

IWONA SULIKOWSKA, ZBIGNIEW MŁYNAREK, WOJCIECH TSCHUSCHKE*

Model zakłóceń pomiarowych w ocenie stopnia zagęszczenia piasku metodą statycznego sondowania (CPT)

1. Wprowadzenie

Oszacowanie dokładności oznaczeń analizowanej cechy gruntu ma istotne znaczenie nie tylko w zagadnieniach identyfikacji statystycznych modeli, lecz również w przypadku konieczności dokonania statystycznej oceny jednorodności jeśli cecha gruntu jest oznaczana różnymi metodami. Zagadnieniom szacowania wielkości błędu jak i metodom jego uwzględniania w opisie statystycznym, poświęcono wiele prac. Przykładem może być porównanie szacowania ciężaru objętościowego metodą statycznego sondowania (CPT) oraz metodą klasyczną poprzez pobieranie prób o nienaruszonej strukturze (NNS) przedstawione w pracy (Młynarek, Tschuschke, Berg 1987). Estymację statystycznych charakterystyk w przypadku pomiarów wilgotności naturalnej wykonanych dwoma niezależnymi metodami (przy założeniu, że są to metody nieobciążone) podano w pracy (Sulikowska 1987).

Klasycznie sformułowane zagadnienie błędu metody pomiaru obejmuje: ocenę błędu aparatury, czynnika ludzkiego, zmienności warunków itp. Uzyskanie pełnej oceny wymaga więc przeprowadzenia kompleksowych badań. W pracy (Wilde, Sulikowska 1984) jako błąd metody pomiaru przyjęto pewną mikroniejednorodność własności (oszacowaną w skali próby) w odróżnieniu od makroniejednorodności tych własności charakteryzujących daną warstwę. Tak potraktowana dokładność pomiaru jest adekwatna do przyjętej metody analizy (np. siatka podziału w metodzie numerycznej) i obejmuje nie tylko błąd rozumiany w sensie definicji klasycznej lecz również pewną niejednorodność własności w skali przyjętej próby.

W przypadku sondowań statycznych (CPT) przyjmuje się testy replikacyjne jako miarę oceny dokładności, aczkolwiek i w tym przypadku miarą rozrzutu jest nie

*Dr inż. I. SULIKOWSKA, Instytut Budownictwa Wodnego Polskiej Akademii Nauk, ul. Cystersów 11, 80-952 Gdańsk.

Doc. dr hab. Z. MŁYNAREK, dr inż. W. TSCHUSCHKE Zakład Geotechniki, Akademia Rolnicza, ul. Mazowiecka 26, 60-623 Poznań.

tylko błąd przypisywany samej aparaturze ale i technice przygotowania powtarzalnego ośrodka. Seria badań replikacyjnych wykonana w Zakładzie Geotechniki Akademii Rolniczej w Poznaniu (Tschuschke 1988) była podstawą analizy statystycznej, prezentowanej w niniejszej pracy.

Celem pracy jest określenie liniowego modelu zakłóceń pomiarowych dotyczącego dokładności ustalenia wskaźnikowego parametru I_D (stopnia zagęszczenia) na podstawie testów replikacyjnych. Testy tego typu są powszechnie wykorzystywane do budowy związków korelacyjnych np. pomiędzy oporem stożka w metodzie CPT lub DPM a stopniem zagęszczenia. Można zatem oczekiwać, że analiza dokładności szacowania I_D będzie miała wpływ na dokładność ustalenia zależności korelacyjnych. Istotny aspekt praktyczny ma także znajomość zakłóceń w metodzie selekcji jednorodnej warstwy w podłożu. Zaproponowany model zostanie wykorzystany w statystycznej interpretacji zagęszczenia osadów poflotacyjnych zbiornika Żelazny Most. Ocena wielkości błędu oszacowania I_D metodą CPT będzie podstawą do porównania adekwatności oceny zagęszczenia osadów przy stosowaniu różnych metod sondowania (dynamiczne, radiometryczne, ST, elektryczne, Borros).

2. Opis doświadczenia i definicja błędu

Testy replikacyjne przeprowadzono w stanowisku modelowym (rys. 1) wykorzystując do badań równoziarnisty piasek drobny. Charakterystykę statystycznego sondowania – krzywą penetracji wyznaczono przez wciskanie mechanicznego stożka firmy Van den Berg o powierzchni podstawy 10 cm^2 z prędkością 2 cm/sek . Piasek układano w zbiorniku o objętości $0,65 \text{ m}^3$ warstwami, zagęszczając dynamicznie każdą 12-to centymetrową warstwę. Energię zagęszczania zmieniano w przedziale od $0,01$ do $0,3 \text{ J/cm}^3$. Kontrola zmienności parametrów fizycznych gruntu dotyczyła pomiarów ciężaru objętościowego i wilgotności naturalnej. Prowadzono ją metodą objętościową (Tschuschke 1988) badając po 5 próbek na każdym z 5 poziomów pomiarowych w każdym z doświadczeń. W badaniach uzyskano łącznie 45 replik krzywej penetracji, na podstawie których w oparciu o wzór interpretacyjny Lunne (Lunne 1988), określono realizacje wskaźnikowego parametru zagęszczenia I_D . Oznaczając wielkości pomierzone jako y_{ik} zgodnie z pracą (Wilde, Sulikowska 1984) przyjęto, że błąd metody pomiarów v_{ik} , rozumiany jako pewna mikroniejednorodność wyników, jest określony wzorem:

