

STANISŁAW CZABAN\*

## Parametry przepływu reostabilnych mieszanin dwufazowych

### 1. Wstęp

Przeprowadzona analiza metod obliczania liniowych strat energii przy hydrotransportie mieszanin dwufazowych w rurociągach wskazała (Czaban 1984) na istnienie co najmniej siedmiu typów zależności różniących się budową strukturalną. Analiza błędów obliczania liniowych strat energii wykazała, że przy dużych wartościach prędkości i małych koncentracjach fazy stałej można dobrać formuły dobrze opisujące przebieg zależności  $I = f(v)$ . Natomiast błąd ten gwałtownie rośnie wraz ze zwiększeniem koncentracji i zmniejszaniem prędkości średniej przepływu. Zdaniem autora ruch mieszanin dwufazowych w strefie wysokich koncentracji może być poprawnie opisany tylko poprzez właściwe ujęcie lepkości. Z reguły mieszaniny te charakteryzują się nienewtonowskim modelem reologicznym. Zastosowanie modeli reologicznych do opisu parametrów płynięcia mieszanin nie jest problemem nowym. Już w 1939 roku Babbitt i Caldwell zastosowali model Bingham dla mieszanin gliny z wodą i osadu kanalizacyjnego. Ostatnio coraz szersze zastosowania znajdują modele trzyparametrowe: Herschela-Bulkley'a, Vočadło i uogólniony model Cassona. Podawane są także modele o skomplikowanej budowie, zawierające nawet sześć parametrów. Wspomnieć też należy, że sam problem doboru modelu reologicznego wynika głównie z tradycji poszczególnych ośrodków naukowych.

Głównym problemem związanym z projektowaniem i eksploatacją systemów hydrotransportowych jest właściwe określenie liniowych strat energii. Dla mieszanin homogenicznych, charakteryzujących się jednorodnym rozkładem koncentracji fazy stałej w rurociągu, liniowe straty energii oblicza się zależnością Darcy-Weisbacha:

$$\Delta p = \rho \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

Przy laminarnym przepływie cieczy newtonowskich współczynnik oporów liniowych  $\lambda$  jest funkcją liczby Reynoldsa, natomiast w strefie turbulენტnej zależy on także

\*doc. dr hab. inż. Stanisław CZABAN, Instytut Budownictwa Wodnego i Ziarnego, Akademia Rolnicza, pl. Grunwaldzki 24, 50-365 Wrocław

od chropowatości rurociągu. Dla cieczy nienewtonowskich różnie definiuje się  $Re$ , a znaczna ilość doświadczalnych wzorów do wyznaczania współczynników oporów liniowych (ważnych jedynie w ograniczonym zakresie zmian parametrów przepływu) utrudnia wybór odpowiedniej zależności. W przedmiotowej literaturze (Kembłowski i in. 1975, Lazarus 1984, Matras i in. 1979) spotyka się także odmienne definiowanie zależności (1) dla różnych modeli reologicznych. Dotyczy to szczególnie strefy ruchu laminarnego.

W pracy zostanie podjęta próba przedstawienia metodyki wyznaczania parametrów reologicznych na podstawie badań w wiskozymetrach rotacyjnych i rurowych (kapilarnych) dla dowolnego modelu. Podane zostaną zależności do obliczeń współczynnika oporów liniowych w strefie laminarnej, a dla modelu Herschela-Bulkey'a zostanie wyprowadzony nowy wzór dla turbulentnej strefy przepływu. Przedstawiona będzie także propozycja uwzględniania chropowatości przy transporcie mieszanin dwufazowych. Wyprowadzone zależności zostaną porównane z badaniami eksperymentalnymi.

#### Ważniejsze oznaczenia

- $b_0, b_1, b_2$  - współczynniki równań aproksymujących,
- $c_0, \dots, c_5$  - współczynniki,
- $c_v$  - koncentracja objętościowa fazy stałej,
- $d$  - średnia średnica ziarna, [m],
- $d_{90}$  - średnica ziarna które wraz z mniejszymi stanowi 90% próby, [m],
- $D$  - średnica rurociągu, [m],
- $e$  - chropowatość całkowita, [m],
- $e_r$  - chropowatość rurociągu, [m],
- $e_z$  - dodatkowa chropowatość wynikająca z obecności w strumieniu fazy stałej, [m],
- $g$  - stała grawitacji, [ $m \cdot s^{-2}$ ],
- $G$  - prędkość deformacji, [ $s^{-1}$ ],
- $G_p$  - pseudoprędkość deformacji, [ $s^{-1}$ ],
- $He$  - liczba Hedstroma,
- $k$  - parametr reologiczny, [ $Pa \cdot s^n$ ],
- $k_1, k_2, k_3$  - stałe wiskozymetru rotacyjnego,
- $l$  - droga mieszania, [m],
- $L$  - długość rurociągu [m],
- $n$  - parametr reologiczny,
- $N$  - ilość punktów pomiarowych,
- $P_m$  - siła bezwładności, [N],
- $R$  - promień rurociągu, [m],

$Re$	- liczba Reynoldsa,
$T$	- siła tarcia wewnętrznej, [N],
$u$	- prędkość punktowa, [ $m \cdot s^{-1}$ ],
$u_*$	- prędkość dynamiczna, [ $m \cdot s^{-1}$ ],
$u_{max}$	- prędkość maksymalna, [ $m \cdot s^{-1}$ ],
$v$	- prędkość średnia, [ $m \cdot s^{-1}$ ],
$y$	- odległość od ścianki rurociągu, [m],
$Q$	- natężenie przepływu, [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ],
$\beta$	- współczynnik, $\beta = 8He/Re^2$ ,
$\eta$	- parametr reologiczny, [Pa·s],
$\lambda$	- współczynnik oporów liniowych,
$\rho$	- gęstość właściwa cieczy [ $kg \cdot m^{-3}$ ],
$\tau$	- naprężenie styczne, [Pa],
$\tau_0$	- parametr reologiczny (próg płynięcia), [Pa],
$\tau_w$	- naprężenie styczne na ścianie rurociągu, [Pa],

#### Indeksy

$kr$	- krytyczna,
$o$	- wartość obliczona,
$p$	- wartość pomierzona.

## 2. Pomiarы reologicznych własności mieszanin

### 2.1. Wiskozymetry kapilarne i rurowe

W wiskozymetrach kapilarnych i rurowych mierzy się jednocześnie średnią prędkość przepływu  $v$  (bądź natężenie przepływu) i spadek ciśnienia  $\Delta p$  (na długości rurociągu). Pomiarы te wykonuje się w możliwie jak najdłuższym przedziale prędkości w strefie ruchu laminarnego. Ze względu na fakt, że krytyczna liczba Reynoldsa dla cieczy nie-newtonowskiej jest między innymi funkcją parametrów reologicznych, które na etapie badań laboratoryjnych nie są znane, długość strefy laminarnej wyznacza się na podstawie przebiegu pomierzonej zależności spadku ciśnienia w funkcji prędkości (Czaban 1987).

### 2.2. Wiskozymetry rotacyjne

Dla cieczy dwufazowych wiskozymetry rotacyjne dobiera się w ten sposób, aby szerokość szczeliny ( $R_2 - R_1$ ) ( $R_2$  - promień cylindra zewnętrznego,  $R_1$  - promień cylindra wewnętrznego) była conajmniej 10 do 20 razy większa od średnicy cząstek stałych w mieszaninie (Kemblowski i in. 1972, 1975, Parzonka 1966).

W trakcie pomiarów wyznacza się naprężenie styczne na ścianie wiskozymetru w funkcji prędkości deformacji. Przy pomiarach mieszanin dwufazowych należy zwrócić szczególną uwagę, aby nie występowała sedymentacja i rozwarstwienie badanej próbki.

