elementów konstrukcji kanału. Pliki sterujące ruchem klapy wywoływacza utworzone zostały za pomocą programu *Falorob* (P.Wilde, M.Wilde, 2000). Dla wszystkich długości fal regularnych miały one zadaną amplitudę wychylenia klapy generatora równą 0.025, co pozwalało na pełne jej wysterowanie. W celu uzyskania założonej stromości fal regularnych sygnały te były korygowane odpowiednim faktorem za pomocą programu WS. Na klapie generatora hydraulicznego znajdował się czujnik rejestrujący jej rzeczywiste wychylenia. Zarejestrowane nim sygnały posłużyły w późniejszym etapie prac jako sygnały opisujące ruch zadany na płytę generatora falowania w symulacjach numerycznych.

W przeprowadzanych badaniach generowane były rezonansowe dla geometrii kanału fale harmoniczne - $L/h = 0.75 \div 3.0$, które wzbudzały poprzeczną falę stojącą w polu bliskim płyty wywoływacza, (J. Miles, 1988, S. Lichter, L. Shemer,1986). Generowane były też nierezonansowe dla parametrów kanału fale harmoniczne $L/h = 4.0 \div 10.0$. Efekty rezonansu lub ich brak nakładały się na wygenerowaną za pomocą generatora bocznego falę progresywną propagującą się pod kątem φ do osi y - Rys. 4.1. Taki sposób generowania pozwolił na otrzymanie w kanale falowym trójwymiarowego pola falowego odpowiadającego warunkom falowym generowanym w basenach hydrotechnicznych za pomocą wywoływaczy segmentowych.



Rys. 4.1. Schemat kanału falowego z aparaturą pomiarową (wymiary w cm).

Pomiary przeprowadzono dla dwóch głębokości wody: $h = 0.4\,\mathrm{m}$ i $h = 0.6\,\mathrm{m}$. Do rejestracji zmian elewacji powierzchni swobodnej wykorzystano jednocześnie siedem sond falowych $G1 \div G7$ pokazanych na Rys. 4.1. Ich rozmieszczenie zapewniało brak zniekształceń rejestrowanego sygnału, a odległość od płyty wywoływacza minimalizowała uboczne efekty hydrodynamiczne związane z jej ruchem ($> 3h$). Do rejestracji struktury falowania w przestrzeni zastosowano panel sond o małym rozstawie.

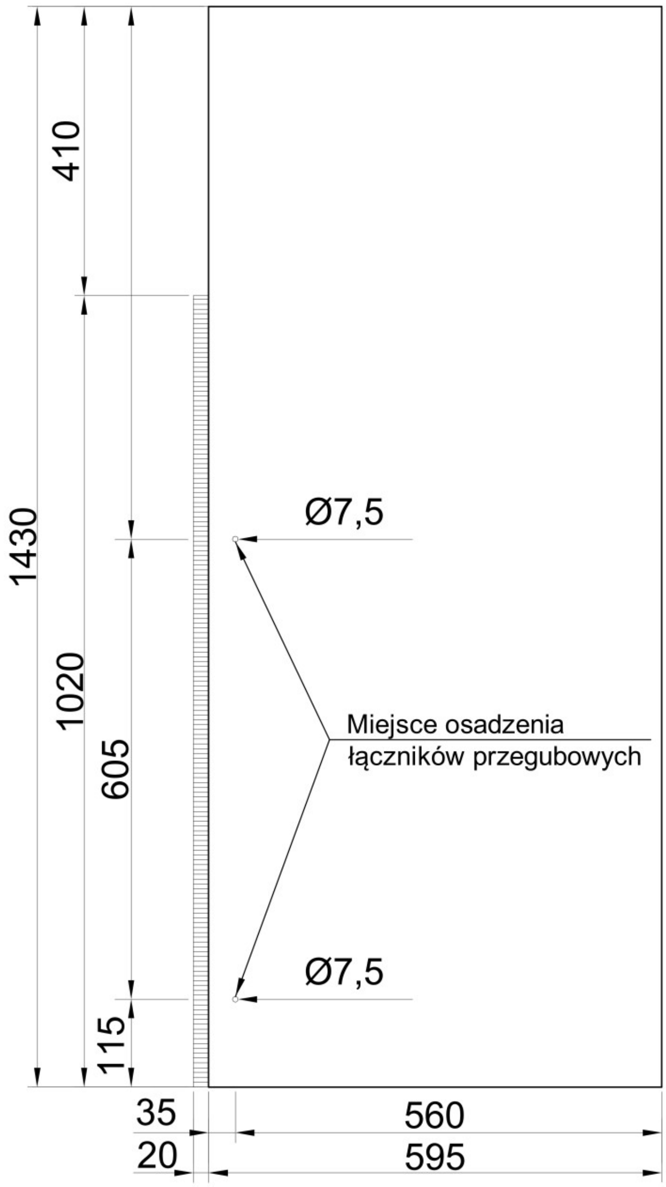


Rys. 4.2. Schemat konstrukcji wywoływacza wahadłowego bocznego a) widok z boku, b) widok z góry.

W konstrukcji płyty wywoływacza wahadłowego, której wymiary w milimetrach wynosiły ($szerokość \times wysokość \times grubość$) $595 \times 1420 \times 20$, zastosowano dodatkowe uszczelnienie jej ruchomej krawędzi za pomocą giętkiego i szczelnego materiału, który w chwili przechodzenia przez położenie równowagi nie powodował jej wygięć i drgań (Rys. 4.3 i Rys. 4.4). Pozwalało to na wychylenie płyty generatora wahadłowego bocznego o kąt $\varphi = 14^\circ$. Pionowa oś obrotu płyty wywoływacza bocznego była osadzona w jednym końcu w dnie kanału, a w drugim, w jego konstrukcji. Płyta wywoływacza wahadłowego bocznego była połączona z konstrukcją stałego wywoływacza hydraulicznego za pomocą dwóch stalowych łączników przegubowych o długości 110 mm i średnicy Ø7.5 mm (Rys. 4.3). Długość stalowych łączników ograniczyła możliwość wychylenia płyty wywoływacza wahadłowego bocznego do 10°.

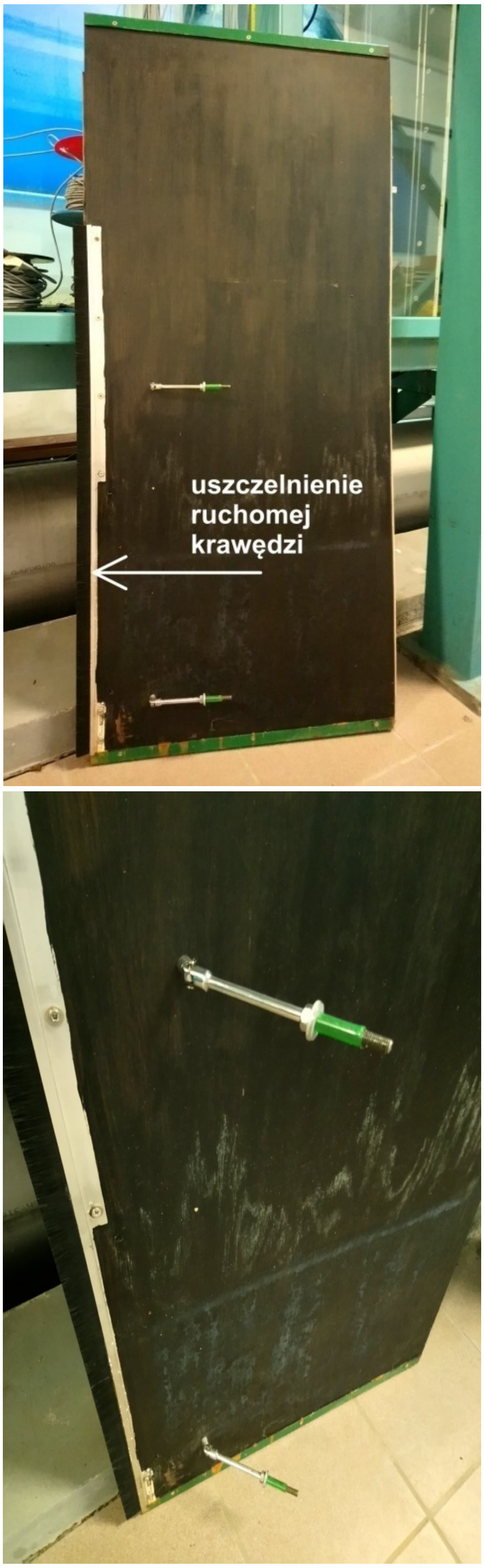
W badaniach wykonano łącznie 36 rejestracji przebiegów falowych generowanych bocznym wywoływaczem wahadłowym. Połowę z nich wykonano dla generacji fal dla głębokości wody $h = 0.4$ m, drugą połowę dla $h = 0.6$ m. Pozwoliło to na ocenę stabilności i bezwładności płyty oraz konstrukcji generatora bocznego dla różnych głębokości wody w kanale. Analiza sygnałów zarejestrowanych dla generacji fal bardzo krótkich, tzn. $L < 0.4$ m, dla obu głębokości wody wykazała niestabilność i drgania płyty wywoływacza. Rejestracje te nie zostały uwzględnione w dalszej części analizy wyników eksperymentalnych.