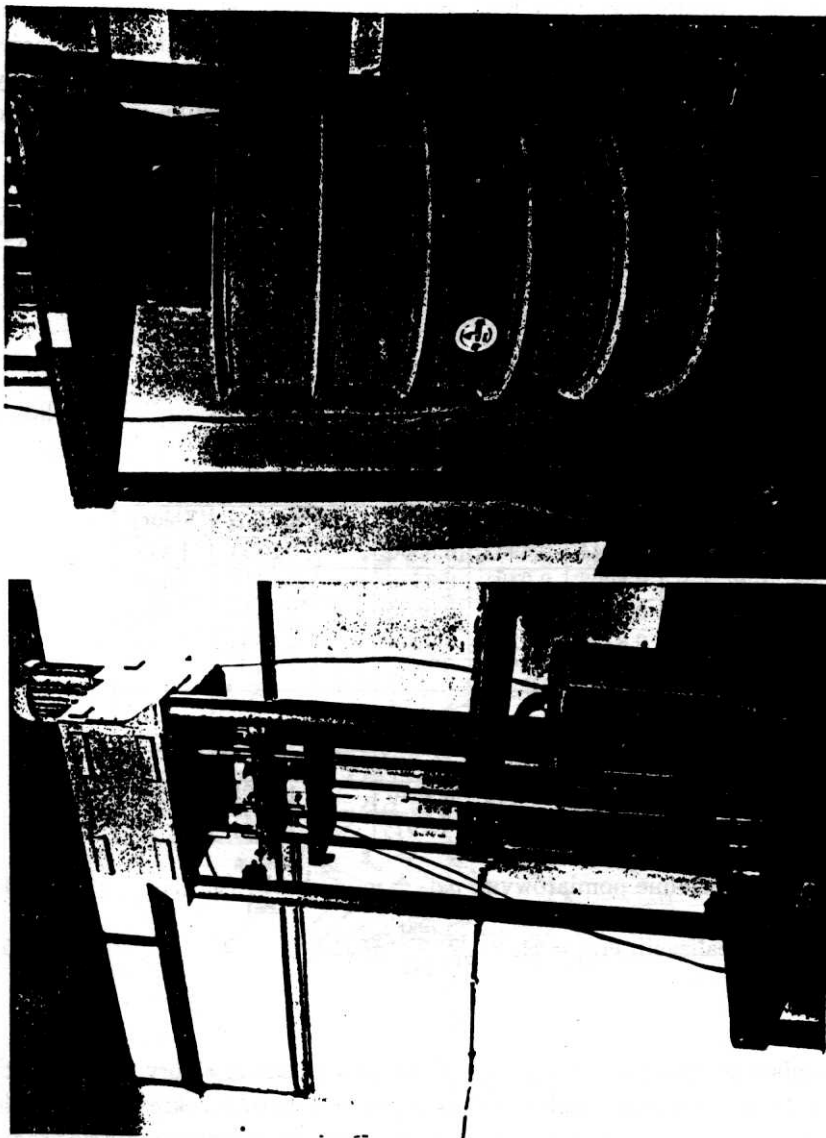
$$v_{ik} \stackrel{\text{def}}{=} y_{ik} - x_i \quad (1)$$

We wzorze (1) wielkość rzeczywista x_i ; nie obarczona błędem jest określona jako wartość średnia:

$$x_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_{ik} \quad (2)$$

Korzystając z opisu doświadczenia złożonego, w którym niezależne zmienne losowe x i y spełniają zależność:

$$y = x + v \quad (3)$$



Rys. 1. Stanowisko modelowe do statycznego badania gruntu

można metodą równań lub filtracji (Wilde, Sulikowska 1984) uzyskać estymator funkcji prawdopodobieństwa rozkładu wielkości rzeczywistej x_i .

Oceny fluktuacji rozumianej jako błąd metody pomiaru w przypadku testów replikacyjnych, można dokonać w dwojaki sposób. Jeżeli dla wyników pomiarów (tab. 1) przyjmujemy, że przestrzeń (przy dyskretyzacji $\Delta h = 0,05$ m) tworzą zbiory $\{A1\}$ $\{A2\}$... $\{A21\}$, a wynikiem doświadczenia jest uzyskanie wyniku pomierzonego y_{1k} , y_{2k} , y_{3k} dla k -tej repliki doświadczenia, to fluktuacje określone jako:

$$v_{i(k)} \stackrel{\text{def}}{=} y_{ik} - \frac{1}{45} \sum_{k=1}^{45} y_{ik} \quad (4)$$

tworzą zmienne losowe v_i określone dla każdego poziomu pomiarowego i .

Tablica 1

Zbiór wartości pomierzonych $y_{ik} = I_D$

		replikacja k					Zbiory
		$y_i, k=1$	$y_i, k=2$	$y_i, k=3$...	$y_i, k=45$	
Poziom pomiarowy i	$y_k, i=1$	0,7944	0,8932	0,8536		0,9354	$\{A1\}$
	$y_k, i=2$	0,8008	0,9401	0,8696		0,9419	$\{A2\}$
	$y_k, i=3$	0,9045	1,0271	0,8904		0,9418	$\{A3\}$
	$y_k, i=4$	0,8336	0,9325	0,9241		0,9565	$\{A4\}$
	.						
	.						
	.						
	$y_k, i=21$	1,0448	1,0693	0,9646		1,0025	$\{A21\}$
	$\{B1\}$	$\{B2\}$	$\{B3\}$		$\{B45\}$		