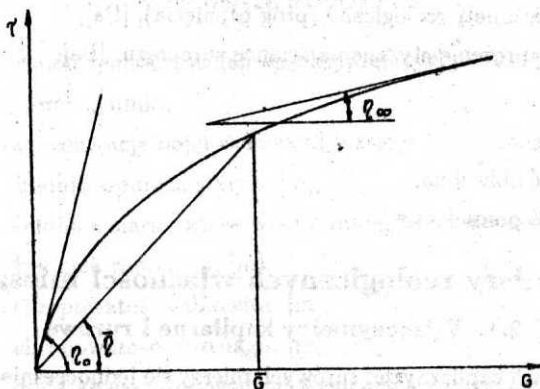
### 3. Metody opisu lepkości cieczy

Rozważania nasze ograniczymy do cieczy reostabilnych, a więc takich, których własności reologiczne nie zależą od czasu i historii ścinania.

Wyniki badań reologicznych cieczy przedstawia się w układzie współrzędnych: naprężenie styczne jako funkcja prędkości deformacji. Wykresy te nazywamy krzywymi płynięcia. Jeśli w strefie ruchu laminarnego krzywa płynięcia jest linią prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych, to ciecz taką nazywamy newtonowską, a jej lepkość jest współczynnikiem kierunkowym tej prostej. Kiedy natomiast krzywe płynięcia nie przechodzą przez początek układu (lub nie są linią prostą), to ciecze takie nazywamy nienewtonowskimi.

W piśmiennictwie przedstawia się dwie zasadnicze metodyki opisu krzywych płynięcia:

- wprowadzenie lepkości pozornych,
- zdefiniowanie równań aproksymujących.



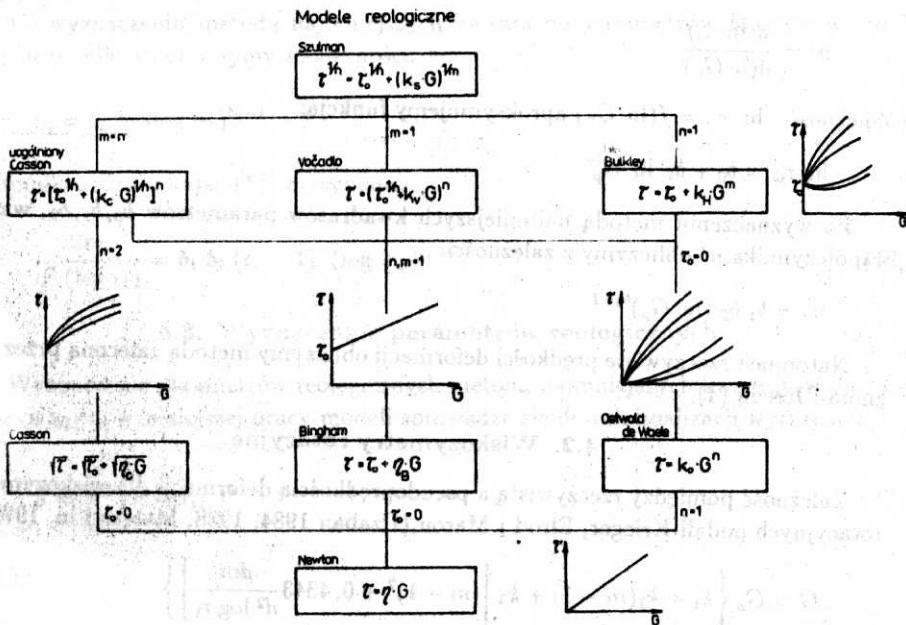
Rys. 1. Lepkości pozorne

Lepkości pozorne podzielić można następująco (rys. 1):

1. Lepkość różniczkowa  $\eta_d$  - współczynnik kierunkowy stycznej do krzywej płynięcia. Najczęściej używa się lepkości granicznych  $\eta_0$  - dla  $G \rightarrow 0$  oraz  $\eta_\infty$  - dla  $G \rightarrow \infty$ .
2. Lepkość średnia  $\bar{\eta}$  - iloraz naprężeń stycznych (dla średniej wartości  $G$ ) i średniej prędkości deformacji.
3. Lepkość turbulentna  $\eta_t$  - którą wyznacza się na podstawie pomiarów strat ciśnienia i prędkości przepływu w strefie burzliwej. Po obliczeniu współczynnika strat liniowych z wykresów  $\lambda = f(Re)$  dla cieczy newtonowskich wyznacza się liczbę Reynoldsa. Następnie z przekształconej zależności do obliczania liczby Reynoldsa wyznacza się  $\eta_t$ .

Głównym celem stosowania lepkości pozornych była propozycja wykorzystania równań opisujących straty ciśnienia przy przepływie cieczy newtonowskich w rurociągach.

Zdaniem autora lepkość cieczy nienewtonowskich można prawidłowo opisać jedynie poprzez aproksymację całego zakresu laminarnego odpowiednimi równaniami, które nazywa się modelami reologicznymi cieczy. Na rys. 2 przedstawiono podstawowe modele reologiczne. W zależności od ilości parametrów wyróżnia się model czteroparametrowy Szulmana, trzyparametrowe modele Herschela-Bulkley'a, Vočadlo i uogólniony model Cassona, dwuparametrowe: Cassona, Bingham'a i de Waele'a oraz jednoparametrowy model Newtona.



Rys. 2. Modele reologiczne

## 4. Wyznaczanie rzeczywistych prędkości deformacji

### 4.1. Wiskozymetry kapilarne i rurowe

Dla wygody obliczeniowej przy wyznaczaniu parametrów reologicznych cieczy nienewtonowskich wprowadzono tzw. pseudoprędkość deformacji  $G_p$ . Liczbowo jest ona równa prędkości deformacji dla cieczy Newtona (Parzonka 1977).

$$G_p = \frac{8v}{D} \tag{2}$$

Dla wiskozymetrów rurowych i kapilarnych metodę wyznaczania rzeczywistych prędkości deformacji podali Rabinowicz oraz Mooney. Dla przepływu laminarnego, izotermicznego, ustalonego, którego własności reologiczne nie ulegają zmianie w czasie przepływu oraz przy braku poślizgu na ścianie rurociągu otrzymali oni:

$$G = \frac{du}{dr} = 3 \frac{8Q}{\pi D^3} + \frac{D\Delta p}{4l} \frac{d[8Q/\pi D^3]}{d[Dp/4l]} \quad (3)$$

Metzner i Reed zaproponowali modyfikację powyższego równania do postaci:

$$G = \frac{du}{dr} = \frac{3n' + 1}{4n'} G_p \quad (4)$$

gdzie:

$$n' = \frac{d(\ln \tau_w)}{d(\ln G_p)} \quad (5)$$

Zależność  $\ln \tau_w = f(\ln G_p)$  aproksymujemy funkcją:

$$\ln \tau_w = b_0 + b_1 \ln G_p^{b_2} \quad (6)$$

Po wyznaczeniu metodą najmniejszych kwadratów parametrów  $b_0, b_1, b_2$ , wartość współczynnika  $n'$  obliczymy z zależności:

$$n' = b_1 b_2 (\ln G_p)^{b_2-1} \quad (7)$$

Natomiast rzeczywiste prędkości deformacji obliczymy metodą zaleconą przez Metznera i Reeda (4).