Podczas generacji fal i zapisu wyników pomiarów za pomocą sond falowych, dodatkowo dokonano obserwacji fali poprzecznej (ang. '*transverse wave*'), pojawiającej się dla fal rezonansowych wynikających z szerokości kanału falowego (L. Deng, A.T. Chwang, 2005). Pomierzono wartości amplitud tej fali za pomocą miarki umieszczonej na szybie kanału, przyjmując jako punkt zerowy poziom spokoju. Obserwacje i wyniki pomiarów dla zarejestrowanych przebiegów zamieszczono w Tab. 4.1 i Tab. 4.2.



Rys. 4.3. Schemat konstrukcji płyty wywoływacza wahadłowego bocznego (wymiary w mm).

a)



b)

Rys. 4.4. Płyta bocznego wywoływacza wahadłowego: a) cała płyta przed instalacją w kanale falowym; b) układ mocowań wywoływacza wahadłowego bocznego do ramy konstrukcyjnej wywoływacza tłokowego.

a)

b)

Rys. 4.5. Układ mocowań wywoływacza wahadłowego bocznego z ramą wywoływacza tłokowego; a) widok z boku kanału, b) powiększenie pręta przegubowego łączącego płytę wywoływacza bocznego z ramą generatora tłokowego.

Tab.4.1. Pomiar amplitudy fali poprzecznej A_p [m] w zależności od wychylenia generatora S [m] i długości fali zadanej na generator L [m] dla głębokości wody $h = 0.4$ m .

S[m] \ L[m]	4.0	2.4	1.2	1.0	0.6	0.3
0.10	0.015	0.02	0.24	brak pomiaru	0.09	brak pomiaru
0.05	brak pomiaru	0.02	0.06	0.03	0.03	0.02
0.025	brak pomiaru	brak pomiaru	0.04	0.02	0.01	brak pomiaru
Obserwacje			widoczny pierwszy mod		widoczny drugi mod	

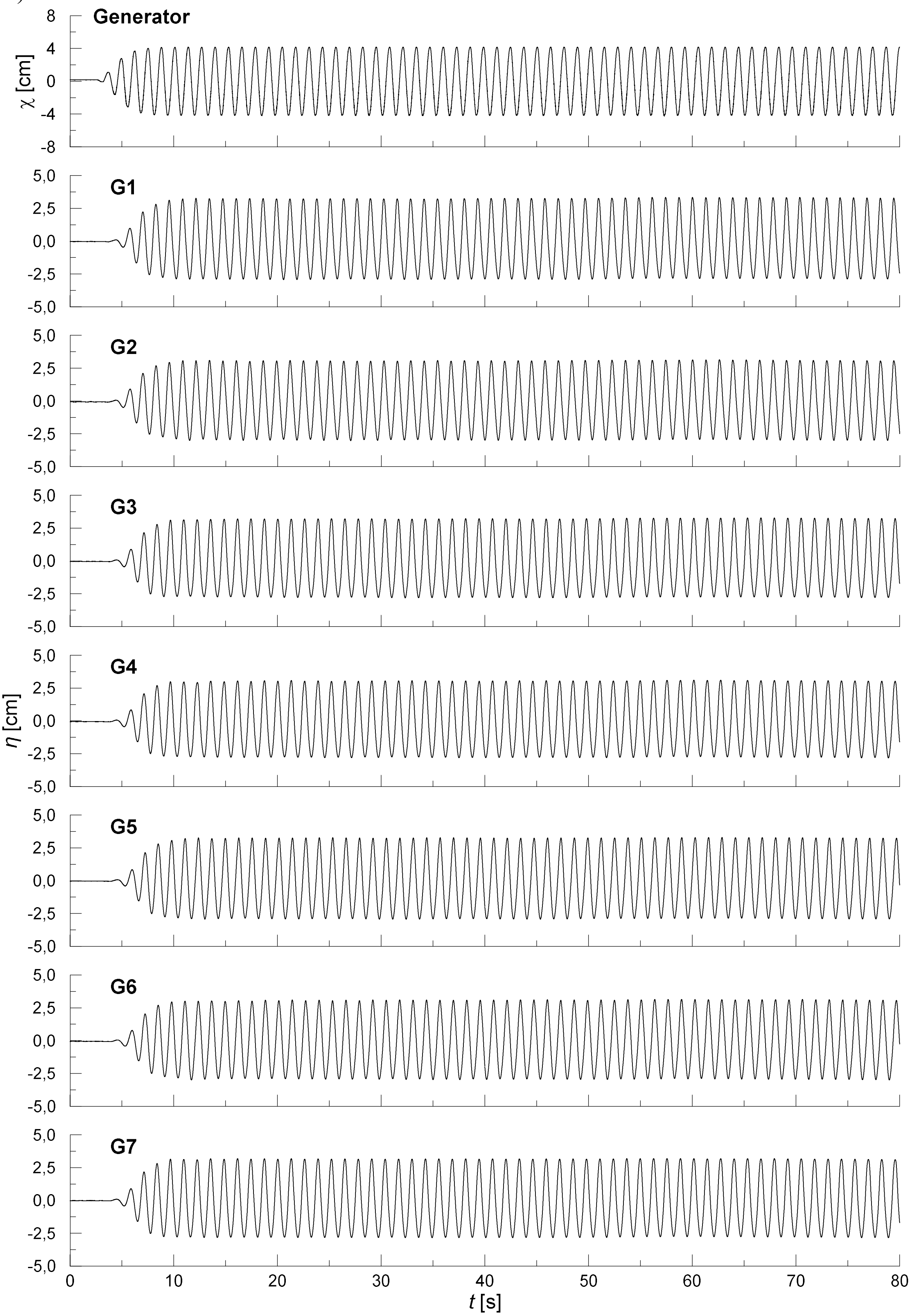
Tab.4.2. Pomiar amplitudy fali poprzecznej A_p [m]w zależności od wychylenia generatora S [m] i długości fali zadanej na generator L [m] dla głębokości wody $h = 0.6$ m .

S[m] \ L[m]	2.4	2.0	1.2	1.0	0.6	0.5	0.4
0.10	0.0	0.0	0.19	0.17	0.07	0.05	0.06
0.05	0.0	0.0	0.18	0.10	0.03	0.03	0.03
0.025	0.0	0.0	0.08	0.04	0.01	0.01	0.01
Obserwacje			widoczny pierwszy mod, z upływem czasu coraz większy rozkołys, (zjawisko dudnień), lekko widoczna fala poprzeczna	widoczny pierwszy mod i fala poprzeczna	widoczny drugi mod i fala poprzeczna	brak rozkołysu, widoczna fala poprzeczna	widoczny trzeci mod i fala poprzeczna

4.3. Analiza pomiarów doświadczalnych

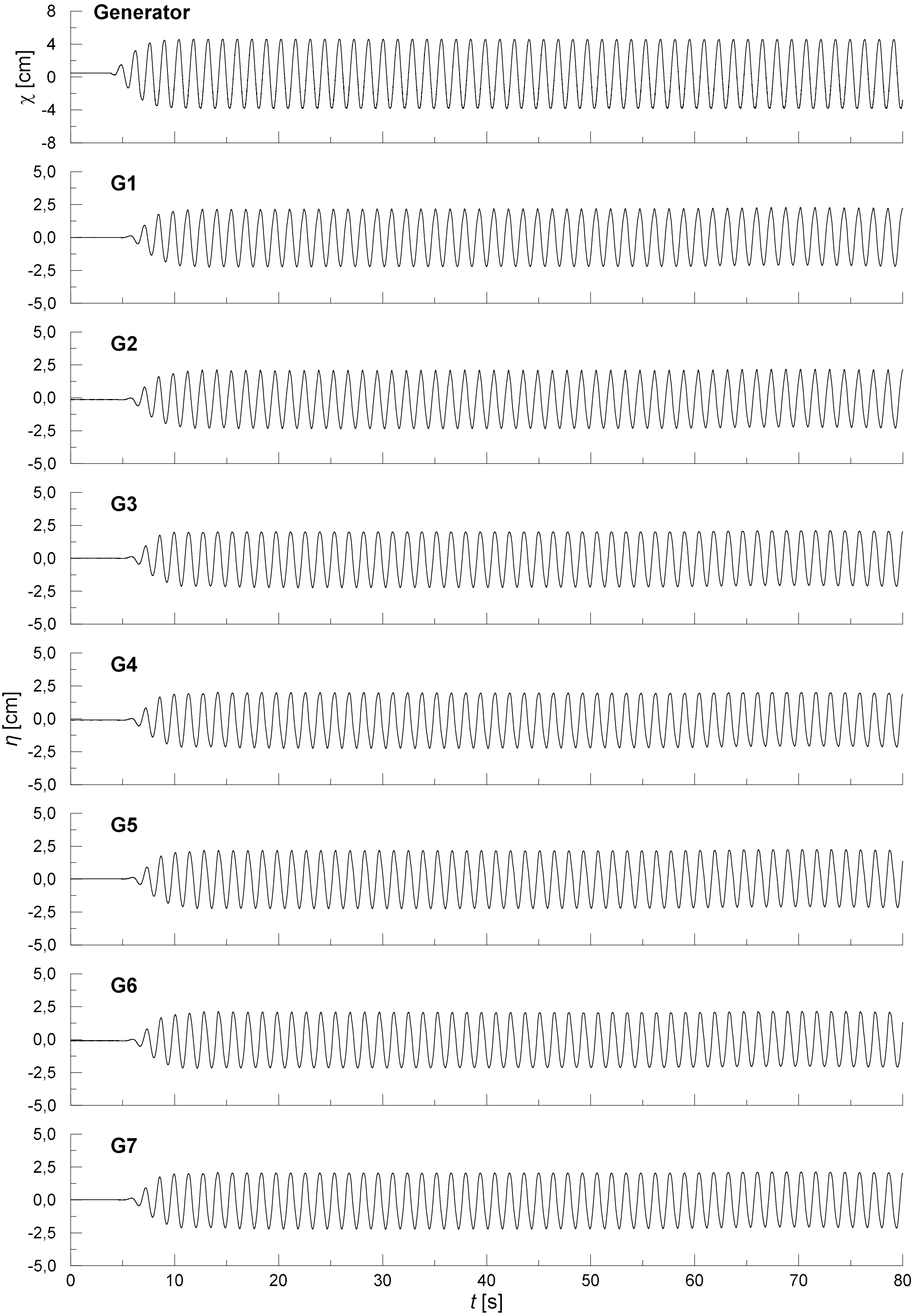
Podstawowe eksperymenty przeprowadzone w kanale falowym w celu weryfikacji przyjętego modelu teoretycznego polegały na zadaniu na płytę generatora sygnałów harmonicznych dla dwóch głębokości wody: $h = 0.6$ m i $h = 0.4$ m . Zarejestrowane pliki wybrane do analizy dotyczyły fal o określonym stosunku długości fali podstawowej do głębokości wody: $L/h = 1, 2, 3, 4, 6, 10$. Poprzez zmianę współczynnika sterującego amplitudą wychylenia płyty wywoływacza tłokowego, generowane były fale o różnej stromości. Rozmieszczenie sond w kanale przedstawiono na Rys. 4.1. Na kolejnych rysunkach 4.6 i 4.7 przedstawiono wyniki pomiarów z siedmiu sond falowych dla trzech przypadków fal rezonansowych (występuje tu zjawisko rozkołysu) $L/h = 1, 2, 3$ oraz dla trzech przypadków nierezonansowych $L/h = 4, 6, 10$. Sondy falowe rejestrowały elewację powierzchni swobodnej z częstotliwością próbkowania 200 Hz ($dt = 0.005$ s).