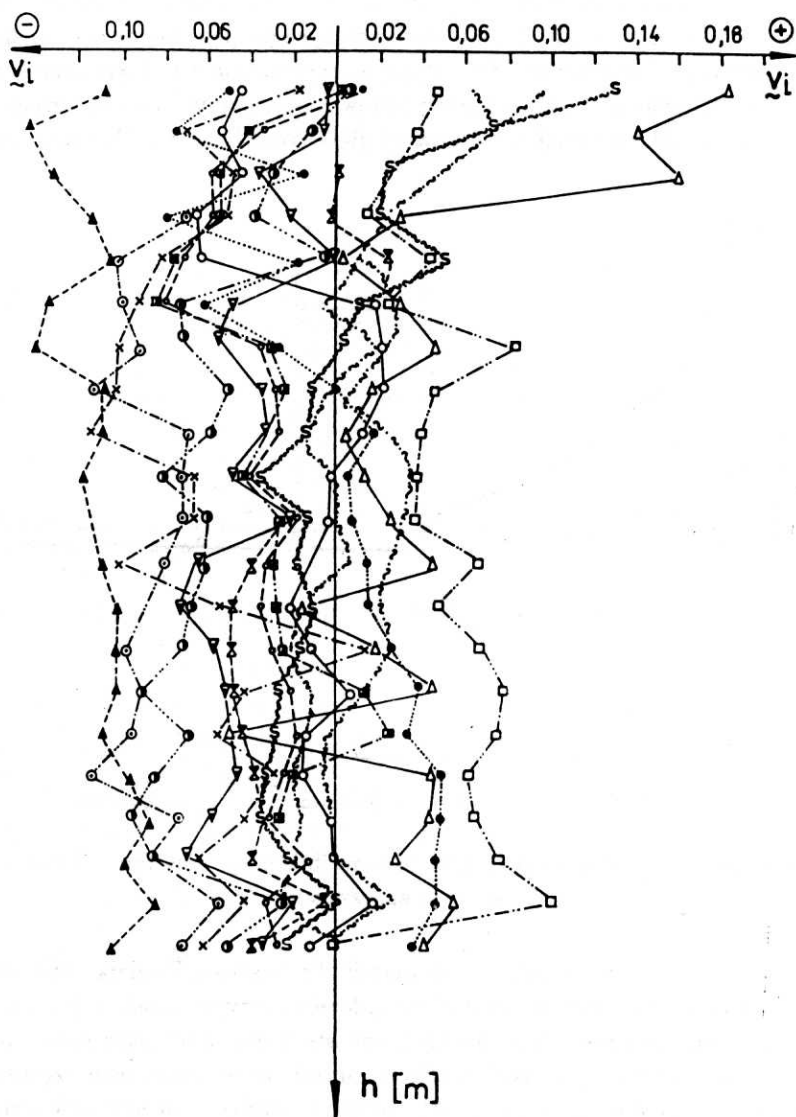
Fluktuacje na i -tym poziomie pomiarowym: $v_{i(k)} = y_{ik} - \frac{1}{45} \sum_{k=1}^{45} y_{ik} \dots$ (4)

Fluktuacje dla k -tej realizacji: $v_{k(i)} = y_{ik} - \frac{1}{21} \sum_{i=1}^{21} y_{ik} \dots$ (5)

Jeżeli natomiast przyjmie się, że przestrzeń zdarzeń stanowią zbiory $\{B1\}$ $\{B2\}$ $\{B45\}$, a zdarzeniem elementarnym jest realizacja procesu, wówczas określając wartość średnią procesu przy założeniu, że jest on stacjonarny i ergodyczny, otrzymuje się proces fluktuacji:

$$v_{k(i)} \stackrel{\text{def}}{=} y_{ik} - \frac{1}{21} \sum_{i=1}^{21} y_{ik} \quad (5)$$

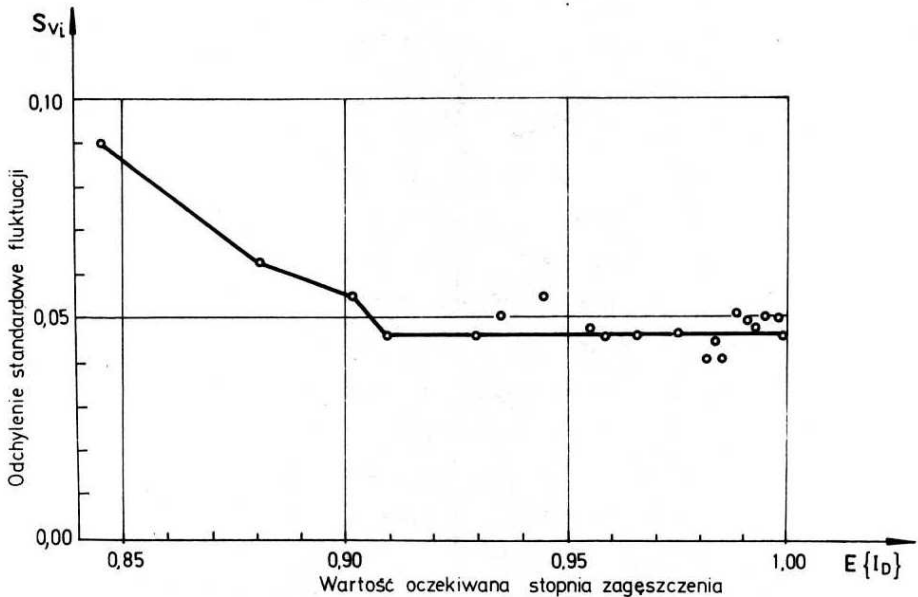
w tym przypadku statystyczne charakterystyki procesu fluktuacji są wynikiem uśredniania wyników z głębokością oraz różnicy wynikłej między replikami doświadczeń.