#### 4.2. Wiskozymetry rotacyjne

Zależność pomiędzy rzeczywistą a pseudoprędkością deformacji dla wiskozymetrów rotacyjnych podali Krieger, Elrod i Maron (Czaban 1984, 1988, Matras i in. 1979):

$$G = G_p \left\{ k_1 + k_2(m-1) + k_3 \left[ (m-1)^2 + 0,4343 \frac{dm}{d^2 \log \tau_1} \right] \right\} \quad (8)$$

gdzie:

$m$  - nachylenie stycznej w danym punkcie krzywej  $\log G_p = f(\log \tau_1)$

$$m = \frac{d(\log G_p)}{d(\log \tau_1)} \quad (9)$$

$k_1, k_2, k_3$  - stałe wiskozymetru określone następująco:

$$k_1 = \frac{1 - \alpha^{-1}}{2} \left( 1 - \frac{1}{\ln \alpha^{1/2}} + \frac{\ln \alpha}{3} \right)^{1/2} \quad (10)$$

$$k_2 = \frac{1 - \alpha^{-1}}{2} \left( 1 + \frac{2}{3} \ln \alpha^{1/2} \right) \quad (11)$$

$$k_3 = \frac{1 - \alpha^{-1}}{6} \ln \alpha^{1/2} \quad (12)$$

$$\alpha = (R_1/R_2)^2 \quad (13)$$

Wzór (8) jest ważny, gdy w szczelinie wiskozymetru zachodzi pełne ścinanie oraz brak jest poślizgu na ściankach, a także  $\alpha \rightarrow 1$ . Podobnie jak przy opracowaniu wyników pomiarów w wiskozymetrach rurowych i kapilarnych proponuje się wyniki pomiarów przedstawione w układzie współrzędnych  $(\log G_p)$  i  $(\log \tau_w)$  aproksymować zależnością:

$$\log G_p = b_0 + b_1 \log \tau_1^{b_2} \quad (14)$$

Po wyznaczeniu metodą najmniejszych kwadratów parametrów  $b_0, b_1, b_2$  wartość współczynnika  $m$  obliczymy z zależności:

$$m = b_1 b_2 (\log \tau_1)^{b_2-1} \quad (15)$$

Natomiast różniczkując (15) otrzymamy:

$$\frac{dm}{d^2 (\log \tau_1)} = b_1 b_2 (b_2 - 1) (\log \tau_w)^{b_2-2} \quad (16)$$

### 4.3. Wyznaczanie parametrów reologicznych

Wyznaczenie parametrów reologicznych metodą najmniejszych kwadratów do rozpatrywanych w niniejszej pracy modeli sprowadza się do minimalizacji wyrażenia:

$$S = \sum_{i=1}^N (\tau_i - \tau_{ob_i})^2 \quad (17)$$

gdzie!

- $\tau_i$  - pomierzone naprężenia styczne,
- $\tau_{ob}$  - obliczone poszczególnymi modelami naprężenia styczne,
- $N$  - ilość punktów pomiarowych.

W pracach Czabana (1987 oraz w druku) przedstawiono metody wyznaczania parametrów reologicznych dla rozpatrywanych modeli.

## 5. Laminarny przepływ cieczy reostabilnych w rurociągach

### 5.1. Rozkład prędkości

W tabelicy 1 przedstawiono wyprowadzone przez autora (Czaban 1987) zależności opisujące rozkład prędkości w rurociągu przy przepływie cieczy opisanej modelami Newtona, Binghama, Ostwalda de Waele'a, Cassona, Herschela-Bulkley'a i Vočadlo. Dla uogólnionego modelu Cassona i Szulmana nie można scałkować odpowiednich zależności przy pomocy funkcji elementarnych.

Model	Prędkość		
	punkciowa	średnia	średnia
NEWTONA	$u \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w (1 - \frac{z^2}{h^2})$	—	$v \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w$
OSTWALDA DE WAGLEA	$u \cdot R \left(\frac{\tau_w}{\tau_0}\right)^n \frac{1}{n+1} (1 - \frac{z^2}{h^2})^{\frac{n+1}{n}}$	—	$v \cdot \frac{R^2}{2\eta} \left(\frac{\tau_w}{\tau_0}\right)^n$
BIRCHMANA	$u \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w \left[ (1 - \frac{z^2}{h^2})^2 - 2 \frac{z}{h} (1 - \frac{z}{h}) \right]$	$u_{max} \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w (1 - \frac{z}{h})^2$	$v \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{z}{h} - \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 \right)$
CASSONA	$u \cdot \frac{R^2}{2\eta} \left[ (1 - \frac{z^2}{h^2})^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^3 \right] \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2$	$u_{max} \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w \left[ (1 - \frac{z}{h})^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 \right]$	$v \cdot \frac{R^2}{2\eta} \left[ (1 - \frac{2}{3} \frac{z}{h} - \frac{1}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2) \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 \right]$
HERSHEL - BULKLETA	$u \cdot R \left(\frac{\tau_w}{\tau_0}\right)^n \cdot \frac{1}{n+1} \left[ (1 - \frac{z^2}{h^2})^{\frac{n+1}{n}} - (1 - \frac{z}{h})^{\frac{n+1}{n}} \right]$	$u_{max} \cdot R \left(\frac{\tau_w}{\tau_0}\right)^n \frac{1}{n+1} (1 - \frac{z}{h})^{\frac{n+1}{n}}$	$v \cdot R \left(\frac{\tau_w}{\tau_0}\right)^n \frac{1}{n+1} \left[ (1 - \frac{z}{h})^{\frac{n+1}{n}} - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$
VOGADLO	$u \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w \left[ \frac{1}{n+1} (1 - \frac{z^2}{h^2})^{\frac{n+1}{n}} - \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 \right]$	$u_{max} \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w \left[ \frac{1}{n+1} (1 - \frac{z}{h})^{\frac{n+1}{n}} - \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 \right]$	$v \cdot \frac{R}{2\eta} \tau_w \left[ \frac{1}{n+1} (1 - \frac{z}{h})^{\frac{n+1}{n}} - \frac{2}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 \right]$

Tabela 1. Charakterystyczne parametry przepływu laminarnego w rurociągach płynów opisanych analizowanymi modelami reologicznymi



### 5.2. Bezwymiarowe liczby charakteryzujące przepływ w rurociągach

Analizując zależności opisujące przepływ w rurociągach, stwierdzić można różne definiowanie przez poszczególnych autorów liczby Reynoldsa (por. tablica 2).

Tablica 2.

Zestawienie wzorów definiujących liczbę Reynoldsa dla cieczy Ostwalda de Waele'a

Autor	Wzór
Bird, Clapp	$Re = \frac{D^n v^{2-n} \rho}{k}$
Ulbrecht	$Re = \frac{D^n v^{2-n} \rho}{n k}$
Metzner, Reed	$Re = \frac{D^n v^{2-n} \rho}{k \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n 8^{n-1}}$
Shaver, Mevrill	$Re = \frac{D^n v^{2-n} \rho}{k} 8 \left[2 \left(3 + \frac{1}{n}\right)\right]^{-n}$
Tomita	$Re = \frac{D^n v^{2-n} \rho}{k} \frac{6[(3n+1)/n]^{n+1}}{2^n [(2n+1)/n]}$

Zdaniem autora prawidłowy opis  $Re$  jest bardzo ważny, ponieważ liczba Reynoldsa stanowi kryterium ruchu, a także umożliwia modelowanie przepływów. Przy przepływie cieczy newtonowskiej w rurociągach definiuje się liczbę Reynoldsa jako iloraz sił bezwładności i tarcia wewnętrzznego. Dla laminarnego przepływu siły te są odpowiednio równe (Czaban 1987, Troskoleński 1967):

$$Pm = \rho l \pi D v^2 \quad (18)$$

$$T = \frac{8vD}{D} 1\pi D \quad (19)$$

zatem

$$\frac{Pm}{T} = \frac{\rho D v}{8\eta} \rightarrow \frac{\rho D v}{\eta} = Re \quad (20)$$

Dla cieczy opisanej modelem Ostwalda de Waele'a przy przepływie laminarnym, naprężenie styczne na ścianie rurociągu wynosi:

$$\tau_w = k \left[ \frac{v(6 + 2/n)}{D} \right]^n \quad (21)$$

Natomiast liczba Reynoldsa jest równa:

$$\frac{Pm}{T} = \frac{\rho v^{2-n} D^n}{k(6 + 2/n)^n} \rightarrow \frac{8v^{2-n} D^n}{k(6 + 2/n)^n} = Re_0 \quad (22)$$

W laminarnym przepływie cieczy Binghama obowiązuje równanie Reinerz-Buckingham:

$$v = \frac{D}{8\eta_b} \left[ 1 - \frac{4\tau_0}{3\tau_w} + \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \right] \quad (23)$$

Ponieważ z równania tego trudno jest analitycznie wyznaczyć  $\tau_w$ , definiuje się dwie charakterystyczne liczby:

- liczba Reynoldsa

$$Re_B = \frac{\rho v D}{\eta} \quad (24)$$

- liczba Hedstroma

$$He_B = \frac{\rho \tau_0 D^2}{\eta^2} = \frac{\tau_0 Re_B^2}{\rho v^2} \quad (25)$$

Stosując w opracowywaniu wyników pomiarów klasyczne zależności: współczynnika oporów liniowych w funkcji liczby Reynoldsa (24), otrzymuje się pęk krzywych zależnych także od liczby Hedstroma (25). Aby „sprowadzić wyniki pomiarów na jedną prostą” stosuje się zmodyfikowaną liczbę Reynoldsa (Czaban 1988, Jakowliw i in. 1961, Kemblowski 1973) dla cieczy opisanej modelem Binghama:

$$Re'_B = \frac{\rho v D}{\eta + \frac{\tau_0 D}{6v}} \quad (26)$$

Przeprowadzone przez autora analizy wyników pomiarów przy przepływie mieszanin homogenicznych wykazały (Czaban 1987), że  $Re'_B$  można stosować w ruchu turbulentnym i tylko dla ok. 1/2 - 1/3 górnej strefy liczb Reynoldsa w ruchu laminarnym. Można wykazać (Czaban 1987), że zmodyfikowana liczba Reynoldsa (26) jest ważna gdy:

$$v \geq \frac{\tau_0}{\eta} \frac{D}{8} \quad (27)$$

lub

$$Re_B \geq \frac{1}{8} He_B \quad (28)$$

Autor zaleca stosowanie dwóch liczb charakterystycznych (24) (25), które pozwalają na uogólnienie wyników badań w całym zakresie ruchu laminarnego i burzliwego.

Dla cieczy opisanych modelami Herschela-Bulkley'a i Vočadlo, również nie można rozwiązać ruchu w strefie laminarnej. Dlatego definiuje się dwie liczby charakterystyczne:

$$Re_H = \frac{8\rho D^n v^{2-n}}{k_H(6+2/n)^n} \quad (29)$$

$$He_H = \frac{\tau_0}{\rho v^2} Re_H^2 \quad (30)$$

### 5.3. Współczynnik oporów liniowych w strefie laminarnej

Naprężenie styczne na ścianie rurociągu może być wyrażone następująco:

$$\tau_w = \frac{\lambda \rho v^2}{8} \quad (31)$$

Wprowadzając do równań zawartych w tabelcy 1 opisujących prędkość średnią w rurociągu (31), a także zdefiniowane parametry bezwymiarowe, po przekształceniach otrzymamy wzory do obliczeń współczynnika oporów liniowych  $\lambda$  (Czaban 1987). Wzory te zestawiono w tabelcy 1.

## 6. Krytyczna liczba Reynoldsa

Kryterium rozdziału przepływu laminarnego od burzliwego stanowi krytyczna liczba Reynoldsa. Dla cieczy newtonowskiej przyjmuje się ją w wysokości 2100–2320. Jest to tzw. dolna wartość, poniżej której w rurociągu zawsze jest przepływ laminarny.

Trudności techniczne znacznie utrudniają eksperymentalne wyznaczenie krytycznej liczby Reynoldsa przy przepływie w rurociągach mieszanin dwufazowych. Dlatego też zdecydowano się ekstrapolować wyniki pomiarów uzyskane przez Reynoldsa dla cieczy newtonowskich.

W pracy Czabana (1987) stosując metodykę Ryana i Johnsona wyprowadzono zależność do obliczania krytycznej liczby Reynoldsa dla cieczy opisanej modelem Herschela-Bulkley'a, Ostwalda de Waele'a i Bingham'a. Zestawiono je w tablicy 1.

## 7. Przepływ turbulentny

### 7.1. Przegląd literatury

Znaczną ilość wzorów do obliczeń współczynnika oporów liniowych, głównie przy przepływie cieczy opisanej modelem Ostwalda de Waele'a, zestawili Kembłowski i Kolodziejski (1972). Wzory te otrzymano głównie metodą matematycznego opracowania wyników pomiarów. W tablicy 3 przedstawiono najczęściej stosowane zależności do estymacji współczynnika oporów liniowych. W pracy Czabana (1987) przeprowadzono porównanie pomiędzy wartościami  $\lambda$  otrzymanymi na podstawie pomiarów oraz obliczonymi wybranymi wzorami. Jak wykazała przeprowadzona analiza, średni błąd względny wyznaczania współczynnika oporów liniowych w strefie turbulentnej dla niektórych wzorów wynosi 185%.

Zdaniem autora tak duży błąd wynika głównie z nieuwzględnienia w rozpatrywanych wzorach chropowatości ścianek rurociągu. Chropowatość tą można wprowadzić do wzorów których struktura jest analogiczna do równania Karmana (Czaban 1988a).

Można stwierdzić, że wzór Colebrooka-White'a:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{e}{3,71D} \right) \quad (32)$$

opisujący opory przepływu w całej strefie turbulentnej przy przepływie cieczy, której własności reologiczne opisane są równaniem Newtona, jest kombinacją zależności ważnych w strefie rur hydraulicznie gładkich

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \log(Re\sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad (33)$$

i chropowatych:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \log \left( \frac{D}{2e} \right) + 1,74 \quad (34)$$

Zapiszmy zależność podaną przez Metznera-Dodge ważną dla cieczy Ostwalda de Waele'a następująco:

Model	Liczby charakterystyczne	$\lambda$	$Re_{kr}$
NEWTONA	$Re = \frac{\rho \cdot D \cdot v}{\eta}$	$\lambda = \frac{64}{Re}$	$Re_{kr} = 2300$
OSTWALDA DE WALELA	$Re = \frac{\rho \cdot D \cdot v}{\eta} \cdot \frac{2-n}{16 \cdot 2^{2n}}$	$\lambda = \frac{64}{Re}$	$Re_{kr} = \frac{7000 n (2-n)^{2n}}{(3n+1)^2}$
BINGHAMANA	$Re = \frac{\rho \cdot D \cdot v}{\eta}$ $He = \frac{\tau_0 \cdot D^2 \cdot \rho}{\eta^2}$	$\lambda = \frac{64}{Re} \cdot \frac{1}{3} \cdot A - \frac{1}{3} \cdot \frac{A^3}{A^2}$ $A = \frac{8He}{Re^2}$	$Re_{kr} = \frac{303,63}{\lambda \left(1 - \frac{A}{Re}\right)^3}$
CASSONA	$Re = \frac{\rho \cdot D \cdot v}{\eta}$ $He = \frac{\tau_0 \cdot D^2 \cdot \rho}{\eta^2}$	$\lambda = \frac{64}{Re} \cdot \frac{2}{3} \cdot A \cdot \sqrt{1+A} \cdot \frac{1}{1+A^2}$ $A = \frac{8He}{Re^2}$	
HERSELEA - BULKLEJA	$Re = \frac{\rho \cdot D \cdot v}{\eta} \cdot \frac{2-n}{16 \cdot 2^{2n}}$ $He = \frac{\tau_0 \cdot D^2 \cdot \rho}{\eta^2}$	$\lambda = \frac{64}{Re} \cdot \frac{1}{(1-\lambda)^{2n}} \cdot \left(1 - \frac{2}{3n} \cdot A \cdot \frac{1}{\sqrt{1+A}} \cdot \frac{1}{(1-\lambda)^{2n}} \cdot \frac{1}{(A/\lambda)^{2n}}\right)^{1/n}$ $A = \frac{8He}{Re^2}$	$Re_{kr} = \frac{200000}{\lambda^{2n}} \cdot \frac{1/n}{\left(1 - \frac{2}{3n} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+A}} \cdot \frac{1}{(1-\lambda)^{2n}}\right)^{1/n}}$
VOČAČALO	$Re = \frac{\rho \cdot D \cdot v}{\eta} \cdot \frac{2-n}{16 \cdot 2^{2n}}$ $He = \frac{\tau_0 \cdot D^2 \cdot \rho}{\eta^2}$	$\lambda = \frac{64}{Re} \cdot \frac{1}{\left\{1 - \frac{2}{3n} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+A}} \cdot \frac{1}{(1-\lambda)^{2n}}\right\}^{1/n}}$	

Tabela 3. Charakterystyczne parametry przepływu laminarnego w rurociągach płynów opisywanych analizowanymi modelami reologicznymi

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \log \left[ \frac{a_1}{Re_0(0,25\lambda)^{1-n/2}} \right]^{a_2} \quad (35)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 10^{0,1n - 0,45} \\ a_2 &= n^{-0,75} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Dla  $n = 1$  równanie (35) upraszcza się do (33). Przy przepływie cieczy newtonowskich w strefie kwadratowej współczynniki oporów liniowych są funkcją jedynie chropowatości ścianek rurociągu (34). Identyczną zależność przyjmijmy dla cieczy opisanej modelem Ostwalda. W efekcie otrzymujemy uogólniony wzór Metznera-Dodge:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,0 \log \left\{ \left[ \frac{a_1}{Re_0(0,25\lambda)^{1-n/2}} \right]^{a_2} + \frac{c}{3,71D} \right\} \quad (37)$$

Stosując podobne przekształcenia, otrzymano uogólniony wzór Clappa (Czaban 1988).