a)



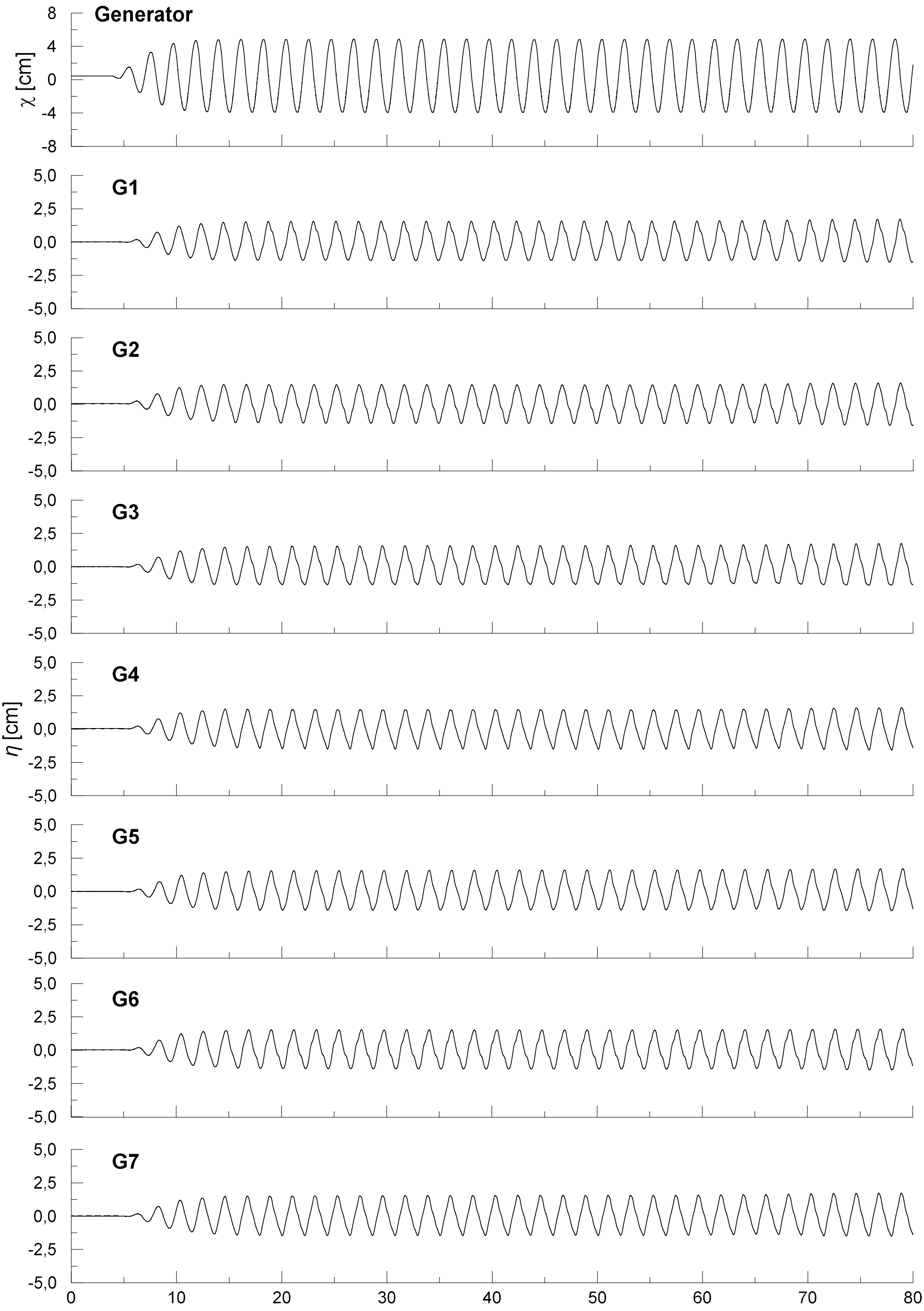
Rys. 4.6. Profile fal nierezonansowych generowanych wywoływaczem wahadłowym bocznym zarejestrowane przez układ siedmiu sond dla: a) $L/h=4$, b) $L/h=6$, c) $L/h=10$.

b)

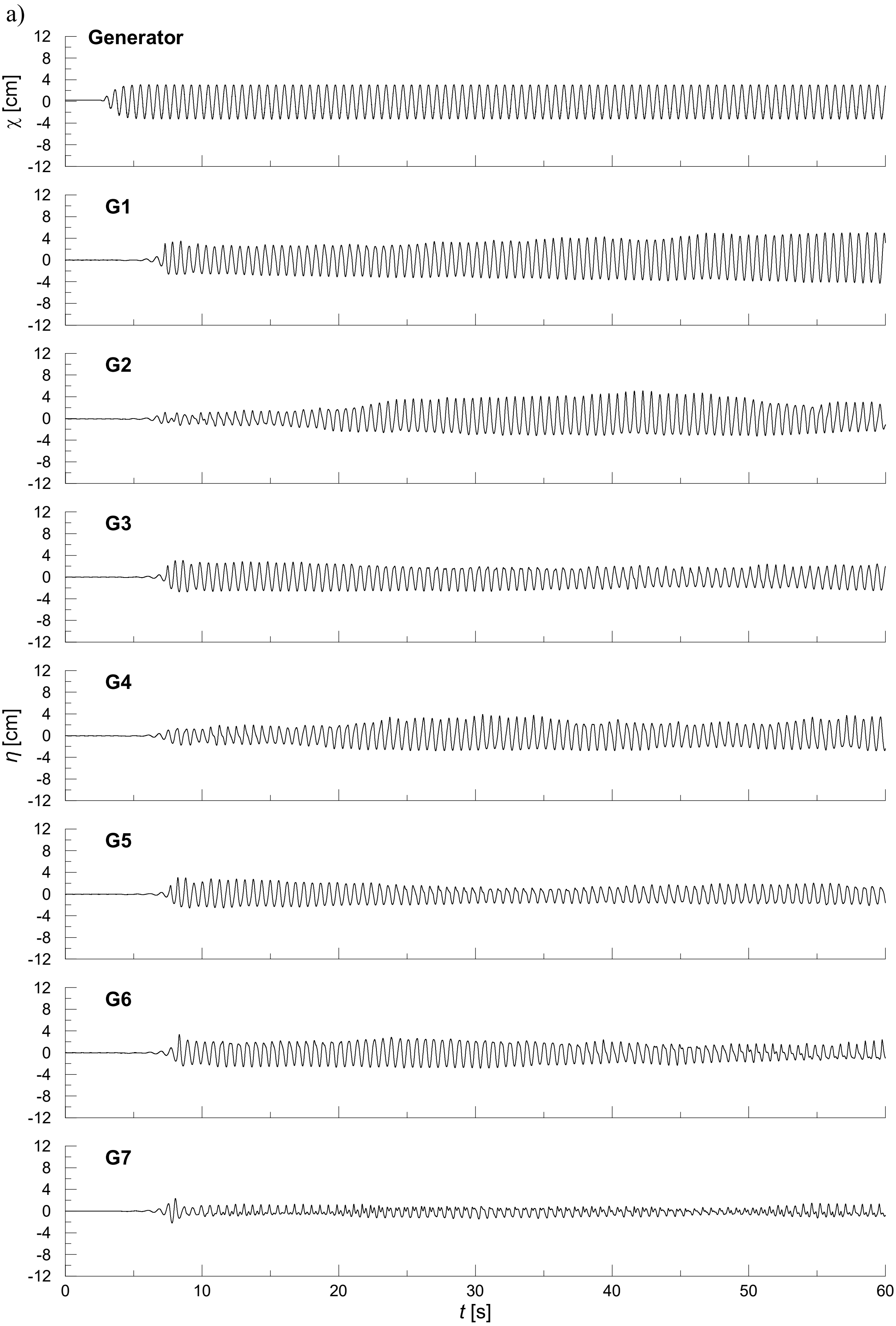


Rys. 4.6b. Kontynuacja, $L / h = 6$.

