

JERZY BOCZAR, ADAM DOROBCZYŃSKI, JÓZEF MIAKOTO

Szczecin

Méthodes des calculs de la vitesse d'écoulement et de la dispersion des polluants au cours d'écoulement bidirectionnel dans une rivière

1. Introduction

Les modèles mathématiques du transfert et de diffusion des polluants en rivière sont utilisée en pratique pour l'estimation de l'état existant et pour la prevision de qualité de l'eau. La précision de la simulation dépend de la convergence entre les descriptions mathématiques (des champs de vitesse d'écoulement, des processus d'advection et de diffusion) et les conditions naturelles, qui existent en rivière. Cela se rapporte surtout aux cas des écoulements composés, quand l'application du modèle simple, unidimensionnel avec la vitesse moyenne le long de l'axe de rivière diffère des conditions réelles.

On présente ci-dessous la première partie de recherches faites sur les écoulements bidirectionnels, qui peuvent se former surtout dans les estuaires et en amont des barrages.

Au cours des écoulements bidirectionnels nous distinguons la couche superficielle avec l'écoulement „en de rivière” (la zone d'afflux), comme le résultat de l'action du vent. Il existe en même temps dans la couche basse l'écoulement en aval de la rivière (la zone de reflux) conformément à la composante de la gravitation. Les écoulements bidirectionnels se forment autant souvent à la basse de l'Oder et ils produisent les conditions autant désavantageuses pour la dispersion des polluants dechargés à la rivière, qu'ils ne peuvent pas être omis dans l'estimation de l'état et dans la prevision de la qualité de l'eau.

Cette étude a été menée dans le cadre du „Programme central des recherches fondamentales 03.09. Methodes d'analyse et d'utilisation des ressources en eau”.

Notation

| | |
|---|--|
| B [m] — largeur superficielle | D_0 [m^2s^{-1}] — coefficient de diffusion turbulente dans le filet liquide au rive de rivière |
| D [m^2s^{-1}] — coefficient de diffusion turbulente, normale à l'axe de rivière | D_j [m^2s^{-1}] — coefficient de diffusion turbulente dans le filet liquide à distance y |
| D_j [m^2s^{-1}] — coefficient de diffusion turbulente dans le filet liquide j | |

Prof. dr hab. inż. J. BOCZAR, mgr inż. A. DOROBCZYŃSKI, dr inż. J. MIAKOTO, Politechnika Szczecińska, al. Piastów 50, 70-311 Szczecin.

| | |
|---|---|
| g [ms^{-2}] – accélération de la pesanteur | ΔS [Gm^{-3}] – changement de concentration |
| H [m] – tirant d'eau | t [s] – temps |
| J [$\text{Gm}^{-2}\text{s}^{-1}$] – intensité du courant diffusif | v_{xyz} [ms^{-1}] – composantes de vitesse d'écoulement |
| $i=0, 1, 2, \dots, n$ – numéro d'ordre de section transversale | $v_{x,0}$ [ms^{-1}] – vitesse d'écoulement sur la surface libre le long de l'axe x |
| $j=0, 1, 2, \dots, m$ – numéro d'ordre du filet liquide | v [ms^{-1}] – vitesse d'écoulement le long de l'axe rivière |
| Δy [m] – largeur du filet liquide | v_j [ms^{-1}] – vitesse d'écoulement du filet j |
| K_{xyz} [m^2s^{-1}] – composantes du coefficient de viscosité turbulente | v_0 [ms^{-1}] – vitesse d'écoulement au rive de rivière |
| $K_{x,0}$ [m^2s^{-1}] – coefficient de la viscosité turbulente sur la surface libre | v_y [ms^{-1}] – vitesse d'écoulement à distance y |
| L [Gm^{-2}] – champ des concentrations | W [ms^{-1}] – vitesse du vent |
| $2l$ [m] – largeur de surface initiale | X [ms^{-2}] – force unitaire due à la masse |
| p [Nm^{-2}] – pression hydrostatique | Δx [m] – distance entre les sections transversales |
| Q_e [m^3s^{-1}] – débit des pollutions | x, y, z [m] – coordonnées rectangulaires |
| S [Gm^{-3}] – concentration des polluants dans l'eau | η_0 – coefficient de friction d'aérodynamique |
| S_i [Gm^{-2}] – concentration des polluants dans la source fricative | ρ [kgm^{-3}] – masse spécifique |
| S_s [Gm^{-3}] – concentration des polluants dans le rejet | τ_w [Nm^{-2}] – tension tangente de la force du vent |
| S_y [Gm^{-3}] – concentration des polluants à distance y | ξ [m] – élévation de surface libre au-dessus du niveau d'eau |
| S_{00} [Gm^{-3}] – concentration des polluants dans la surface initiale | |
| S_0 [Gm^{-2}] – concentration dans la surface initiale (modèle analytique) | |