## 7.2. Proponowane zależności

Rozpatrzmy ciecz, której własności reologiczne opisuje model Herschela-Bulkley'a.

Przy przepływie turbulentnym w rurach hydraulicznie gładkich, w podwarstwie laminarnej rozkład prędkości opisuje równanie:

$$u + R \left( \frac{\tau_w}{k} \right)^{1/n} \frac{n}{1+n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y \tau_w}{R(\tau_w - \tau_0)} \right)^{1/n+1} \right] \quad (38)$$

Wprowadźmy do (38) prędkość dynamiczną określoną następująco:

$$u_* = \sqrt{\tau_w/\rho} \quad (39)$$

Zatem

$$\frac{u}{u_*} = Ru_*^{2/n-1} \left( \frac{\rho}{k} \right)^{1/n} \frac{n}{1+n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y \tau_w}{R(\tau_w - \tau_0)} \right)^{1/n+1} \right] \quad (40)$$

Dla  $n = 1$  i  $\tau_0 = 0$  równanie (40) upraszcza się do:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* \rho y}{k} \quad (41)$$

Tak więc (41) jest identyczne z równaniem Prandtla-Karmana dla podwarstwy laminarnej przy przepływie cieczy opisanej modelem Newtona.

Dla rdzenia turbulentnego mamy znane równanie:

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \frac{u_*}{l} \quad (42)$$

Droga mieszania  $l$  wg hipotezy Karmana jest równa:

$$l = \chi y \quad (43)$$

Zatem

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*}{\chi y} \quad (44)$$

Po scałkowaniu powyższego równania oraz przyjęciu warunku granicznego (prędkość podwarstwy laminarnej i rdzenia turbulentnego muszą być równe) otrzymujemy:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y + u_*^{2/n-1} \left(\frac{\rho}{k}\right)^{1/n} \frac{nR}{1+n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \left[1 - \left(1 - \frac{y_0\tau_w}{R(\tau_w - \tau_0)}\right)^{1/n+1}\right] - \frac{1}{\kappa} \ln y_0 \quad (45)$$

Do równania (45) możemy dodać i odjąć następujące wyrażenie:

$$\frac{1}{\kappa} \ln \left[ u_*^{2/n-1} \left(\frac{\rho}{k}\right)^{1/n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \frac{2^{4/n+0,5}}{6 + 2/n} \right] \quad (46)$$

Zatem

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[ y u_*^{2/n-1} \left(\frac{\rho}{k}\right)^{1/n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \frac{2^{4/n+0,5}}{6 + 2/n} \right] + C_3 \quad (47)$$

gdzie

$$C_3 = u_*^{2/n-1} \left(\frac{\rho}{k}\right)^{1/n} \frac{nR}{1+n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \left[1 - \left(1 - \frac{y_0\tau_w}{R(\tau_w - \tau_0)}\right)^{1/n+1}\right] - \frac{1}{\kappa} \ln \left[ y_0 u_*^{2/n-1} \left(\frac{\rho}{k}\right)^{1/n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \frac{2^{4/n+0,5}}{6 + 2/n} \right] \quad (48)$$

Równanie (47) opisuje rozkład prędkości w rdzeniu turbulentnym. Parametry  $\kappa$  i  $y_0$  mogą być wyznaczone na podstawie badań eksperymentalnych.

Prędkość maksymalną obliczymy z (48):

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[ R u_*^{2/n-1} \left(\frac{\rho}{k}\right)^{1/n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \frac{2^{4/n+0,5}}{6 + 2/n} \right] + C_3 \quad (49)$$

Natomiast

$$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{R} \quad (50)$$

Prędkość średnia jest równa:

$$v = u_{\max} + \frac{2u_*}{\kappa R^2} \int_0^R \ln \frac{y}{R} r dr \quad (51)$$

Po scałkowaniu powyższego otrzymujemy:

$$\frac{v}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[ R u_*^{2/n-1} \left( \frac{\rho}{k} \right)^{1/n} (1 - \tau_0/\tau_w)^{1/n+1} \frac{2^{4/n+0.5}}{6 + 2/n} \right] + C_3 + \frac{3}{2} \kappa \quad (52)$$

Uwzględniając liczbę Reynoldsa (29), oraz:

$$\frac{u_*}{v} = \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \quad (53)$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = C_4 \log [Re (\lambda/4)^{1-n/2} (1 - \beta/\lambda)^{1+n}] + C_5 \quad (54)$$

Parametry  $C_4$  i  $C_5$  wyznaczamy następująco. Dla  $\tau_0 = 0$  otrzymujemy:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = C_4 \log [Re (\lambda/4)^{1-n/2}] \quad (55)$$

Zatem (54) redukuje się do równania Metznera i Dodge ważnego dla cieczy pseudoplastycznej, dla której:

$$C_4 = \frac{2}{n^{0.75}}; \quad C_5 = -\frac{0.2}{n^{1.2}} \quad (56)$$

Uwzględniając (56) otrzymujemy:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{2}{0.75} \log [Re(0,25 \lambda)^{1-n/2} (1 - \beta)^{-1-n}] - \frac{0.2}{1.2} \quad (57)$$

Równanie (57) jest uogólnieniem wzorów Prandtla-Karmana dla cieczy newtonowskich, oraz Metznera-Dodge dla cieczy pseudoplastycznych.

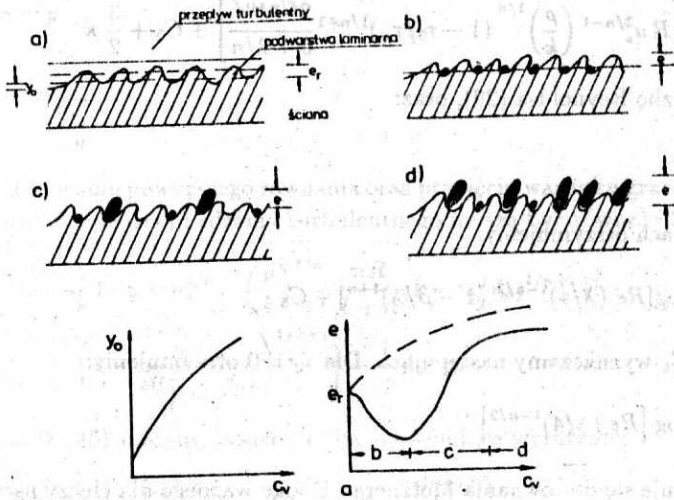
Aby uogólnić (57) dla całej strefy turbulენტnej, musimy uwzględnić chropowatość ścianek rurociągu. Wykonując podobne przekształcenia jak pokazano to dla wzoru Metznera i Dodge'a otrzymamy:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \log \left\{ \left[ \frac{a_1(1 - \beta/\lambda)^{1+n}}{Re(0,25 \lambda)^{1-n/2}} \right]^{a_2} + \frac{e}{3,71D} \right\} \quad (58)$$

## 8. Chropowatość rurociągów przy przepływie mieszanin dwufazowych

W ruchu turbulენტnym rozróżnia się chropowatość techniczną, wynikającą z wykonania rury, abrazyjnego zużycia rurociągu przy hydrotransporte mieszanin, itd. oraz chropowatość hydrauliczną będącą efektem przepływu cieczy. Nawet dla rurociągów o takich samych chropowatościach technicznych, zmiana rodzaju cieczy, jej temperatury a także prędkości przepływu wpływają na hydrauliczną chropowatość (ze względu na zmianę grubości podwarstwy laminarnej). Dlatego też w badaniach strat energii w rurociągach, chropowatość tę ustala się w strefie pełnej chropowatości.