c)

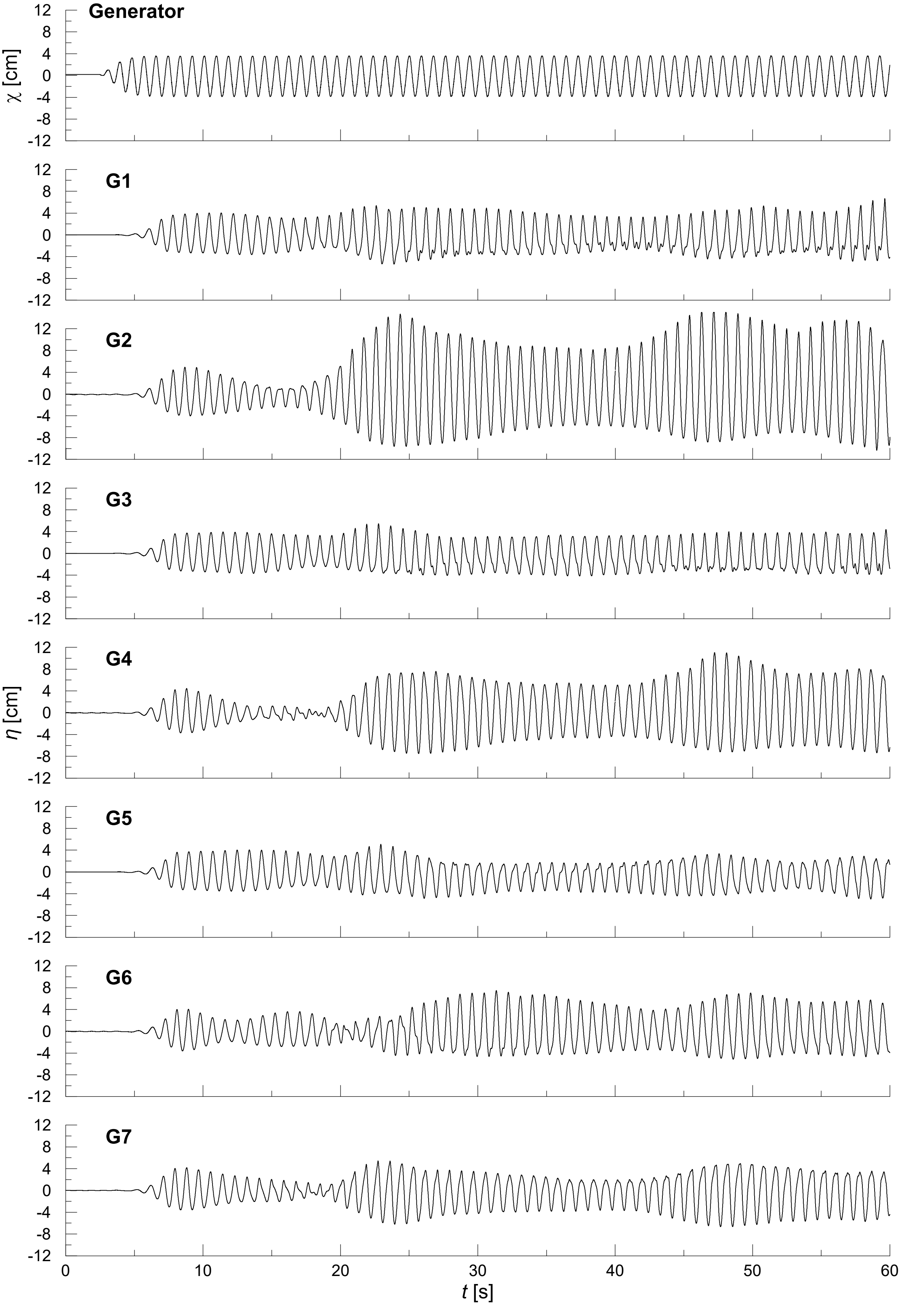


Rys. 4.6c. Kontynuacja, $L/h = 10$.



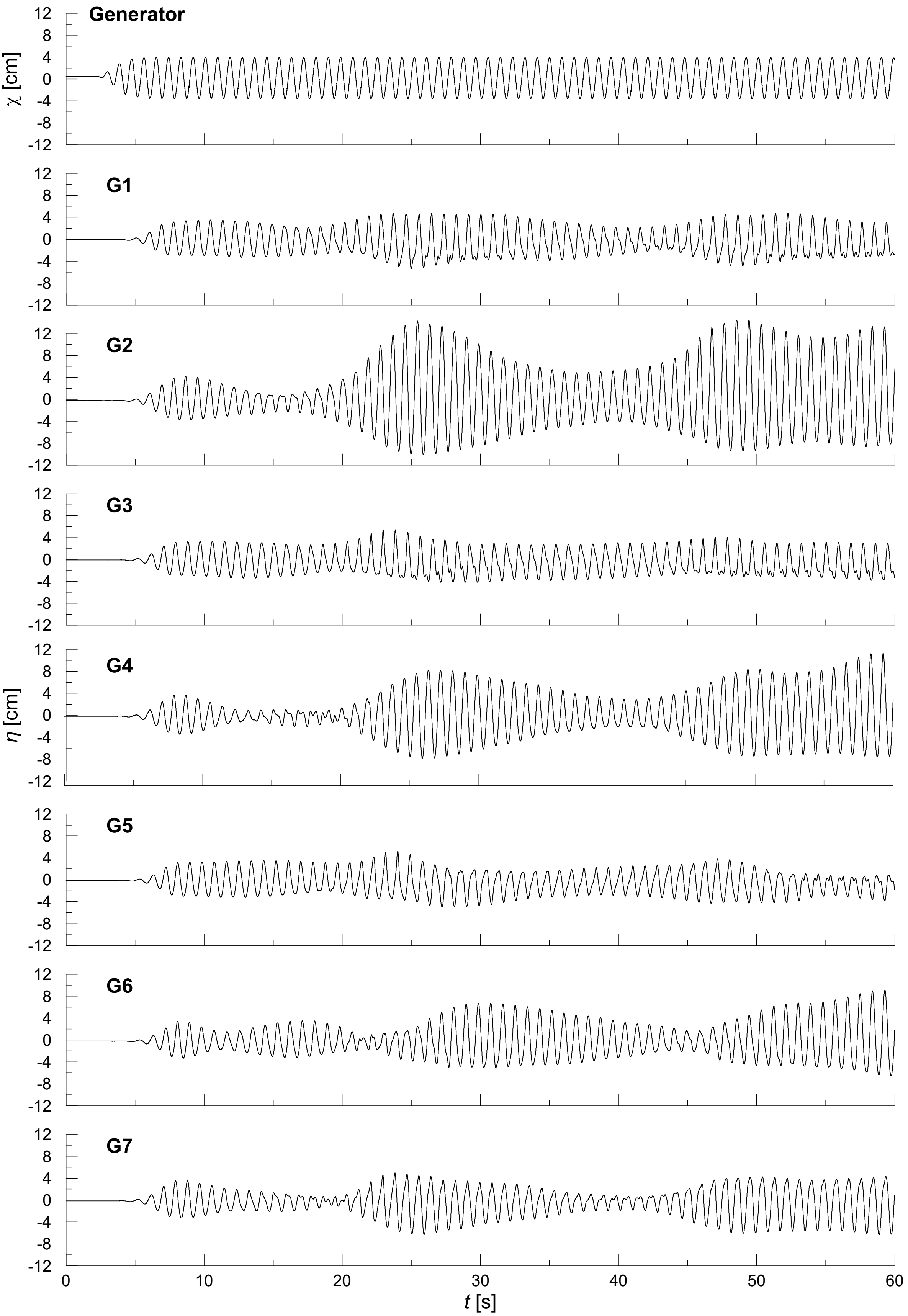
Rys. 4.7. Profile fal rezonansowych generowanych wywoływaczem wahadłowym bocznym zarejestrowane przez układ siedmiu sond dla: a) $L/h = 1$, b) $L/h = 2$, c) $L/h = 3$.

b)



Rys. 4.7b. Kontynuacja, $L/h = 2$.

c)