Rys. 2. Wybrane realizacje fluktuacji v_i ($k = 1$ do $k = 15$) w testach replikacyjnych

3. Statystyczne charakterystyki fluktuacji v_i

Zbadano statystyczne charakterystyki 45 replik fluktuacji v_i określonych zgodnie z wzorem (4). Zbyt mały zakres badań replikacyjnych nie pozwala na ocenę zależności wariancji fluktuacji od wartości średniej stopnia zagęszczenia w pełnym zakresie ich zmienności. Na podstawie przeprowadzonych testów replikacyjnych można jedynie stwierdzić ustabilizowanie się wariancji v_i od pewnej głębokości (rys. 3). Charakterystyczna jest

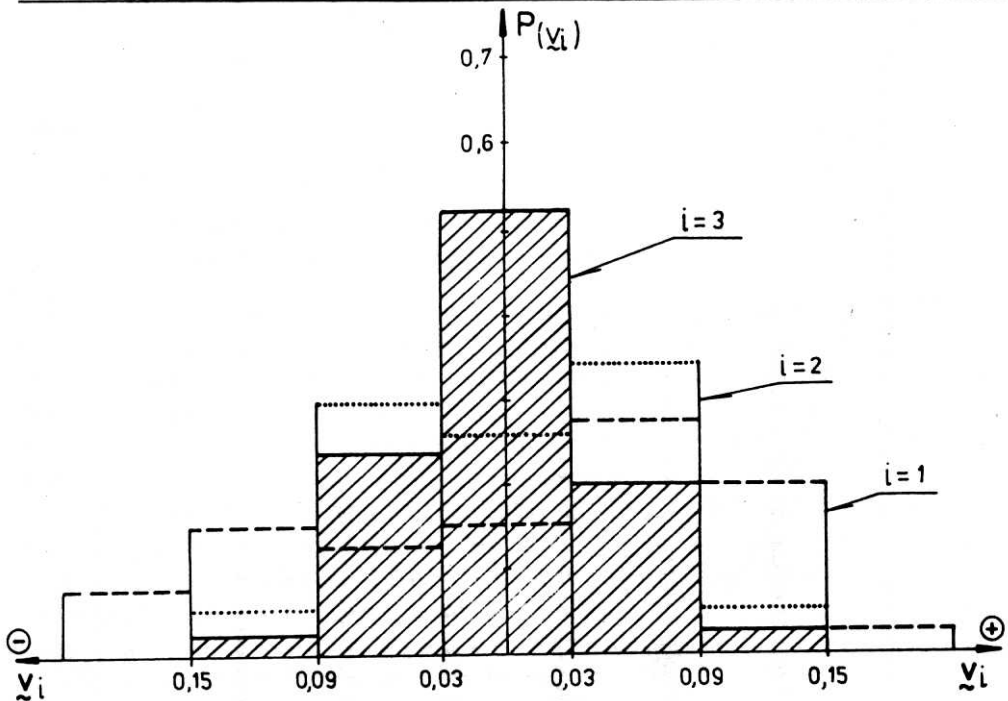


Rys. 3. Zmienność odchylenia standardowego fluktuacji v_i w funkcji wartości średniej stopnia zagęszczenia I_D

stwierdzona również w badaniach (Młynarek, Tschuschke, Pordzik 1983) zmiana typu funkcji prawdopodobieństwa z głębokością. Można przypuszczać, że jest ona wynikiem zmiany mechanizmu niszczenia podłoża pod stożkiem w procesie penetracji. Funkcje prawdopodobieństwa wybranych realizacji określone na podstawie częstotliwościowej definicji prawdopodobieństwa (rys. 4) można ze względu na symetrię aproksymować rozkładem gausowskim lub jednym z rozkładów ograniczonych z uwagi na przedziałową zmienność wskaźnika $I_D < 0, 1 >$.

Traktując fluktuację v_i jako zmienne losowe zależne od parametru h określono proces losowy. Na podstawie funkcji autokorelacji $r(l)$ (rys. 5) przyjęto w pierwszym przybliżeniu model autoregresji drugiego rzędu (Box, Jenkins 1983):

$$v(i) = \varphi_1 v(i-1) + \varphi_2 v(i-2) + a(i) \quad (6)$$



Rys. 4. Częstościowe prawdopodobieństwa wybranych realizacji ($v_{i=1}, v_{i=2}, v_{i=3}$)

Jednakże w świetle analizy błędu funkcji autokorelacji cząstkowej φ_{kk} wynika, że obydwie estymaty parametrów modelu ($\hat{\varphi}_{11} = 0,42, \hat{\varphi}_{22} = -0,01339$) znajdują się granicach błędu. Jeżeli jako pasmo błędu przyjmie się podwójną wartość odchylenia standardowego $SE [\hat{\varphi}_{kk}] \approx \frac{1}{\sqrt{n}}$ nie ma wystarczających podstaw do przyjęcia modelu autoregresji drugiego rzędu przy długości realizacji uzyskanych w badaniach replikacyjnych. Zakładając istotność pierwszego wyrazu funkcji autokorelacji, można przy dyskretyzacji $\Delta h = 0,05$ m przyjąć model autoregresji pierwszego rzędu:

$$v(i) = \varphi_1 v(i-1) + a(i) \tag{7}$$

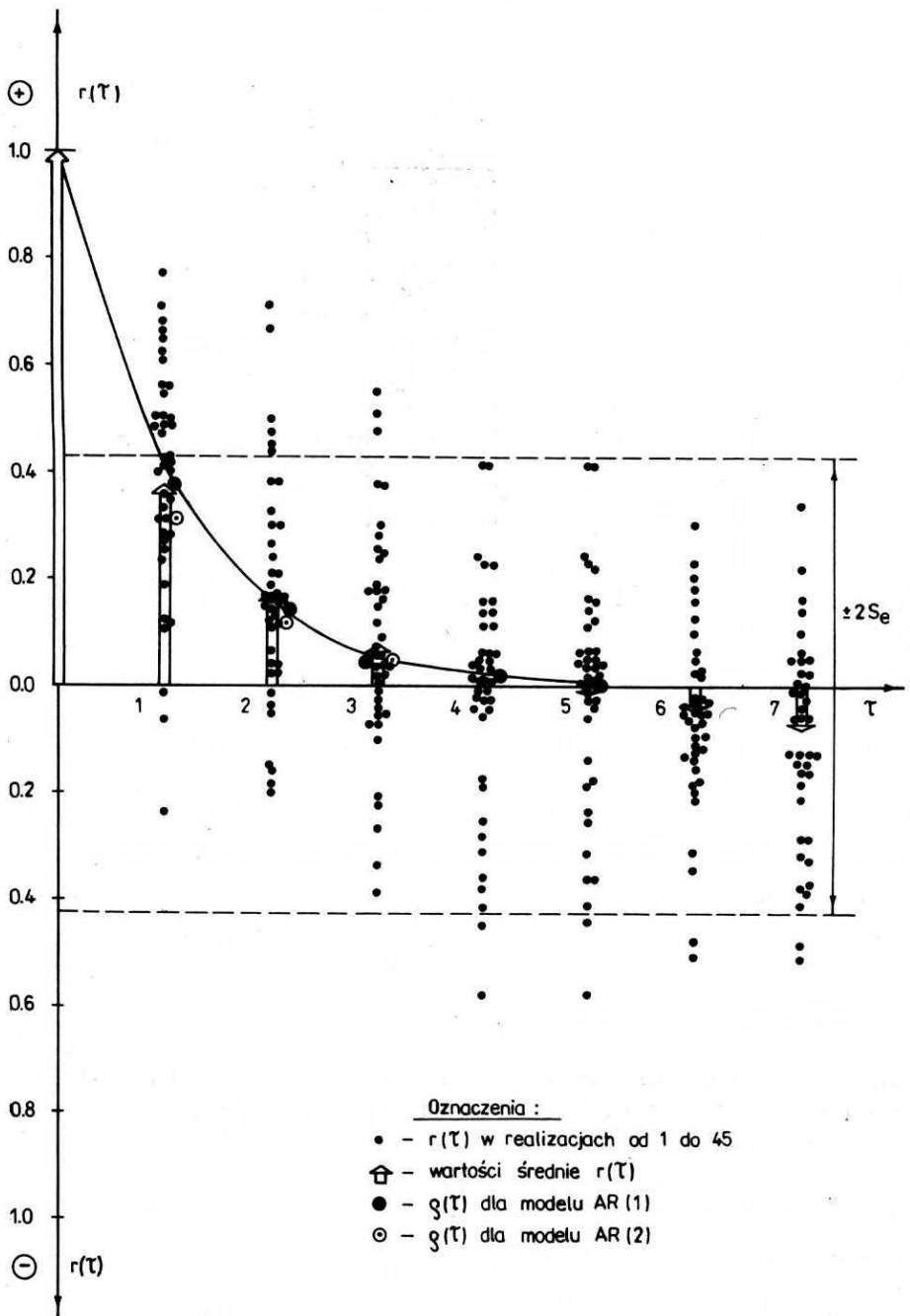
Warunek stacjonarności procesu przy estymacie parametru modelu $\hat{\varphi}_1 = 0,3859$ jest spełniony $-1 < \varphi_1 < 1$. Funkcja autokorelacji dla tego procesu spełnia równanie różnicowe rzędu 1

$$\rho(i) = \varphi_1 \rho(i-1) \quad i \geq 0, \tag{8}$$

które dla $\rho(0) = 1$ ma rozwiązanie

$$\rho(i) = (\varphi_1)^i \quad i \geq 0. \tag{9}$$

Funkcja autokorelacji określona wzorem (9) zanika wykładniczo dążąc do zera (rys. 5). Już przy kroku dyskretyzacji $\Delta h = 0,10$ m ($i = 2$) zwykle stosowanej w badaniach zagęszczenia w skali naturalnej, model zakłóceń pomiarowych tworzy proces stacjonarny o charakterze białego szumu i funkcji korelacyjnej:

Rys. 5. Funkcje autokorelacji procesu fluktuacji v_t

$$r(\tau) = \sigma^2 \rho(\tau). \quad (10)$$

Gdzie:

$\rho(\tau)$ – jest uogólnioną funkcją Diraca,

σ^2 – jest wariancją fluktuacji v_i , której estymata określona na podstawie testów replikacyjnych wynosiła $Var(v_i) = 0,002298$.

Oceniając wielkości zakłóceń w stosunku do publikowanych danych należy stwierdzić, że uzyskana wariancja jest mała. Lunne (1988) podaje względną dokładność szacunku I_D jako $\pm 10\%$ na poziomie wartości średniej w przypadku równoziarnistego drobnego piasku. W innych typach piasków, a szczególnie w piaskach przekonsolidowanych, ocena I_D może być obciążona błędem $\pm 40\%$, przy korzystaniu z ustalonych zależności bez przeprowadzenia badań kalibracyjnych.

Uzyskanie w opisywanych testach replikacyjnych relatywnie małej wariancji, którą można potraktować jako zakłócenia pomiarowe przy określaniu zagęszczenia metodą CPT nie przekreśla celowości analizy błędów. Rozdzielenie zmienności jaką przypisuje się badanej warstwie od zmienności, którą można przyjąć jako efekt błędu metody pomiaru może mieć zasadnicze znaczenie w ocenie niejednorodności podłoża w przypadku gruntów o nietypowej, laminowanej strukturze.