Przy przepływie w rurociągach mieszanin dwufazowych ocena kształtowania się chropowatości hydraulicznej staje się znacznie trudniejsza. Ze wzrostem koncentracji



$$e = f(c_v, e_r, D, d_{10}, \dots, d_{100}, \text{ksz}, E, \text{me}, \dots)$$

Rys. 3. Modyfikacja chropowatości rurociągu przy hydrotransportie mieszanin dwufazowych

fazy stałej zwiększa się lepkość mieszaniny. Tym samym wzrasta grubość podwarstwy laminarnej co powoduje zmniejszanie chropowatości rurociągu (rys. 3a). Przy przepływie mieszanin zawierających cząstki stałe o średnicach mniejszych od chropowatości technicznej rurociągu, wzrost koncentracji powoduje zmniejszenie się chropowatości hydraulicznej (rys. 3b).

Dla mieszanin polifrakcyjnych wzrost koncentracji fazy stałej spowoduje najpierw zmniejszenie się chropowatości a następnie jej wzrost do pewnej wartości granicznej (rys. 3c, 3d). Wynika to z różnego usytuowania cząstek stałych względem ścianek rurociągu.

Na chropowatość hydrauliczną rurociągu wpływ mają: skład granulometryczny, koncentracja fazy stałej, chropowatość techniczna rurociągu, kształt i rodzaj cząstek, ich moduł sprężystości, własności magnetoelektryczne fazy stałej i inne.

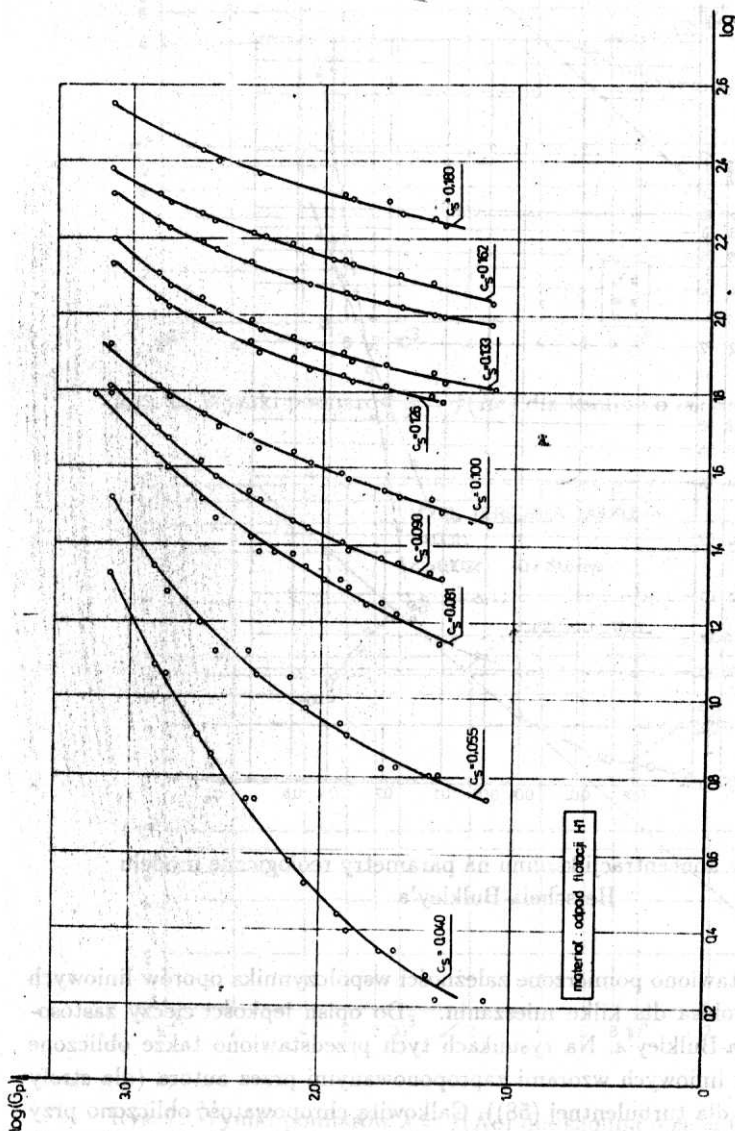
W pracy Czabana (1988) podano empiryczne zależności do obliczeń hydraulicznej chropowatości rurociągu: dla wzoru Metznera-Dodge dla cieczy Ostwalda de Waele'a przedstawia się ona następująco:

$$\frac{e}{D} = 245,84 c_v^{0,779} (e_r/D)^{1,46} (d/D)^{-1,08} (d_{90}/D)^{1,31} \quad (59)$$



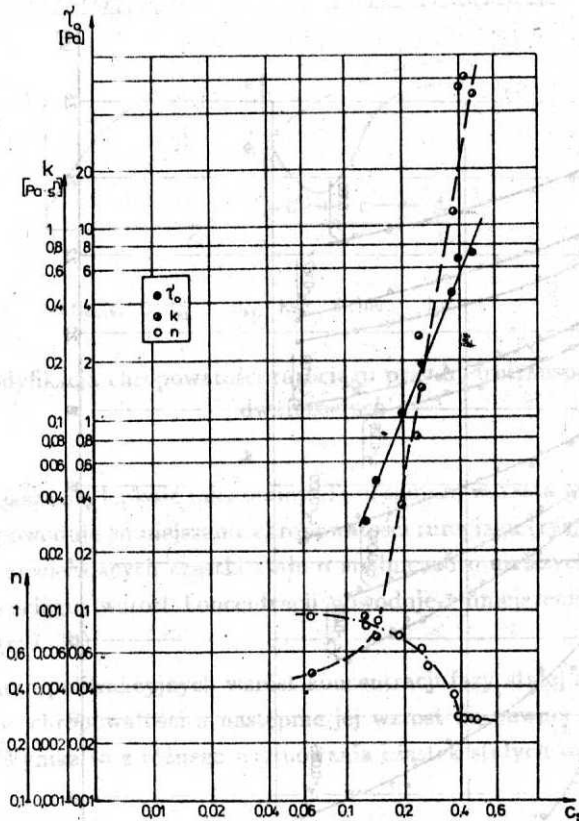
### 9. Porównanie proponowanych zależności z badaniami doświadczalnymi

Na rys. 4 przedstawiono wyniki pomiarów w viskozymetrze rotacyjnym mieszanin odpadu flotacji z wodą dla kilku koncentracji fazy stałej. Naniesiono tam także krzywe aproksymujące wyniki pomiarów (14).