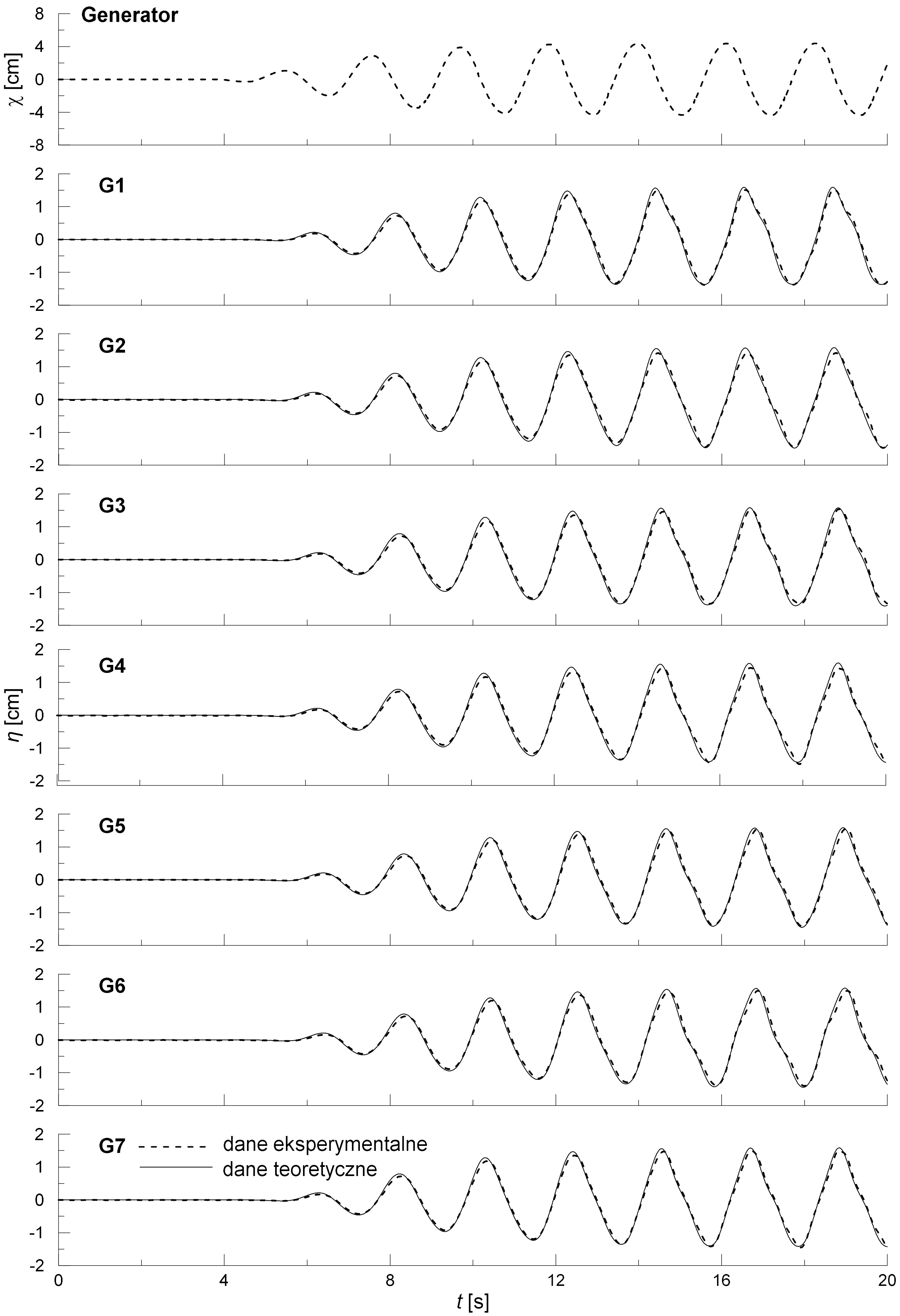
Rys. 4.7c. Kontynuacja, $L / h = 3$.

4.4 Porównanie wyników rozwiązania teoretycznego z danymi eksperymentalnymi dla wywoływacza wahadłowego bocznego

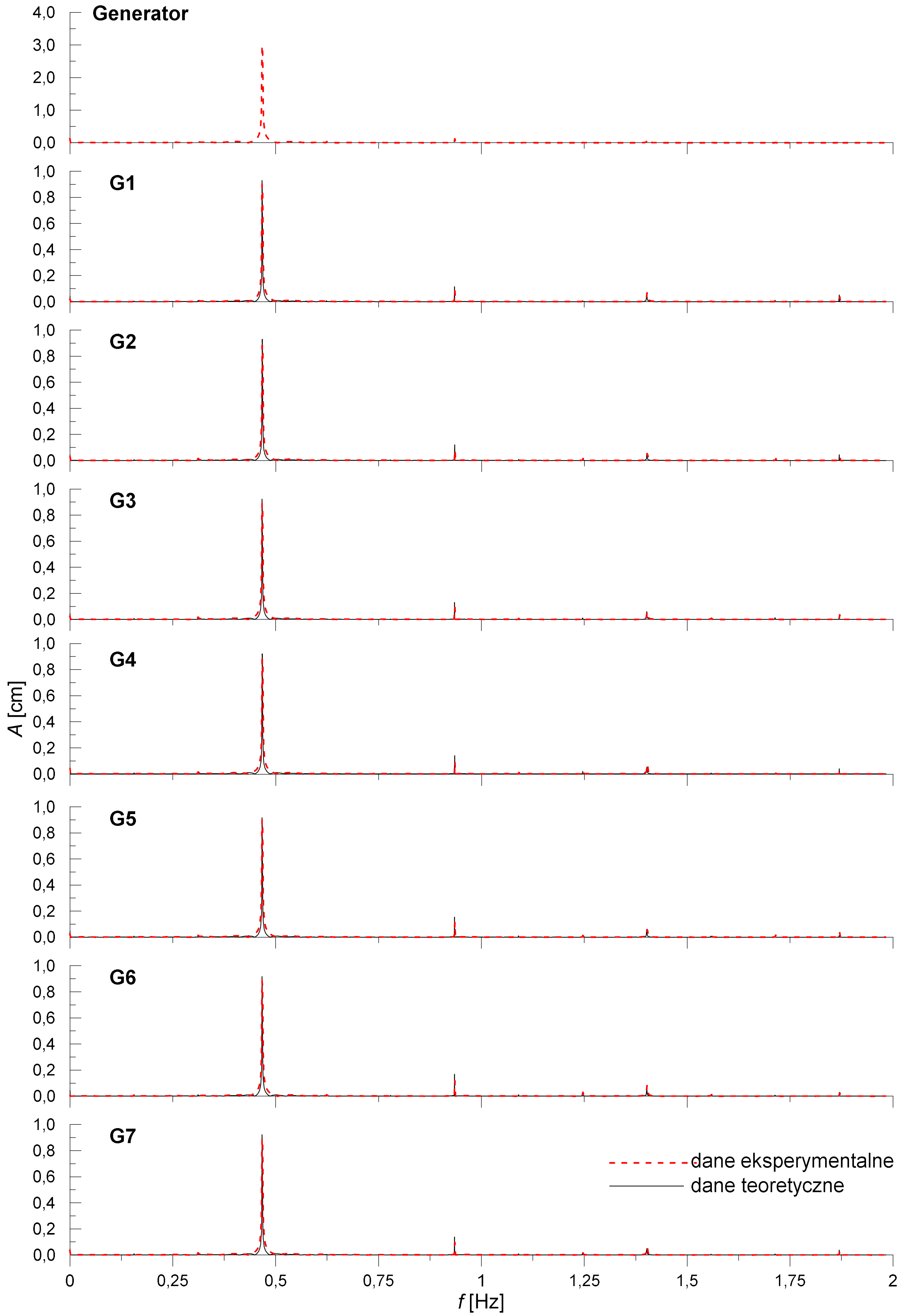
Zarejestrowane w badaniach za pomocą zespołu siedmiu sond falowych zmiany elewacji powierzchni swobodnej, wywołane ruchem płyty generatora wahadłowego bocznego i ich analizy widmowe zostały porównane z wynikami analogicznych symulacji numerycznych. Warunek brzegowy na płycie generatora w tych symulacjach rozwijano do drugiego rzędu włącznie. Jako sygnał wejściowy w symulacjach numerycznych zadawano zarejestrowane w eksperymentach przemieszczenia klapy wywoływacza tłokowego, a elewację powierzchni swobodnej obliczano w punktach o współrzędnych (x, y) identycznych jak współrzędne sond falowych w badaniach (Rys. 4.1). Porównania dokonano dla głębokości wody $h = 0.4\ \mathrm{m}$. Wyniki zapisu z sond numerycznych w zestawieniu z danymi eksperymentalnymi przedstawiono na Rys. 4.8÷4.12. Na Rys. 4.9. w widmie spektralnym z poszczególnych zapisów sond widoczne są druga i trzecia harmoniczna fali podstawowej, których nie było w zadanym sygnale na generator falowy. Jest to dowód na nieliniowy charakter falowego pola prędkości wywołany użyciem generatora wahadłowego bocznego.

Wyniki doświadczalne i teoretyczne wykazują znaczną zgodność i dowodzą dużej dokładności i wiarygodności wyników otrzymywanych za pomocą nieliniowego modelu numerycznego. Można zauważyć, że widoczna jest także zgodność w fazie wyników tych symulacji z danymi eksperymentalnymi.