4. Statystyczne charakterystyki procesu fluktuacji $v(k)$

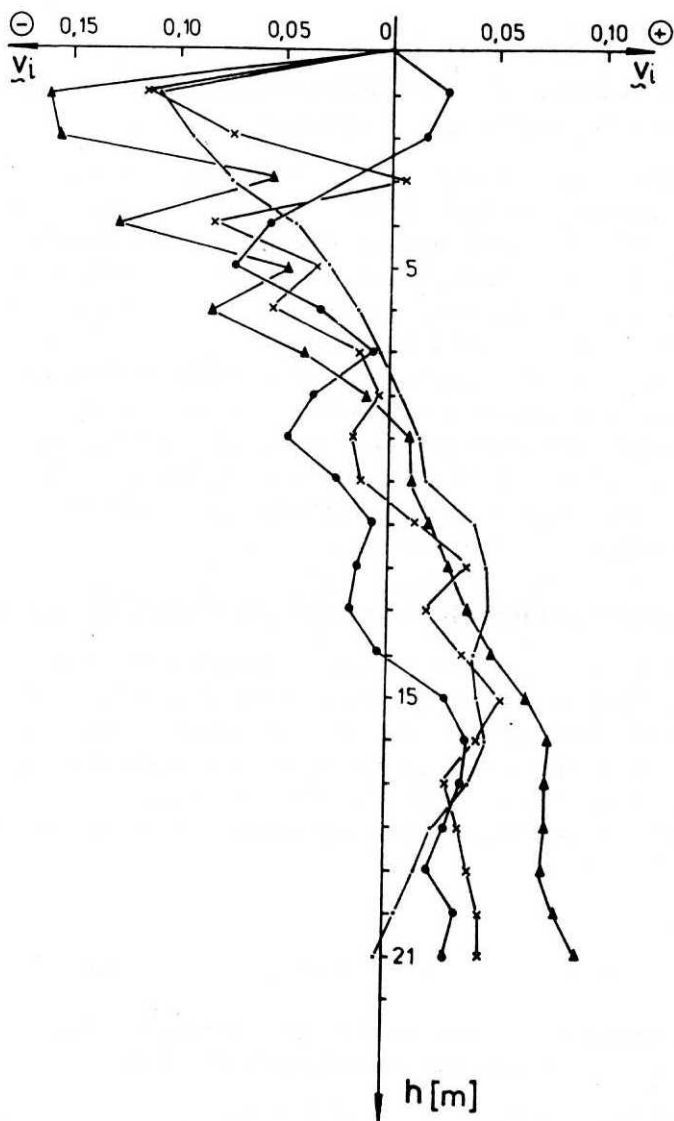
Często w analizie statystycznej stosuje się uśrednianie wyników pomiarów w warstwie uznanej za jednorodną pod względem statystycznym. Jeżeli w ten sposób potraktujemy wyniki testów replikacyjnych, to proces fluktuacji określony zgodnie z wzorem (5) jest procesem niestacjonarnym (rys. 6). W poprzednio przyjętym sposobie określania fluktuacji niestacjonarność dotyczyła wartości średniej x_i . Na podstawie funkcji autokorelacji można przyjąć liniowy model ARIMA (0,1,0) z niestacjonarnością rzędu pierwszego (rys. 7). Zatem:

$$v_k(i) = a(i) \quad (11)$$

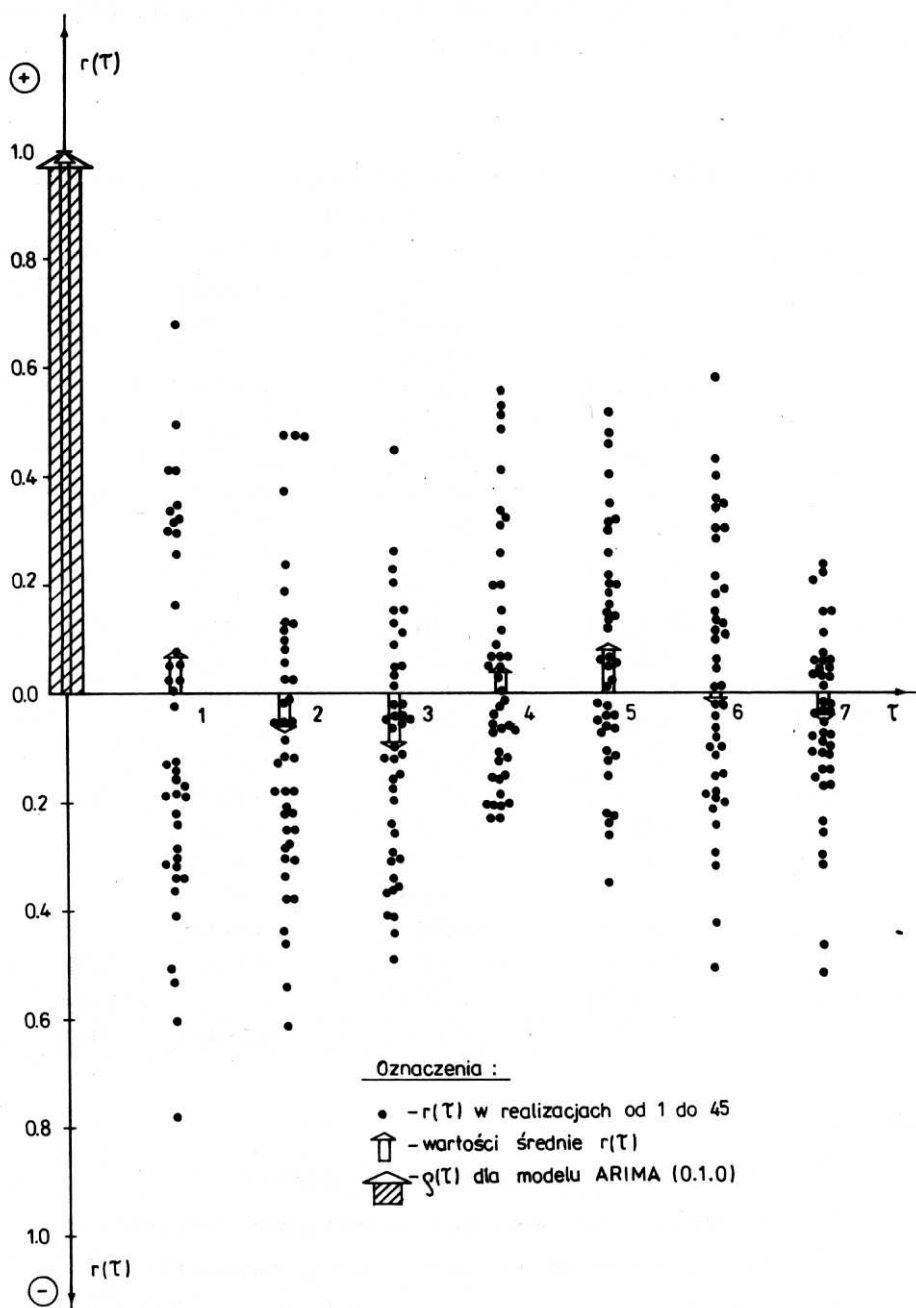
Wariancja błędu reszt wynosi $Var(a) = 0,0014538$.