2. Relation entre les répartitions des vitesses d'écoulement bidirectionnel et du coefficient de la viscosité turbulente

On peut définir la répartition verticale des vitesses d'écoulement bidirectionnel le long de l'axe d'une rivière (v_x) en base d'équation différentielle de mouvement turbulent

$$\frac{dv_x}{dt} = x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \quad (2.1)$$

après la négligence des composantes v_y et v_z , qui sont petites en comparaison avec v_x et après la négligence d'accélération de Coriolis [4]. L'axe x du système de coordonnées rectangulaires est situé sur la surface libre, l'axe z vers le fond de la rivière. On néglige ensuite la composante de force due à la masse X , qui est petite en comparaison à la gravitation, et les termes qui présentent la viscosité turbulente dans les directions x et y [2]. On suppose enfin le régime permanent [7] et uniforme et la pression hydrostatique $p = \rho g(z - \xi)$.

L'équation (2.1) s'écrit donc

$$q \frac{d\xi}{dx} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = 0. \quad (2.2)$$

Pour définir la vitesse $v_x(z)$ on a utilisé les trois descriptions du coefficient de la viscosité turbulente (Fig. 2.1 et 2.2) qui sont utilisés le plus souvent d'un point de vue bibliographique [4, 6, 7].

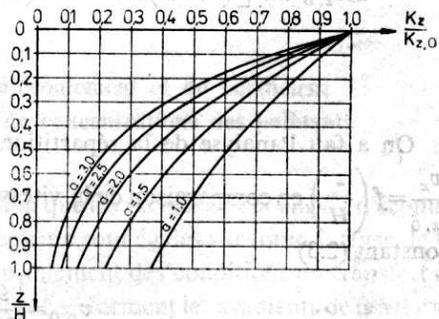
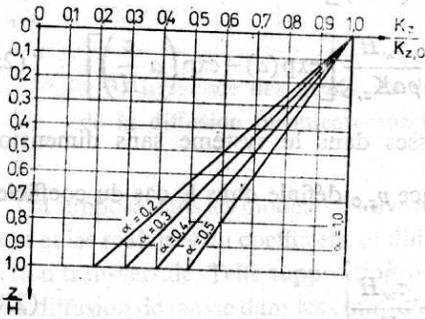


Fig. 2.1. Coefficients de viscosité turbulente: constant $K_{z,0} = 0,54 \times 10^{-4} WH [m^2 s^{-1}]$ inconstant linéaire $K_z = K_{z,0} [1 - z/H (1 - \alpha)]$

Fig. 2.2. Coefficient de viscosité turbulent inconstant exponentiel $K_z = K_{z,0} \exp(-a z/H)$

Le coefficient constant

$$K_{z,0} = 0,54 \cdot 10^{-4} WH \tag{2.3}$$

le coefficient qui varie linéairement le long d'une verticale

$$K_z = K_{z,0} \left[1 - \frac{z}{H} (1 - \alpha) \right]; \quad \alpha = 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 \tag{2.4}$$

et qui varie exponentiellement

$$K_z = K_{z,0} \exp\left(-a \frac{z}{H}\right); \quad a = 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0 \tag{2.5}$$

On a défini la répartition des vitesses $v_x(z)$ à partir de l'équation (2.2) et des conditions aux limites

$$z=0 \quad K_z \frac{dv_x}{dz} = - \frac{\tau_w}{\rho} \tag{2.6}$$

$$z=H \quad v_x = 0$$

où $\tau_w = \rho \eta_0 W^2 [Nm^{-2}]$.