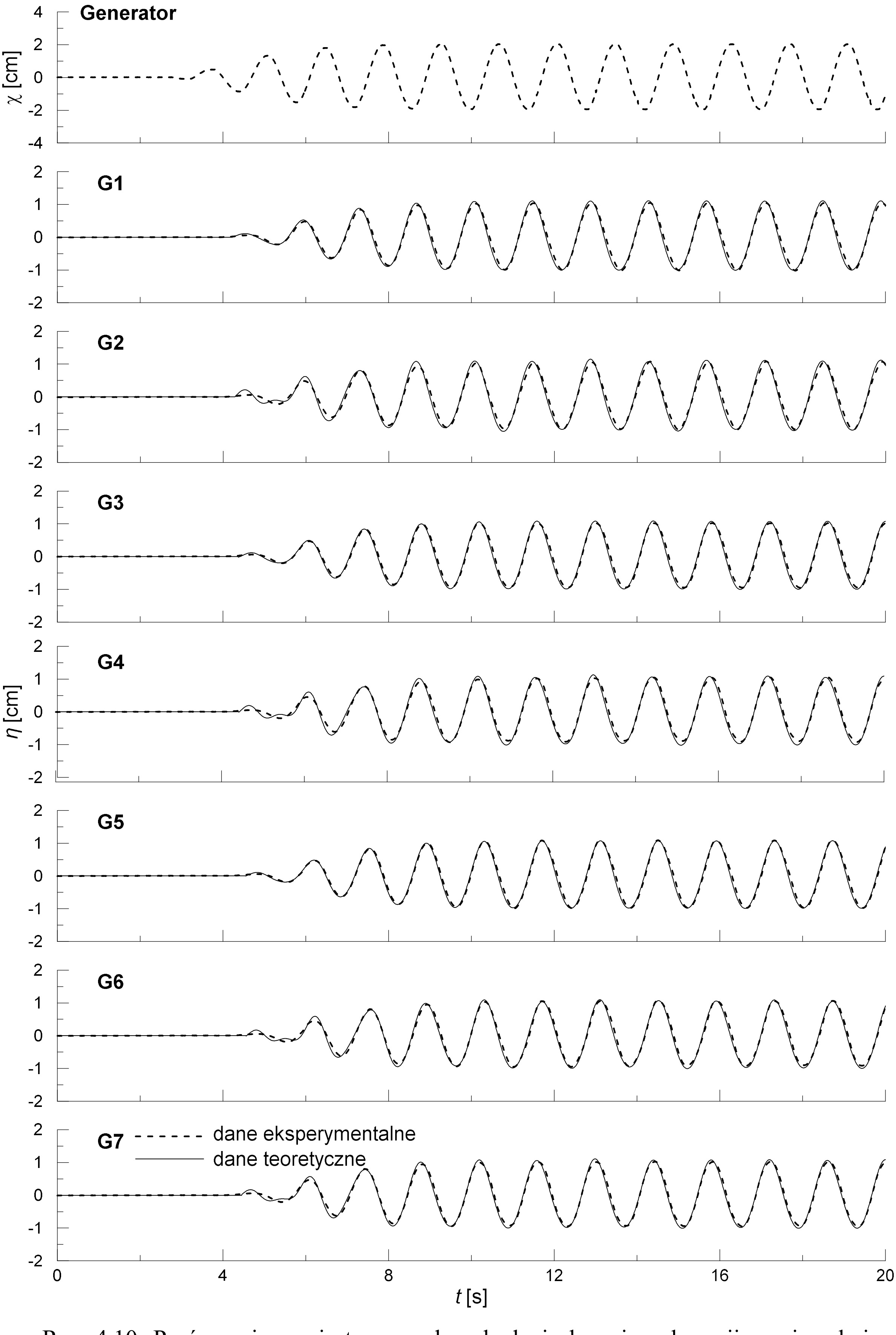
Przepływ energii pomiędzy poszczególnymi harmonikami Stokes'a był obiektem zainteresowania wielu prac naukowych, między innymi Madsen, Mei i Savage (1970) oraz Bryant (1993). Zjawisko to jest wynikiem i jednocześnie może być markerem nieliniowych efektów związanych z falowaniem powierzchniowym. Jest ono szczególnie widoczne dla fal długich, tzn. takich, dla których stosunek głębokości wody do długości fali jest mały, oraz dla fal o dużej stromości ($ak > 0.2$).



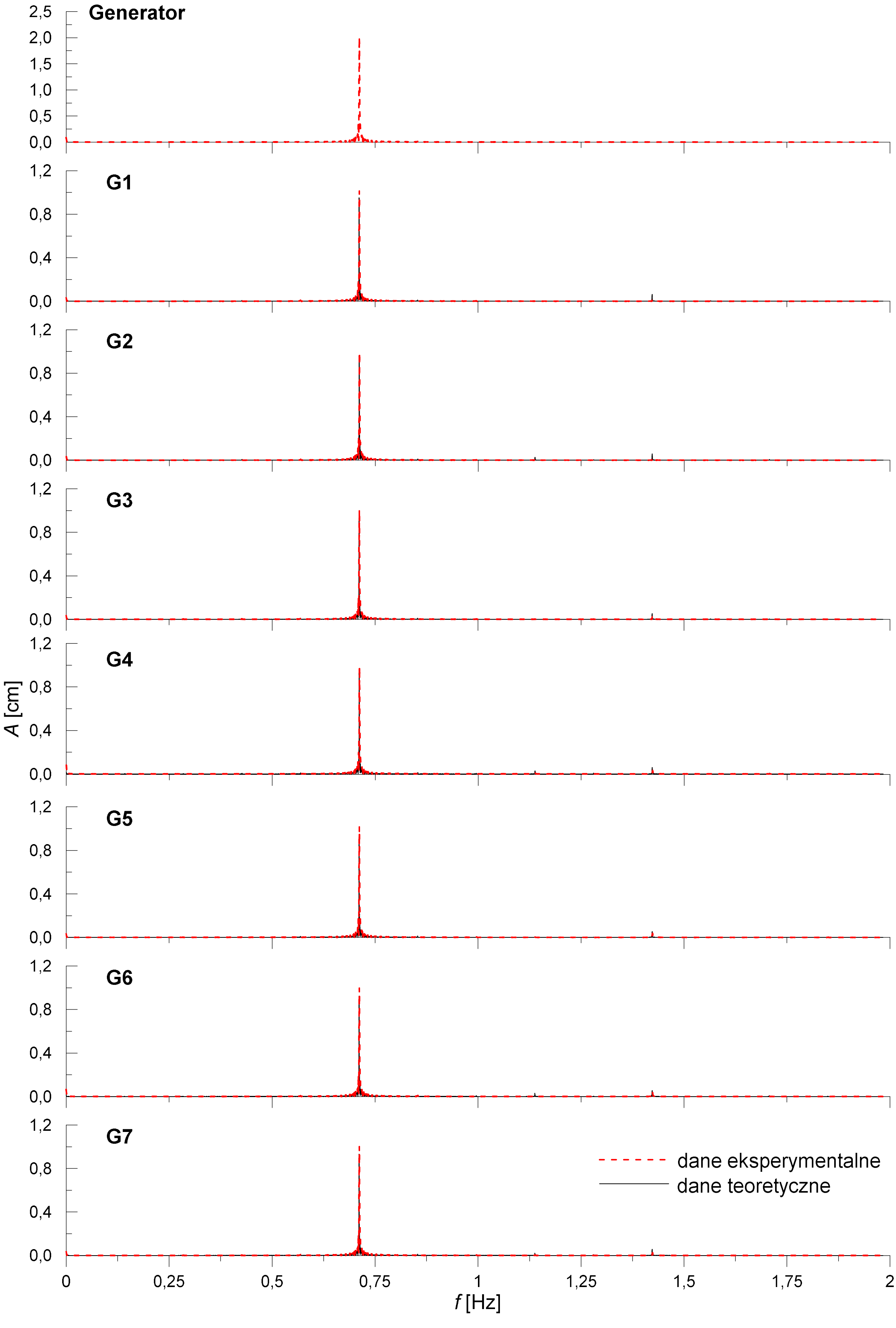
Rys. 4.8. Porównanie zarejestrowanych w badaniach zmian elewacji powierzchni swobodnej na sondach $G1 \div G7$ z wynikami symulacji nieliniowego modelu teoretycznego dla fali $L = 4.0$ m.