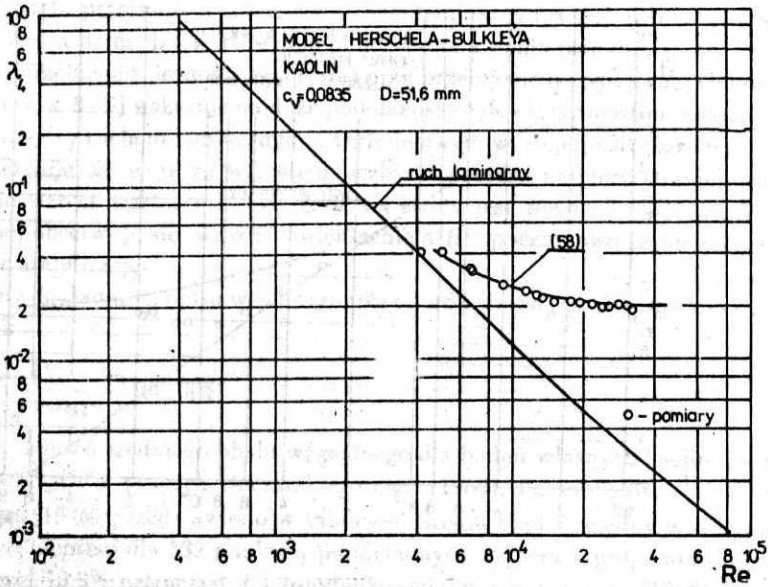
Rys.4. Wyniki pomiarów  $\log G_p = f(\log \tau)$  wraz z krzywymi aproksymującymi dla różnych koncentracji fazy stałej

Na rys. 5 przedstawiono wpływ koncentracji fazy stałej na parametry reologiczne kaolinu. Przebieg krzywych potwierdza badania wielu autorów, że wraz ze wzrostem koncentracji fazy stałej następuje gwałtowny wzrost  $\tau_0$  i  $k$ . Przeprowadzone badania wskazują na interesujący wpływ koncentracji na zmiany wskaźnika płynięcia  $n$ . Wraz ze wzrostem koncentracji do ok. 0,15  $n$  nieznacznie maleje, w następnej strefie zmniejsza się gwałtownie, aby od koncentracji ok. 0,39 przyjąć wartość praktycznie stałą  $n = 0,23$ .

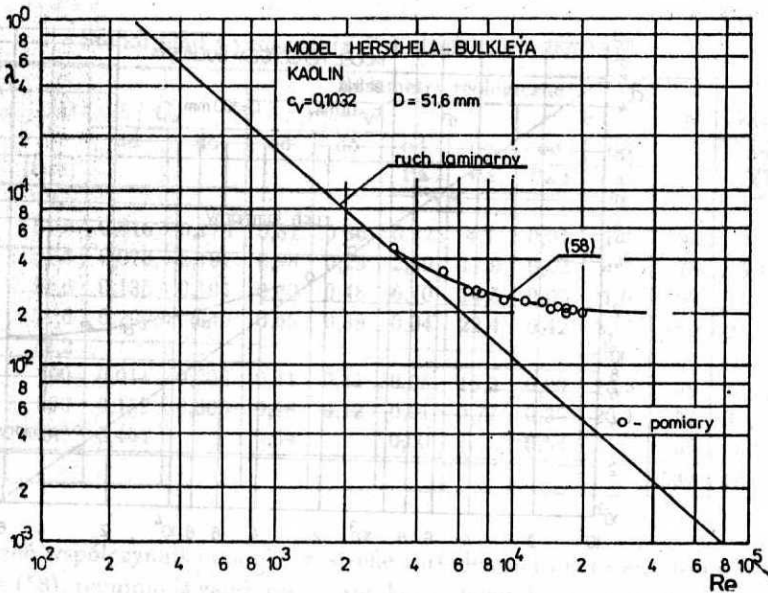


Rys. 5. Wpływ koncentracji kaolinu na parametry reologiczne modelu Herschela-Bulkley'a

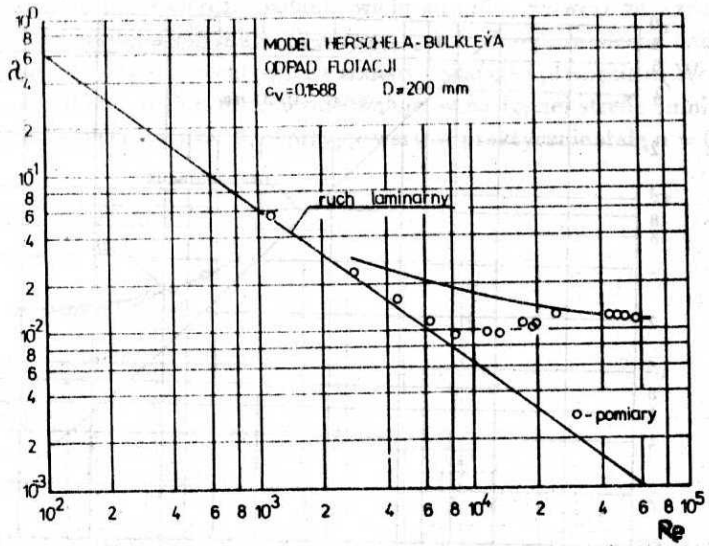
Na rys. 6–9 przedstawiono pomierzone zależności współczynnika oporów liniowych w funkcji liczby Reynoldsa dla kilku mieszanin. Do opisu lepkości cieczy zastosowano model Herschela-Bulkley'a. Na rysunkach tych przedstawiono także obliczone współczynniki oporów liniowych wzorami zaproponowanymi przez autora (dla strefy laminarnej z tab. 1, a dla turbulენტnej (58)). Całkowitą chropowatość obliczono przy pomocy (59). Stwierdzić można dużą zgodność wyników pomiarów w strefie laminarnej.



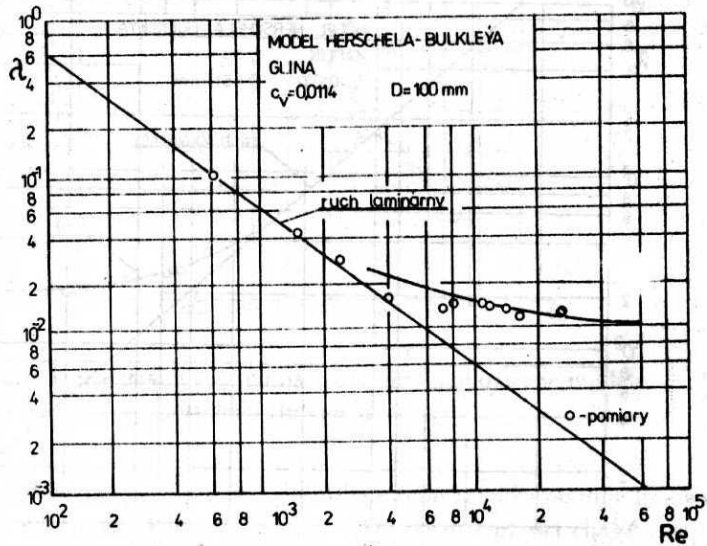
Rys. 6. Wyniki pomiarów  $\lambda = f(Re)$  dla kaolinu o  $c_v = 0,0835$



Rys. 7. Wyniki pomiarów  $\lambda = f(Re)$  dla kaolinu o  $c_v = 0,1032$



Rys. 8. Wyniki pomiarów  $\lambda = f(Re)$  dla odpadu flotacji o  $c_v = 0,1588$



Rys. 9. Wyniki pomiarów  $\lambda = f(Re)$  dla gliny o  $c_v = 0,0114$

Natomiast zaproponowana zależność (58) dobrze aproksymuje punkty w strefie turbulentnej. W strefie przejściowej pomiędzy ruchem laminarnym a turbulentnym występuje wyraźna różnica pomiędzy wartościami obliczonymi a pomierzonymi.

Analiza przebiegu zależności  $\lambda = f(Re)$  przy przepływie rozpatrywanych mieszanin (szczególnie rys. 8 i 9) wskazuje na duże podobieństwo do cieczy newtonowskich (czysta woda). Pomędzy ruchem laminarnym a turbulentnym występuje strefa przejściowa, w której obserwuje się wraz ze wzrostem liczby Reynoldsa najpierw zmniejszenie się, a następnie wzrost wartości  $\lambda$ . Szerokość tej strefy jest równa  $2 - 3Re_{kr}$ . W strefie turbulentnej obserwuje się, wraz ze zwiększeniem  $Re$ , początkowo zmniejszenie się  $\lambda$ , a następnie stabilizację.