Après avoir intégré deux fois, l'équation (2.2) par rapport à z on obtient la vitesse d'écoulement bidirectionnel dans le cas du coefficient K_z constant, d'après (2.3)

$$v_x = \frac{gH^2}{2K_{z,0}} \frac{d\xi}{dx} \left(1 - \frac{z^2}{H^2} \right) - \frac{\tau_w H}{\rho K_{z,0}} \left(1 - \frac{z}{H} \right) \tag{2.7}$$

dans le cas du coefficient linéaire, d'après (2.4)

$$v_x = \frac{gH^2}{K_{z,0}} \frac{1}{1-\alpha} \frac{d\xi}{dx} \left(\frac{z}{H} - 1 + \frac{1}{1-\alpha} \ln \frac{1-(1-\alpha)z/H}{\alpha} \right) - \frac{\tau_w H}{\rho K_{z,0}} \frac{1}{1-\alpha} \ln \frac{1-(1-\alpha)z/H}{\alpha} \tag{2.8}$$

et dans le cas du coefficient exponentiel, d'après (2.5)

$$v_x = \frac{gH^2}{aK_{z,0}} \frac{d\xi}{dx} \left[\left(1 - \frac{1}{a}\right) \exp(a) - \left(\frac{z}{H} - \frac{1}{a}\right) \exp\left(a \frac{z}{H}\right) \right] + \frac{\tau_w H}{\rho a K_{z,0}} \left[\exp(a) - \exp\left(a \frac{z}{H}\right) \right] \quad (2.9)$$

On a fait l'analyse de la répartition des vitesses dans le système sans dimensions $\frac{v_x}{v_{x,0}} = f\left(\frac{z}{H}\right)$ en comparaison de la vitesse de surface $v_{x,0}$ définie dans le cas du coefficient constant (2.3)

$$v_{x,0} = \left| \frac{gH^2}{2K_{z,0}} \frac{d\xi}{dx} - \frac{\tau_w H}{\rho K_{z,0}} \right| \quad (2.10)$$

où on a reçu des conditions à la basse Oder: $W = 10$ [ms^{-1}], $H = 8$ [m] $d\xi/dx = 5,5 \times 10^{-6}$.

En comparant les résultats des calculs (Fig. 2.3 et 2.4) on peut constater, que le changement du coefficient K_z constant à une répartition linéaire et ensuite exponentiel détermine l'augmentation de la vitesse d'écoulement en aval de la rivière (la zone de reflux) et la diminution de la vitesse en amont de la rivière (la zone d'afflux), conformément à la direction du vent. Le maximum de la vitesse dans la zone de reflux a augmenté de deux à presque quatre fois. En même temps, l'épaisseur de la zone d'afflux a diminué presque à moitié.

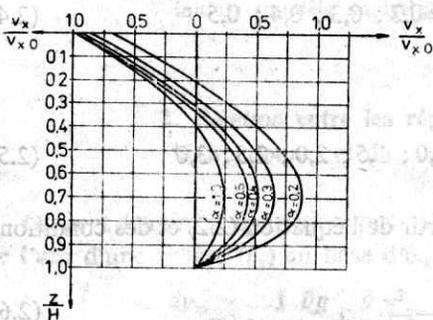


Fig. 2.3. Diagramme de vitesse d'écoulement $v_x/v_{x,0}$, pour le coefficient de viscosité turbulente constant ($\alpha=1$) et inconstant linéaire ($\alpha=0,2; 0,3; 0,4; 0,5$)

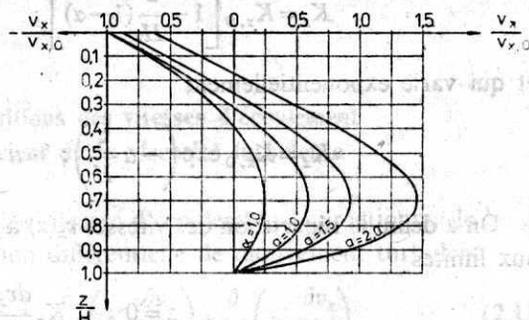


Fig. 2.4. Diagramme de vitesse d'écoulement $v_x/v_{x,0}$, pour le coefficient de viscosité turbulente constant ($\alpha=1$) et inconstant exponentiel ($\alpha=1,0; 1,5; 2,0$)

On vient de montrer que la description de coefficient de viscosité turbulente exerce une influence essentielle sur le modèle mathématique d'écoulement bidirectionnel, de même que sur les résultats des calculs du transfert et de la diffusion des polluants déchargés à rivière. Par exemple: l'application du coefficient linéaire ou exponentiel dans un modèle de rejet de pollution dans la zone de reflux détermine les concentrations plus grandes des polluants calculées dans cette zone que dans le cas du coefficient constant. Si le rejet des pollutions se

trouve dans la zone d'afflux, les concentrations calculées la-bas seront plus grandes d'après le modèle mathématique dans lequel on a pris en considération le coefficient constant.