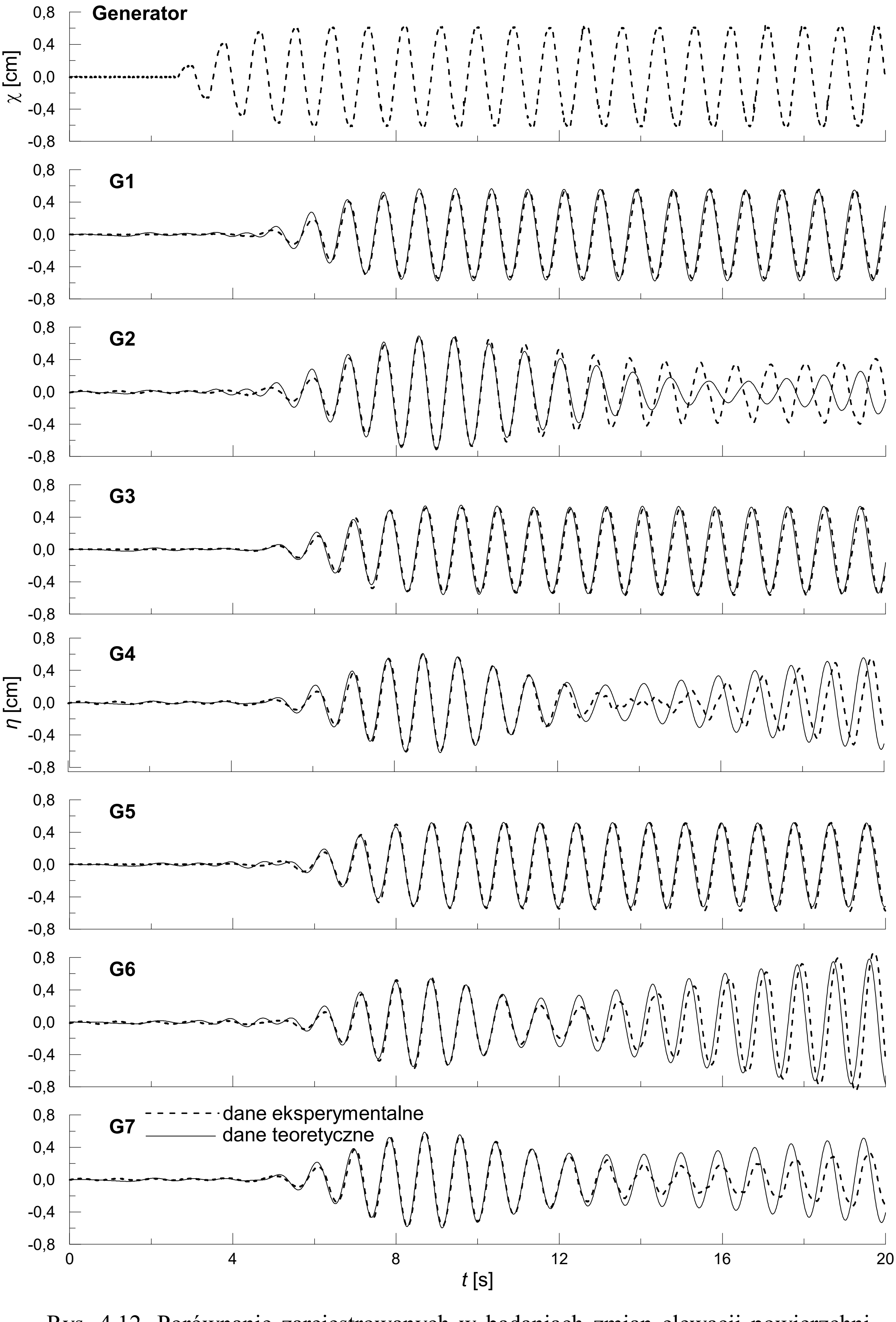
Rys. 4.9. Analiza Fouriera zarejestrowanych w badaniach zmian elewacji powierzchni swobodnej na sondach $G1 \div G7$ w zestawieniu z wynikami symulacji nieliniowego modelu numerycznego dla fali $L = 4.0$ m.



Rys. 4.10. Porównanie zarejestrowanych w badaniach zmian elewacji powierzchni swobodnej na sondach $G1 \div G7$ z wynikami symulacji nieliniowego modelu teoretycznego dla fali $L = 2.4$ m.



Rys. 4.11. Analiza Fouriera profili falowych zarejestrowanych w badaniach w zestawieniu z wynikami symulacji nieliniowego modelu numerycznego dla fali $L = 2.4\,\mathrm{m}$.



Rys. 4.12. Porównanie zarejestrowanych w badaniach zmian elewacji powierzchni swobodnej na sondach $G1 \div G7$ w zestawieniu z wynikami symulacji nieliniowego modelu numerycznego dla fali $L = 1.2$ m .

5 Podsumowanie i wnioski

Prezentowana praca doktorska przedstawia efektywne rozwiązanie problemu generacji, propagacji i transformacji falowania umożliwiające opisanie trójwymiarowych zjawisk występujących w basenach falowych. W modelu uwzględniono efekty początkowe ruchu cieczy oraz przeprowadzono jego weryfikację poprzez porównanie z wynikami badań laboratoryjnych dla szerokiego zakresu warunków falowych. Zaproponowany model wykazuje bardzo dobrą zgodność z pomierzonymi eksperymentalnie wychyleniami powierzchni swobodnej. Wyniki modelu numerycznego zweryfikowano także za pomocą rozwiązania analitycznego.

Model matematyczny generacji fal grawitacyjnych za pomocą segmentowego wywoływacza falowego, jest użytecznym narzędziem do badania nieliniowych procesów falowych zachodzących w basenie falowym, szczególnie ze względu na zastosowanie w nim nieliniowego warunku brzegowego na powierzchni generatora. Zaprezentowany model umożliwia, na podstawie ruchu generatora, obliczenie wartości potencjału prędkości, wzniesienia powierzchni swobodnej oraz ciśnień w dowolnym czasie i punkcie przestrzeni basenu falowego. Ponadto zastosowanie w rozwiązaniu funkcji tłumienia umożliwia zbliżenie się do warunków panujących w obszarze otwartego morza. Rozwiązanie nie posiada ograniczeń takich, jakie mają np. modele oparte na metodzie perturbacyjnej (Li i Williams, 2000).

Analiza wyników przeprowadzonych symulacji numerycznych pozwala na sformułowanie następujących wniosków:

1) Wykorzystywane dotychczas rozwiązania zagadnienia generacji falowania w basenach falowych mają bardzo ograniczony zakres stosowalności, ponieważ bazują na słabo nieliniowych teoriach falowania. Dla fal o umiarkowanych długościach oraz dla fal stosunkowo długich rozwiązania te można zastosować jedynie do fal o bardzo małej stromości.
2) Wpływ członów nieliniowych w warunkach brzegowych na profile fal jest znaczny i już dla fal o umiarkowanej stromości oraz dla fal stromych konieczne jest stosowanie teorii nieliniowych. Obecność generatora sprawia, że w basenie falowym generowane są dodatkowe fale mające istotny wpływ na profil generowanych fal i ich transformację.

3) Nieliniowy model matematyczny dobrze odwzorowuje procesy nieliniowe zachodzące podczas propagacji fal wygenerowanych przez wywoływacz tłokowy. Wskazuje na to zgodność wartości wyższych harmonicznych z nieliniowymi teoriami falowania.
4) Model matematyczny dobrze opisuje powstawanie nieliniowej fali wolnej, generowanej przez wywoływacz tłokowy. Wskazuje na to zgodność amplitudy nieliniowej fali wolnej z nieliniową teorią mechanicznej generacji fal.
5) Model matematyczny dobrze opisuje trójwymiarowe pole falowe generowane w basenie falowym Wyniki wskazują, że trójwymiarowy charakter pola falowego zanika wraz z odległością od generatora dla fal dłuższych od podwójnej szerokości basenu. Nieliniowe składowe pola falowego utrzymują się jednak w basenie falowym i można je obserwować nawet w dużych odległościach od generatora.
6) Model matematyczny opisuje powstawanie fali rezonansowej. Wyniki symulacji wskazują, że fala rezonansowa utrzymuje się w basenie przez bardzo długi okres czasu. Jest to zgodne z wiedzą dotyczącą zjawiska rezonansu w zbiornikach wodnych i świadczy o dobrym odwzorowaniu tego procesu przez prezentowany model obliczeniowy.
7) Model matematyczny wskazuje również na możliwość powstania rezonansu generowanego nieliniowymi składowymi pola falowego. Oznacza to, że częściowy rezonans falowy w basenie może wystąpić również w przypadku generacji fal o częstościach dalekich od częstości rezonansowych.
8) Wyniki symulacji pól falowych uzyskanych przy użyciu modelu matematycznego są zgodne z doświadczeniami przeprowadzonymi dla falowania generowanego bocznym wywoływaczem płytowym.
9) Dobrą zgodność wyników teoretycznych z pomiarami uzyskano dla trójwymiarowych pól falowych generowanych bocznym wywoływaczem płytowym jak również dla fal wywołujących rezonans w basenie falowym.

6 Literatura

Barnard, B.J.S., Pritchard, W. G. 1972. Cross-waves. Part 2. Experiments. *Journal of Fluid Mechanics*, **55**, 245-255.

Bateman, W.J.D., Swan, C., Taylor, P.H. 2001. On the efficient numerical simulation of directionally spread surface water waves. *Journal of Computational Physics*, **174**, 277-305.

Biesel, F., Suquet, F. 1953. Laboratory wave generating apparatus. Project Report No. 39, St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory. University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota, USA.

Benjamin, T.B., Olver, P.J. 1982. Hamiltonian structure, symmetries and conservation laws of water waves. *Journal of Fluid Mechanics*, **125**, 137–185.

Bonnefoy, F., Le Touze, D., Ferrant, P. 2006. A fully-spectral 3D time-domain model forsecond-order simulation of wavetank experiments. Part A: Formulation, impleme-ntationand numerical properties. *Applied Ocean Research*, **28**, 33–43.

Bryant, P.J., Stiassnie, M. 1994. Different forms for nonlinear standing waves in deep water. *Journal of Fluid Mechanics*, **275**, 135–156.

Choi, W., Kent, C.P. 2004. A pseudo-spectral method for nonlinear wave hydrodynamics, in: *Proceedings of the 25th ONR Symposium,* St. John's Newfoundland.

Craig, W., Sulem, C. 1993. Numerical simulation of gravity waves. *Journal of Computa-tional Physics,***108**, 73-83.