4.1. Analiza przydatności wzorów interpretacyjnych z metody CPT do oceny stopnia zagęszczenia piasku

W ostatnich latach poświęcono wiele uwagi znalezieniu zależności pomiędzy oporem stożka wyznaczonym metodą CPT i stopniem zagęszczenia. Podejście do określania tego związku jest zróżnicowane. Generalnie wyznacza się go poprzez klasyczną konstrukcję związków empirycznych (korelacyjnych) i dokonuje się ich statystycznej oceny, względnie podejmuje się próby analitycznych rozwiązań warunków równowagi dla stożka. Ze względów empirycznych za najbardziej wartościowe uznaje się te metody, które uwzględniają historię obciążenia podłoża oraz trend zmian oporu stożka z głębokością. Spróbujmy przeanalizować błąd oceny stopnia zagęszczenia dla innych propozycji wzorów interpretacyjnych, a także porównać go z oceną dokonaną metodą



Rys. 6. Wybrane realizacje procesu v_k w testach replikacyjnych



Rys. 7. Funkcje autokorelacji procesu v_k

objętościową. Analizę tę przeprowadzono dla jednej wartości stopnia zagęszczenia, wyznaczonej w tekście replikacyjnym (tab. 2).

Tablica 2

Charakterystyki statystyczne procesu fluktuacji v_k według różnych wzorów interpretacyjnych

i	$v_k = I_D^{(S)} - \bar{I}_D^{(S)}$	$v_k = I_D^{(L)} - \bar{I}_D^{(L)}$	$v_k = I_D^{(J)} - \bar{I}_D^{(J)}$	$v_k = I_D^{do} - \bar{I}_D^{do}$
1	0,0269	0,0275	-0,1049	
2	0,0157	0,0162	-0,0732	-0,06
3	0,0695	0,0700	-0,0257	
4	-0,0591	-0,0585	-0,0945	
5	-0,0649	-0,0741	-0,0939	
6	-0,0327	-0,0322	-0,0480	
7	-0,0093	-0,0088	-0,0193	0,0
8	-0,0340	-0,0334	-0,0318	
9	-0,0474	-0,0469	-0,0359	
10	-0,0244	-0,0239	-0,0103	
11	-0,0051	-0,0045	0,0116	-0,02
12	-0,0150	-0,0155	0,0860	
13	-0,0175	-0,0180	0,0105	
14	-0,0015	-0,0007	0,0292	
15	0,0244	0,0229	0,0531	
16	0,0390	0,0395	0,0699	0,0
17	0,0356	0,0361	0,0716	
18	0,0290	0,0296	0,0648	
19	0,0195	0,0200	0,0648	
20	0,0235	0,0251	0,0722	
21	0,0295	0,0300	0,0819	0,05
I_D	1,0975	1,0040	0,8301	0,982
S_{v_k}	0,03549	0,03645	0,0609	0,0402

Oznaczenia:

$I_D^{(S)}$ – stopień zagęszczenia wyznaczony wg zależności (12)

$I_D^{(L)}$ – stopień zagęszczenia wyznaczony według zależności (12)

$I_D^{(J)}$ – stopień zagęszczenia wyznaczony według zależności (13)

I_D^{do} – stopień zagęszczenia wyznaczony według metody objętościowej (NNS)

Do prognozowania wartości stopnia zagęszczenia na podstawie oporu stożka wybrano zależności zaproponowane przez Schmertmanna (12), Lunne (12) i Jamiolkow-

skiego (13). Ogólną postać wzoru dla normalnie konsolidowanego drobno- i średnioziarnistego piasku przyjmuje się [2]:

$$I_D = \frac{1}{C_2} \ln \frac{q_c}{C_0(\sigma_{vo})^{C_1}} \quad (12)$$

gdzie:

q_c – opór stożka na poziomie pionowym naprężeń w podłożu σ_{vo}
 C_0, C_1, C_2 – stałe empiryczne.

Według propozycji Schmertmanna (1978) stałe we wzorze (12) wynoszą: $C_0 = 46,54$, $C_1 = 0,71$, $C_2 = 2,91$. Lunne i Christoffersen (1983) proponują wartości: $C_0 = 61$, $C_1 = 0,71$, $C_2 = 2,91$. Inną formę zależności stopnia zagęszczenia i charakterystyki sondowania proponują Lancelotta i Jamiołkowski:

$$I_D = -98 + 66 \lg \frac{q_c}{(\sigma_{vo})^{0,5}} \quad (13)$$

Z przedstawionych w tab. 2 danych wynika, że wariancja fluktuacji zagęszczenia otrzymana na podstawie zależności interpretacyjnych jest zbliżona do wariancji fluktuacji stopnia zagęszczenia pomierzonej w teście replikacyjnym. Najmniejsze wartości uzyskano dla zależności interpretacyjnych proponowanych przez Schmertmanna i Lunne. Zgodność wariancji fluktuacji z testem kalibracyjnym dowodzi poprawnego doboru funkcji aproksymacyjnych przez autorów. Fakt ten nie stanowi jednak oceny tych zależności pod względem ich przydatności do prognozowania stopnia zagęszczenia innych gruntów niespoistych, szczególnie o różnej historii obciążenia (Tschuschke 1987).