En tenant compte de la distribution de la vitesse d'écoulement on présente dans le paragraphe suivant la méthode des calculs de concentrations des polluants.

3. Influence des gradients de vitesse d'écoulement et du coefficient de la diffusion turbulente sur le champ de concentrations des polluants

On suppose dans les modèles d'advection-diffusion que les vecteurs de la vitesse d'écoulement et les scalaires du coefficient de diffusion turbulente sont égales sur toute surface de la section transversale. Telle supposition se diffère sensiblement des conditions du transfert et de la diffusion de masse dans les cours d'eau naturels où se forment les gradients de la vitesse et du coefficient de la diffusion turbulente, comme par exemple dans l'écoulement bidirectionnel présenté dans le chapitre précédent.

Les résultats des recherches expérimentales ont montré que dans le cas des pollutions passives les grandeurs de coefficient de diffusion turbulente sont du même ordre que les grandeurs du coefficient de la viscosité turbulente [5]. Il en résulte, que la formation du gradient de coefficient de la viscosité turbulente signifie simultanément la formation du gradient de coefficient de la diffusion turbulente.

Dans le but de la simplification de l'analyse on a supposé le schéma ordinaire, des gradients linéaires de vitesse et du coefficient de la diffusion, dans un courant liquide, plan (bidimensionnel), limité d'un seul côté où on a situé le rejet des polluants.

Ce schéma est pareil aux conditions qui existent dans la couche d'afflux, au cours de l'écoulement bidirectionnel.

Pour définir le transfert et la diffusion de la masse, dans un courant plan, où se sont formés les gradients de vitesse $v(y)$ et du coefficient de la diffusion $D(y)$ on propose l'utilisation d'un algorithme, défini en base de l'équation d'advection-diffusion [1]

$$v(y) \frac{\partial S}{\partial x} = D(y) \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \quad (3.1)$$

approximative à l'aide des équations aux différences et le schéma ouvert

$$S_{i,j} = S_{i,j}^{(1)} \frac{A_i}{B_i} \quad (3.2)$$

$$S_{i+1,j}^{(1)} = \frac{\Delta x D_j}{v_j \Delta y^2} [(S_{i,j-1}^{(1)} - S_{i,j}^{(1)}) - (S_{i,j}^{(1)} - S_{i,j+1}^{(1)})] + S_{i,j}^{(1)} \quad (3.3)$$

$$B_i = \sum_{j=0}^m S_{i,j}^{(1)} \leq S_{0,0} \quad (3.4)$$

$$A_i = \sum_{j=0}^m S_{i,j}^{(2)} \leq S_{0,0} \quad (3.5)$$

$$S_{i+1,j}^{(2)} = \frac{\Delta x D_0}{v_j \Delta y^2} [(S_{i,j-1}^{(2)} - S_{i,j}^{(2)}) - (S_{i,j}^{(2)} - S_{i,j+1}^{(2)})] + S_{i,j}^{(2)} \quad (3.6)$$

Pour simplifier des calculs on a supposé $\Delta y = 1,0$ m.

On a effectué la condition aux limites $\Delta S / \Delta y = 0$ en supposant que la concentration des polluants hors du bord du canal est la même comme celle du bord du canal. La distance admissible (Δx) entre les sections transversales voisines est définie en base de la condition de la stabilité du schéma aux différence [6]

$$\frac{D_{\max} \Delta x}{v_{\min} \Delta y^2} \leq \frac{1}{2}. \quad (3.7)$$

Les produits de coefficient D_j , de la durée de la diffusion $\Delta x / v_j$ et des gradients des concentrations, définis dans les équations (3.3) et (3.6) présentent les courants de masse, déterminés de la diffusion turbulente. Ils arrivent et sortent du courant j . La différence des courants et l'advection de la section transversale i déterminent la grandeur de la concentration $S_{i+1,j}$ dans la section $i+1$.