Craig, W., Nicholls, D.P. 2002. Travelling gravity water waves in two and three dimensions. *European Journal of Mechanics B-Fluids*, **21**, 615-641.

Daugaard, E. 1972. Generation of regular waves in the laboratory. *Doctoral dissertation. Institute of Hydrodynamics Engineering*, Technical University of Denmark.

Dean, R.G., Dalrymple, R.T. 1992. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. Prentice-Hall, *World Scientific*, Singapore.

Deng, L., Chwang, A.T. 2005. *The depth effect on transverse waves.* (abstract) Proceedings of the 15th ISOPE Conference, Seoul, Korea, 19-24.06.2005. ISBN 1-880653-64-8; ISSN 1098-6189.

Dommermuth, D.G., Yue, D.K.P. 1987. High-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves. *Journal of Fluid Mechanics*, **184**, 267-288.

Flick, R.E, Guza, R.T. 1980. Paddle generated waves in laboratory channels. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, *ASCE*, **106**, 79-97.

Fochesato, C., Grilli, S., Dias, F. 2007. Numerical modelling of extreme rouge waves generated by directional energy focusing. *Wave motion,* **44**, 395-416.

Fontanet, P. 1961. Theorie de la generation de la houle cylindrique par un batteur plan. *La Houille Blanche*, **16**, 3-31.

Fructus, D., Clamond, D., Grue, J., Kristiansen, Q. 2005. An efficient model for three-dimen-sional surface wave simulations. Part I: Free space problems. *Journal of Compu-tational Physics,* **205**, 665-685.

Galvin, C.J. 1964. Wave-height prediction for wave generators in shallow water. Technical Memorandum No. 4, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, DC, USA, 1-20.

Goda, Y., Kikuya, T. 1964. The generation of water waves with vertically oscillating flow at channel bottom. Rep. 9. Port and Harbour Technical Research Institute, Ministry of Transportation, Japan.

Hamming, R.W. 1962. *Numerical Methods for Scientists and Engineers*. Mc-Graw Hill, New York.

Havelock, T.H. 1929. Forced surface-wave on water. *Philosophical Magazine*, **8**, 569-576.

Hudspeth, R.T., Chen, M.-C. 1981. Design curves for hinged wavemakers: Theory. *Journal of the Hydraulics Division*, *ASCE*, **107**, 533-552.

Hudspeth, R.T., Sulisz, W. 1993. Stokes drift in two-dimensional wave flumes. *Journal of Fluid Mechanics*, **230**, 209-229.

Kantorovich, L.V., Krilov, V.I. 1958. *Approximate Methods of Higher Analysis*. P. Noordhoff Ltd., Groningen.

Keating, T., Webber, N.B. 1977. The generation of periodic waves in a laboratory channel; a comparison between theory and experiment. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, **63**, 819-832.

Kennard, E.H. 1949. Generation of surface waves by moving partition. *Quarterly of Applied Mathematics*, **7**, 303-312.

Khait, A., Shemer, L. 2019. Nonlinear wave generation by a wavemaker in deep to intermediate water depth. *Ocean Engineering,* **182**, 222-234.

Kim, T.-I. 1985. Mass transport in laboratory wave flumes. *Dissertation, Oregon State University*, Corvallis, Oregon, USA.

Kim, M.-J., Moon, H.-T., Lee, Y.-B., Choi, S.-K., Kim, Y.-K., Nam, H.-Y., Cho, M. 1998. A spectral method for free surface flows of inviscid fluids. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **28**, 887-902.

Kim, T.-I., Hudspeth, R.T., Sulisz, W. 1986. Circulation kinematics in nonlinear laboratory waves. *Proceedings of the 20th Coastal Engineering Conference*, Taipei, 381-395.

Larcen, J., Dancy, H. 1983. Open boundaries in short wave simulations - a new approach. *Coastal Engineering*, **7**, 285-297.

Li, W., Williams, A.N. 2000. Second-order waves in a three-dimensional wave basin with perfectly reflecting sidewalls. *Journal of Fluids and Structures*, **14**, 575–592.

Lichter, S., Shemer, L. 1986. Experiments on nonlinear cross waves. *Physics of Fluids*, **29**, 3971–3975.

Liu, S., Teng, B., Yu, Y. 2005. Wave generation in a computation domain. *Applied Mathematical Modelling*, **29**, 1-17

Ma, Q.W., Yan, S. 2009. QUALE-FEM for numerical modelling of non-linear interaction between 3D moored floating bodies and steep waves. *International Journal of Numerical Methods in Engineering,* **78**, 713-756.

Madsen, O.S., Mei, C.C., Savage, R.P. 1970. The evolution of time-periodic long waves of finite amplitude. *Journal of Fluid Mechanics*, **44**, 195-205.

Madsen, O.S. 1971. On the generation of long waves. *Journal of Geophysical Research*, **76**, 8672-8683.

Mansard, E., Benoit, E., Frigaard, E., Schaffer, A. 1997. Analysing multidirectional wave spectra: A tentative classification of available method. *Proc. IAHR Seminar on Multidirectional Waves and Their Interaction With Structures, 27th IAHR Congress*, San Francisco, USA.

Massel, S.R. 1981. On the nonlinear theory of mechanically generated waves in laboratory channels. *Mitteilungen Heft 70*, Leichtweiss-Institut Für Wasserbau der Technischen Universität, Braunschweig.

Miles, J. 1988. Parametrically excited, standing cross-waves. *Journal of Fluid Mechanics*, **186**, 119–127.

Miles, J., Becker,J. 1988. Parametrically excited, progressive cross-waves. *Journal of Fluid Mechanics*, **186**, 129–146.

Misirli, E., Gurefe, Y. 2011. Multiplicative Adams Bashforth-Moulton methods. *Numerical Algorithms*, **57,** 425–439.

Moubayed, W.I., Williams, A.N. 1994. Second-order bichromatic waves produced by a generic planar wavemaker in a two-dimensional wave flume. *Journal of Fluids and Structures*, **8**, 73-92.

Multer, R.H., Galvin, C.J. 1967. Secondary waves: periodic waves of non-permanent form. (Abstract) *EOS*, vol. 48.

Ottesen-Hansen, N. E., Sand, S.E., Lundgren, H., Sorensen, T. i Grevesen, H. 1980.Correct reproduction of group-induced long waves. *Proceedings 17th International Conference of Coastal Engineering, Sydney*, 784-800.

Paprota, M., Sulisz, W. 2019. Improving performance of a semi-analytical model for nonlinear water waves. *Journal of Hydro-Environment Research,* **22**, 38-49.

Park, J. C., Kim, M. H., Miyuata, H., Chun, H.H. 2003. Fully nonlinear numerical wave tank (NWT) simulations and wave run-up prediction around 3D structures. *Ocean Engineering*, **30**, 1969-1996.

Patel, N.H. i Ionnaou, P.A. 1980. Comparative performance study of paddle and wedge-type wave generators. *Journal Hydronautics,* **14**, 5-9.

Press, W.H., Flannery, B., Teukolsky, S.A., i Vetterling, W.T. 1988. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, Cambridge.

Schaffer, H.A. 1996. Second-order wavemaker theory for irregular waves. *Ocean Engineering,* **23**, 47-88.

Sand, S.E. 1982. Long waves in directional seas. *Coastal Engineering*, **6**, 195-208.

Sand, S.E., Mansard, E.P.D. 1986. Reproduction of higher harmonics in irregular waves. *Ocean Engineering*, **13**, 57-83.

Sulisz, W. 2003. Numerical modeling of wave absorbers for physical wave tanks. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering,* ASCE, **129**, 5-14.

Sulisz W. 2011. Diffraction of water waves by a semisubmerged structure in a channel. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, ASCE, **137**, 269-278

Sulisz, W., Dargacz, A. 2014. A side-hinged planar wavemaker. *3rd IAHR Europe Congress*, Porto, Portugalia, ISBN 978-989-96479-2-3.

Sulisz, W., Paprota, M. 2004. Modeling of the propagation of transient waves of moderate steepness. *Applied Ocean Research*, **26**, 137-146.

Sulisz, W., Paprota, M. 2008. Generation and propagation of transient nonlinear waves in a wave flume. *Coastal Engineering*, **55**, 277-287.

Sulisz, W., Paprota, M. 2011. Modeling of the propagation and evolution of nonlinear waves in a wave train. Archives of Mechanics, **63**, 311-335.

Ursell, F., Dean, R.G. i Yu, Y.S. 1960. Forced small amplitude waves: A comparison of theory and experiment. *Journal of Fluid Mechanics*, **7**, 33-52.

Wehausen, J.V., Laitone, F.V. 1960. *Surface Waves*. Handbuch der Physik, Springer-Verlag, Berlin, 446-778.

West, B.J., Brueckner, K.A., Janda, R.S. 1987. A new numerical method for surface hydrodynamics. *Journal of Geophysical Research,* **92**, 11803–11824.

Wilde, P., Wilde, M. 2000. On the generation of water waves in a flume. Wydawnictwo IBW PAN, Gdańsk.

Yan, S., Ma, Q.W. 2010. QUALE-FEM for modelling 3D overtuning waves. *International Journal of Numerical Methods of Fluids,* **63**, 743-768.

Zhang, S., Schaffer, H.A. 2007. Approximate stream function wavemaker theory for highly non-linear waves in wave flumes. *Ocean Engineering*, **34**, 1290-1302.