5. Podsumowanie

Przyjęto, że miarą dokładności oszacowania stopnia zagęszczenia I_D na podstawie metody statycznego sondowania CPT jest rozrzut wyników uzyskanych w testach replikacyjnych. Obszerna seria przeprowadzonych testów ($k = 45$) pozwoliła na dokonanie oceny wielkości błędu a także zaproponowanie modelu liniowego zależnego od interpretacji fluktuacji jako procesu określonego wzorem (4) lub (5).

1. Dla fluktuacji pomiarów stopnia zagęszczenia w teście kalibracyjnym, określonych wzorem (4) jako model (przy dyskretyzacji głębokości $\Delta h > 0,10$ m) można przyjąć biały szum o funkcji autokorelacji określonej wzorem (10). Estymata wariancji przeprowadzonej serii badań wynosiła 0,002298. Przy dyskretyzacji $\Delta h < 0,10$ m na podstawie funkcji autokorelacji zidentyfikowano model fluktuacji pomiarów stopnia zagęszczenia jako model autoregresji pierwszego rzędu.
2. Proces fluktuacji stopnia zagęszczenia opisany wzorem (5) okazał się procesem niestacjonarnym z niestacjonarnością rzędu pierwszego. Na podstawie funkcji autokorelacji można ten proces opisać modelem ARIMA (0,1,0) z estymatą wariancji $\sigma_a^2 = 0,001453$.

3. Powszechnie stosowane wzory empiryczne (12), (13) do prognozowania wartości stopnia zagęszczenia piasku na podstawie oporu stożka wyznaczonego metodą CPT wprowadzają do oceny I_D ten sam rozrzut wyników jako uzyskuje się w teście kalibracyjnym.
4. Ze względu na fakt, że ocenę fluktuacji stopnia zagęszczenia i identyfikacji modelu przeprowadzono dla jednego stanu zagęszczenia piasku, celowe byłoby wykonanie badań i rozszerzenie analiz na inne stany zagęszczenia. Zbadanie zależności wariancji procesu fluktuacji od wartości średniej stopnia zagęszczenia pozwoliłoby na ustalenie metody eliminacji błędu (filtracja liniowa lub nieliniowa) z ocenionych na podstawie CPT wyników pomiaru zagęszczenia.

Literatura

- Box G.E.P., Jenkins G.M., (1983), *Analiza szeregów czasowych*, PWN.
- Heien D., Lacasse S., Kleven A., (1986), *Uncertainties in offshore geotechnical engineering. Soil parameters for offshore foundation design*, NGI report.
- Lunne T., (1988), *Modern in situ methods equipment and interpretation*, Lecture in Poznań.
- Młynarek Z., Tschuschke W., Berg A., (1987), *Prezycja szacowania stanu zagęszczenia gruntu nasypowego metodą statycznego sondowania*, VIII Krajowa Konferencja Mechaniki Gruntów i Fundamentowania, Wrocław.
- Młynarek Z., Tschuschke W., Pordzik P., (1983), *Variability of cone resistance in the process of static penetration of clay*, Proceedings of 4th ICASP Florence vol. 2.
- Sulikowska I., (1987), *Influence of the measurement error on the evaluation of the probability function*, *Studia Geotechnica et Mechanica* vol. IX No 3-4.
- Tschuschke W., (1987), *Wykorzystanie metody statycznego sondowania do kontroli zagęszczenia budowli ziemnych. Sondowania statyczne w budownictwie ziemnym*, Materiały konferencyjne. Poznań-Legnica-Lubin.
- Tschuschke W., (1988), *Zastosowanie metody statycznego sondowania do oceny stanu zagęszczenia budowli ziemnych*, Praca doktorska. Poznań AR.
- Wilde P., Sulikowska I., (1984), *Estimation of probability function of soil properties on the basis measurements with experimental error*, *Archiwum Hydrotechniki* t.XII, z.3.

Summary

The paper deals with a concept of measurement errors description in evaluating of density index of fine sand and error assessment for a prediction of sand density degree using cone resistance from the static sounding method (CPT).

The basis of the analysis were model tests. The experiments were carried out in a 0.65 m³ cylinder (Fig. 1). The sand was consolidated dynamically. A van den Berg mechanical cone was used in the CPT investigations. The penetration speed was 2 cm/sec.

The material for statistical analysis was a replication test in which determination of cone resistance and of degree of consolidation (with volumetric method) were made.

The statistical analysis indicated that prediction of the degree of consolidation from cone resistance with empirical formulae (equations 12, 13) produces the same dispersion of the results as the volumetric method. Moreover, it was found that for fluctuation of the measurements of the degree of consolidation in calibration tests the white noise model can be assumed (at discretization of $\Delta h > 0.10$ m). For the discretization of $\Delta h < 0.10$ m the ARIMA (0.1.0) model of fluctuation was identified.

Streszczenie

Przyjęto jako miarę dokładności oszacowania stopnia zagęszczenia I_D rozrzut wyników uzyskanych w testach replikacyjnych. Obszerna seria badań ($k = 45$) pozwoliła na dokonanie oceny wielkości błędu, a także zaproponowanie modeli liniowych zależnych od metody interpretacji fluktuacji (wzory (4) i (5)).