Dans le cas du gradient de vitesse v_j et du coefficient de la diffusion constant ($D_0 = \text{const}$) la description du champ de concentrations se renferme dans les équations (3.5) et (3.6).

Dans le cas de vitesse constante et du gradient de coefficient D_j on peut estimer les concentrations à l'aide des équations (3.2), (3.3) et (3.4) en posant dans l'équation (3.3) $v_j = v_0 = \text{const}$ et dans l'équation (3.2) $A_i = S_{00}$.

Portant des principes: de source fricative et permanente située à bord de canal, de vitesse moyenne et de coefficient $D = \text{const}$, la section analytique d'équation de transfert et de diffusion (3.1) s'écrit

$$S = \frac{S_i}{\sqrt{\pi D t}} \exp\left(-\frac{y^2}{4 D t}\right) \quad (3.8)$$

où $t = \frac{x}{v}$ [s]; $S_i = \frac{Q_s S_s}{H v}$ [Gm^{-2}].

Si on supposera que le système de coordonnées se déplace avec la vitesse d'écoulement, alors la masse des polluants passe perpendiculairement à cours d'eau, comme le résultat de turbulence et du gradient des concentrations. L'intensité du courant diffusif peut être écrit

$$J = -D \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{S_i y}{2 \sqrt{\pi D t^3}} \exp\left(-\frac{y^2}{4 D t}\right). \quad (3.9)$$

Les gradients de la vitesse $v(y)$ et du coefficient $D(y)$ influencent l'intensité du courant diffusif. Par exemple l'intensité du courant qui passe du filet liquide 0 au filet 1 s'écrit

$$J_1 = \frac{S_i y_1}{\sqrt{\pi D_0 t^3}} \exp\left(-\frac{y_1^2}{4 D_1 t_1}\right) \quad (3.10)$$

et relativement la concentration des polluants

$$S_1 = \frac{S_i}{\sqrt{\pi D_0 t_0}} \exp\left(-\frac{y_1^2}{4 D_1 t_1}\right). \quad (3.11)$$

Pour $y_1 = 0$ le terme premier d'équation (3.11) présente un changement de concentration dans le filet liquide 0, comme le résultat d'action du courant diffusif, avec l'intensité J_0 , dans le temps t_0 . Pour $y_1 > 0$ l'équation (3.11) présente une concentration dans le filet 1 comme l'effet des courants diffusifs: d'affluent du filet 0 et du départ du filet 1 à 2 avec l'intensité J_1 dans le temps t_1 .

De manière pareille on a défini l'algorithme des calculs des concentrations dans toute la veine liquide

$$S_{y+1} = 2S_y - S_y \tag{3.12}$$

$$S_0 = \frac{S_{00}}{\sqrt{\pi D_0 t_0}} \tag{3.13}$$

$$\bar{S}_y = \frac{A_x}{B_x} \bar{S}_y^{(1)} \tag{3.14}$$

$$\bar{S}_y^{(1)} = 0,5(S_y^{(1)} + S_{y+1}^{(1)}) \tag{3.15}$$

$$S_y^{(1)} = S_{y-1}^{(1)} \exp\left[-\frac{y^2 - (y-1)^2}{4D_y t_y}\right], \quad S_0^{(1)} = S_0 \tag{3.16}$$

$$B_x = \sum_{y=0}^{m-1} \bar{S}_y^{(1)} \leq S_{00}, \quad A_x = \sum_{y=0}^{m-1} \bar{S}_y^{(2)} \geq S_{00} \tag{3.17} \tag{3.18}$$

$$S_y^{(2)} = 0,5(S_y^{(2)} + S_{y+1}^{(2)}), \quad S_y^{(2)} = S_{y-1}^{(2)} \exp\left[-\frac{y^2 - (y-1)^2}{4D_0 t_y}\right] \tag{3.19} \tag{3.20}$$

Pour simplifier des calculs on a supposé $y=0, 1, 2 \dots$ [m].