Do oceny dokładności opisu współczynnika oporów liniowych zastosowano względny błąd średni:

$$s = \sum_{i=1}^N \frac{|\lambda_p - \lambda_0|}{\lambda_p} 100,0[\%] \quad (60)$$

Wyniki obliczeń średniego błędu względnego dla badań własnych kaolinu, oraz pomiarów zawartych w pracach Boczarskiego i in. (1988), Parzonki i in. (1963, 1965), Smoldyriewa (1975) przedstawiono w tabelicy 4. Średni błąd względny wyznaczania  $\lambda$  w strefie turbulentnej dla 532 punktów pomierzonych wzorem zaproponowanym przez autora wynosi 10,9% natomiast dla zmodyfikowanej w pracy autora (1988) zależności Torrenca 11,5%.

Średni błąd wyznaczania  $\lambda$  w strefie turbulentnej

Tabela 4.

Materiał	D	Parametry reologiczne								N	s	
		$C_v$		n		$\tau_0$		k			równanie	
		od	do	od	do	od	do	od	do		58	[4]
	[mm]					Pa	Pa	Pa·s	Pa·s		[%]	[%]
Kaolin	40,5											
	51,6	0,015	0,178	0,81	0,36	0,42	4,7	0,01	1,4	196	9,8	11,0
Osad M	51,6	0,073	0,101	0,98	0,29	2,90	17,9	0,02	4,7	76	5,1	7,0
Namul	51,6	0,135	0,194	0,80	0,48	6,40	14,5	0,06	1,0	99	5,5	7,9
Glina	51,6	0,290	0,349	0,65	0,38	0,04	22,4	0,42	2,97	19	28,5	23,7
	72,2											
Glina G	100	0,011	0,206	0,41	0,41	0,05	16,3	0,90	26,3	49	17,5	13,9
Odpady fl.	200	0,159	0,306	0,48	0,12	0,01	0,77	0,35	20,1	37	31,7	24,6
Popiół	35,9	0,464		0,54		0,00		0,54		56	6,8	10,8
Średnio										532	10,9	11,5

Do obliczeń współczynnika oporów w strefie turbulentnej zaleca się stosować równanie autora (58), pomimo iż zależność ta aproksymuje punkty pomiarowe z podobną dokładnością jak zmodyfikowany w pracy autora (1988) wzór Torrenca. Wynika to z faktu, że proponowana zależność jest uogólnieniem wzoru Colebrooka-White'a dla cieczy opisanej modelem Herschela-Bulkley'a.

## 10. Podsumowanie

Zaproponowana w pracy metoda estymacji parametrów reologicznych powinna być powszechnie stosowana. Opiera się ona na klasycznych równaniach reologii płynów reostabilnych (Kriegera, Elroda i Marona dla wiskozymetru rotacyjnego i Metznera-Reeda dla rur i kapilar). Zastosowana metoda najmniejszych kwadratów pozwala na optymalny dobór parametrów reologicznych.

Analiza przebiegu zależności  $\lambda = g(Re)$  przy przepływie rozpatrywanych mieszanin wskazuje na duże podobieństwo do cieczy newtonowskich (czysta woda).

Wykorzystując hipotezę Prandtla o drodze mieszania przedstawiono w pracy nowe zależności do opisu rozkładu prędkości przy przepływie w rurociągu cieczy nienewtonowskiej. Stałe do proponowanych równań muszą być jednak wyznaczone drogą matematycznego opracowania wyników pomiarów.

Wyprowadzono nowy wzór do obliczeń liniowych strat energii w strefie turbulentnej ważny dla cieczy opisanej modelem Herschela-Bulkley'a. Równanie to zostało potwierdzone badaniami eksperymentalnymi.

W pracy zwrócono uwagę na kształtowanie się chropowatości hydraulicznej przy hydrotransportie mieszanin. Mimo iż podano odpowiednią zależność empiryczną, zaleca się dalsze prowadzenie odpowiednich badań szczególnie dla innych mieszanin niż analizowane w niniejszej pracy.

## Literatura

- Boczarski S., Czaban S., Sobota J., 1988, *Badania parametrów hydrotransportu mieszanin popioloowo-wodnych*, TKP, Wrocław.
- Czaban S., 1984, *Metody obliczania spadku linii energii w poziomych rurociągach tłoczonych przy hydrotransportie mieszanin*, Archiwum Hydrotechniki, z. 4, t. XXXI.
- Czaban S., 1987, *Wyznaczanie parametrów hydrotransportu rurowego reostabilnych mieszanin dwufazowych*, Rozprawy nr 60, Zeszyty Naukowe, AR Wrocław.
- Czaban S., 1988, *Friction factors for rheostable mixtures flow in pipeline*, Zeszyty Naukowe, AR Wrocław, nr 176.
- Czaban S., 1988a, *Determination of parameters of hydraulic transport in pipeline for yield-pseudo-plastic model*, 8 Kolloquium der Universität - GH - Paderborn, Meschede.
- Czaban S., w druku, *Metoda wyznaczania parametrów reologicznych cieczy reostabilnych na podstawie badań w wiskozymetrach rotacyjnych*, Zeszyty Naukowe, AR Wrocław.
- Jakowliew S.W., Łaskow J.M., 1961, *Pieriedaczka ıla i osadkow stocznych wod.* Izd. Lit. Po stroit. Moskwa.
- Kembłowski Z., 1973 *Reometria płynów nienewtonowskich*, WNT, Warszawa.
- Kembłowski Z., Kaczmarczyk A., 1975, *Matematyczne modele reologiczne nieliniowych płynów plastycznolepkich*, Inżynieria Chemiczna, 2. V.

- Kemblowski Z., Kołodziejski J., 1972, *Opory przepływu płynów nienewtonowskich w ruchu przejściowym i burzliwym*, Inżynieria Chemiczna, II. 4.
- Lazarus J.H., 1980, *Rheological characterisation for optimising specific power consumption of a phosphate ore pipeline*, Hydrotransport 7, BHRA, Sendai.
- Lazarus J.H., Sive A.W., 1984, *A novel balanced beam tube viscometer and the rheological characterisation of high concentration fly ash slurries*, Hydrotransport 9, Roma.
- Matras Z., Nowak Z., 1979, *Nowa metoda projektowania przepływów reostabilnych cieczy nienewtonowskich w hydraulicznie gładkich rurach kołowych*, Inżynieria Chemiczna, IX, 3.
- Parzonka W., 1966, *Reologiczne zachowanie się jednorodnych mieszanin gruntowo-wodnych*, Kat. Bud. Wodnego WSR, Wrocław.
- Parzonka W., 1977, *Hydrauliczne podstawy transportu rurowego mieszanin dwufazowych*, Skrypt AR nr 159, Wrocław.
- Parzonka W i in., 1963, *Parametry przepływu osadów kanalizacyjnych w rurociągach*, Kat. Bud. Wodnego WSR, Wrocław.
- Parzonka W. i in., 1965, *Kopalnia węgla brunatnego Konin. Odszlamowanie jeziora Nierłusz*, Kat. Bud. Wodnego WSR, Wrocław.
- Parzonka W. i in., 1967, *Parametry hydrotransportu rurowego gliny Studzienko*, Kat. Bud. Wodnego WSR, Wrocław.
- Richter H., Kecke H.J., 1987, *Zum Transportverhalten von heterogenen suspensionen mit unterschiedlichem feinanteil des Feststoffs*, Zesz. Nauk. Polit. Śląskiej, Energetyka z. 99, Gliwice.
- Smoldyriew A.I., 1975, *Gidro i pniewnotransport*, Metalurgia, Moskwa.
- Troskoleński A.T., 1967, *Hydromechanika*. WNT, Warszawa.
- Volk W., 1973, *Statystyka stosowana dla inżynierów*. WNT, Warszawa.
- Wilkinson W., 1963, *Ciecze nienewtonowskie*. WNT, Warszawa.

### Summary

The paper presents a methodology of evaluation of rheological parameters on the basis of experimental investigations done in capillary-tube and rotational viskosimeters for any rheological models. The foundation of this methodology is based on the rheostable liquids rheology equations and the least square method. The author gives the formulas for calculation the friction coefficient in the laminar and turbulent zone as new equations for critical Reynolds number for the most often applied rheological models. Those equations have been confirmed in experiment for yield pseudoplastic models.

There have been proposed the pipeline roughness equations for two-phase mixture flow.