Dans le cas de coefficient $D_y = D_0 = \text{const}$ et de gradient de la vitesse $v(y)$ on définit les concentrations d'après l'équation (3.20). Le champ de concentrations dans les sections transversales est calculé à l'aide des équations (3.18) et (3.19).

Dans les conditions où la vitesse d'écoulement est constante $v_y = v_0 = \text{const}$ et le coefficient $D(y)$ change linéairement les concentrations obéissent aux équations (3.12), (3.13), (3.15), (3.16) et (3.17) en introduisant $t_y = t_0 = x/v_0$ et en remplacement de (3.14), l'équation

$$\bar{S}_y = \frac{S_{00}}{B_x} \bar{S}_y^{(1)} \tag{3.14a}$$

Les modèles avec le gradient de vitesse et le coefficient constante ou inversement, présentés dans les solutions numériques ou analytiques servent exclusivement à une comparaison de l'influence sur le champ de concentrations.

Tableau 3.1
Gradients de vitesse d'écoulement et du coefficient de la diffusion

| Distance [m] / ou y | Gradient positif | | | | | | Gradient négatif | | | | | |
|--|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | m | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | m |
| v [ms ⁻¹] | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,8 | 0,6 | 0,4 | 0,2 | 0,2 |
| $D \times 10^{-3}$ [m ² s ⁻¹] | 0,4 | 0,8 | 1,2 | 1,6 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 1,6 | 1,2 | 0,8 | 0,4 | 0,4 |

On a testé les algorithmes du transfert et de la diffusion de masse en présence des gradients de la vitesse et du coefficient de diffusion, en base des paramètres présentés dans le tableaux 3.1, à l'aide du programme moniteur „Gradient”. La concentration des polluants dans la surface initiale

$$S_{00} = 100 \text{ [Gm}^{-3}\text{]}; \Delta x = 50 \text{ [m]}; i = 0 \dots 10; \Delta j = 1,0 \text{ [m]}; x = 200 \div 500 \text{ [m]};$$

les coordonnées de la localisation du rejet $i=j=0$ ou $x=y=0$.



| | j | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Σ | Des. | v | D | N°alg. |
|-------------------|----------------|------|------|------|------|------|------|------|---|---|-----|-------|-------|-------|--------|
| S_j S_{00} | Concentrations | 0,51 | 0,32 | 0,13 | 0,04 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | — | const | const | 1.6.1 |
| | | 0,54 | 0,36 | 0,20 | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0 | 0 | 128 | --- | grad | const | 1.6.2 |
| | | 0,57 | 0,33 | 0,09 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | | const | grad | 1.6.3 |
| | | 0,65 | 0,41 | 0,16 | 0,05 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 128 | | grad | grad | 1.6.4 |

Fig. 3.1. Influence des gradients négatifs de la vitesse et du coefficient de la diffusion sur le champ de concentrations. Modèle numérique. $i=10$, $\Delta x = 50$ m

A partir des résultats de test on peut former les conclusions suivantes.

La loi de continuité de champ de concentrations

$$2IS_{00} = \int_0^B S(y) dy = \text{const} \quad (3.21)$$

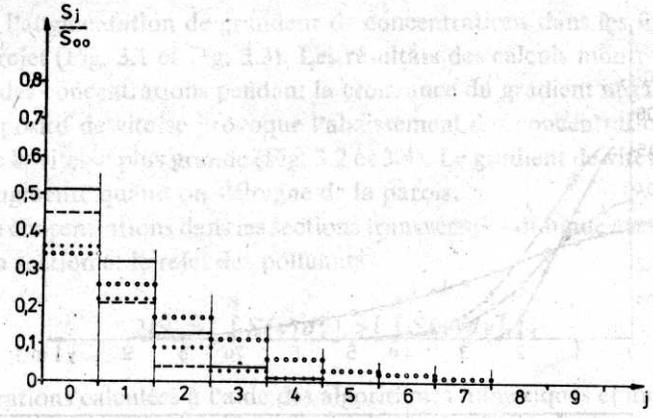
qui est obligatoire dans le courant à la vitesse constante n'est pas à rigueur dans le cas du courant avec un gradient de vitesse. Le gradient négatif de vitesse détermine l'accumulation des polluants dans les filets qui passent à la vitesse moindre. Comme ce gradient de vitesse est négatif cela signifie que la vitesse diminue quand on s'éloigne de la paroi [3], où est situé le rejet des polluants. Le champ des concentrations dans les sections transversales augmente avec la distance entre la section i et entre le rejet des pollutions (Fig. 3.5).

$$2IS_0 < \left[\int_0^B S(y) dy \right]_i < \left[\int_0^B S(y) dy \right]_{i+1} \quad (3.22)$$

On constate l'influence de gradients de concentration dans les écoulements parallèles abaissement de la concentration pendant la traversée du gradient positif.

Le gradient de vitesse négative a également une influence sur le champ de concentration qui passe par un maximum plus grande (Fig. 3.2 et 3.4). Le gradient de vitesse positif signifie que la vitesse augmente au départ de la paroi.

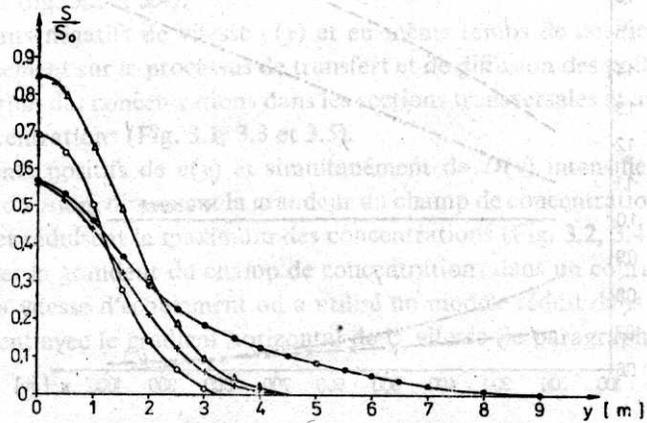
Le champ de concentration dans une section transversale est influencé par la croissance de la distance entre la paroi et le point de mesure.



| | | j | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ | Des. | v | D | N°alg |
|-----------------------------------|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|---|---|-----|-------|-------|-------|-------|
| S _j S ₀₀ | Concentrations | 0,51 | 0,32 | 0,13 | 0,04 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | — | const | const | 1.7.1 |
| | | 0,45 | 0,21 | 0,04 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 70 | ---- | grad | const | 1.7.2 |
| | | 0,34 | 0,26 | 0,17 | 0,11 | 0,06 | 0,03 | 0,02 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 100 | | const | grad | 1.7.3 |
| | | 0,36 | 0,22 | 0,09 | 0,03 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 70 | | grad | grad | 1.7.4 |

Fig. 3.2. Influence des gradients positifs de vitesse et du coefficient de la diffusion sur le champ des concentrations. Modèle numérique. $i=10$; $\Delta x=50$ m

Le gradient positif $D(y)$ intensifie le courant transversal de la paroi, ce qui entraîne le déplacement de la concentration maximale et de la largeur du gradient des concentrations.



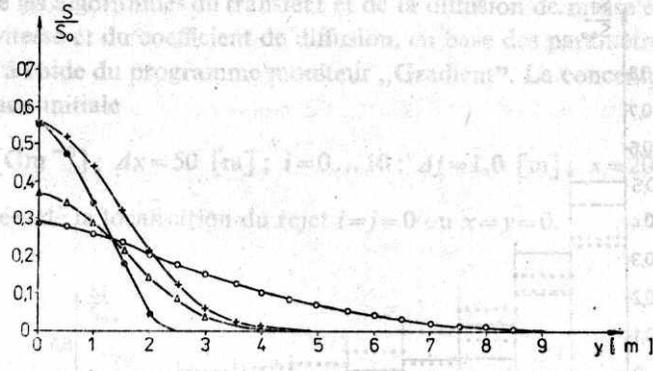
| | | y | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Champ | Des. | v | D | N°alg |
|---------------------|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|---|--------|------|-------|-------|-------|
| S S ₀ | Concentrations | 0,56 | 0,44 | 0,21 | 0,06 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | → | const | const | 1a |
| | | 0,56 | 0,46 | 0,29 | 0,18 | 0,13 | 0,08 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0 | 0 | 151,01 | → | grad | const | 1b |
| | | 0,69 | 0,50 | 0,14 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | → | const | grad | 1c |
| | | 0,65 | 0,66 | 0,31 | 0,09 | 0,02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 151,01 | → | grad | grad | 1d |

Fig. 3.3. Influence des gradients négatifs de vitesse et du coefficient de la diffusion sur le champ des concentrations. Modèle analytique. $x=500$ m

On a testé les algorithmes du transfert et de la diffusion de matière en présence des gradients de la vitesse et du coefficient de diffusion, en base des paramètres présentés dans le tableau 3.1, aide du programme «concentr». La concentration des polluants dans la surface initiale

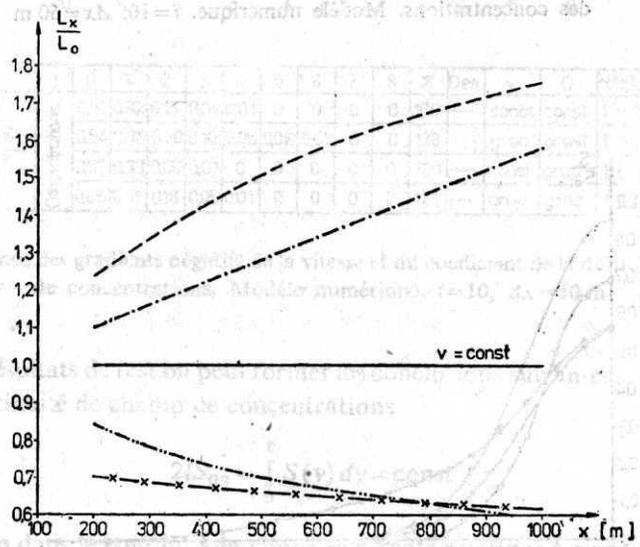
$$S_{00} = 100 \text{ [mg/l]} \quad \Delta x = 50 \text{ [m]}; \quad i = 0 \dots 10; \quad \Delta y = 1,0 \text{ [m]}; \quad x = 200 + 50i \text{ [m]};$$

les coordonnées de la position du rejet $i=j=0$ ou $x=y=0$.



| | y | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Champ | Des. | v | D | N°alg |
|-----------------|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|-------|------|-------|-------|-------|
| $\frac{S}{S_0}$ | Concentrations | 0,56 | 0,44 | 0,21 | 0,06 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | --- | const | const | 2a |
| | | 0,56 | 0,34 | 0,04 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 66,06 | --- | grad | const | 2b |
| | | 0,29 | 0,26 | 0,20 | 0,15 | 0,10 | 0,07 | 0,04 | 0,02 | 0,01 | 0 | 100 | --- | const | grad | 2c |
| | | 0,37 | 0,29 | 0,14 | 0,04 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 66,06 | --- | grad | grad | 2d |

Fig. 3.4. Influence de gradients positifs de la vitesse et du coefficient de la diffusion sur le champ des concentrations. Modèle analytique. $x = 500 \text{ m}$



| | x [m] | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 | grad. v | algorithmes | design. |
|-------|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---------|-------------|---------|
| L_x | Champ des concentrations | 1,24 | 1,34 | 1,43 | 1,51 | 1,58 | 1,63 | 1,68 | 1,72 | 1,76 | negatif | analit. | --- |
| | | 0,70 | 0,69 | 0,67 | 0,66 | 0,65 | 0,64 | 0,63 | 0,63 | 0,62 | positif | analit. | -x-x- |
| L_0 | | 1,10 | 1,16 | 1,22 | 1,28 | 1,34 | 1,40 | 1,46 | 1,52 | 1,57 | negatif | numer. | --- |
| | | 0,84 | 0,78 | 0,74 | 0,70 | 0,67 | 0,65 | 0,63 | 0,61 | 0,60 | positif | numer. | --- |

Fig. 3.5. Relation entre la grandeur du champ de concentrations dans la section transversale et la distance au rejet des polluants

On constate l'augmentation de grandeur de concentrations dans les filets parallèles au filet changé du rejet (Fig. 3.1 et Fig. 3.3). Les résultats des calculs montrent la tendance à l'augmentation des concentrations pendant la croissance du gradient négatif.

Le gradient positif de vitesse provoque l'abaissement des concentrations dans les filets qui passent avec la vitesse plus grande (Fig. 3.2 et 3.4). Le gradient de vitesse positif signifie que la vitesse augmente quand on s'éloigne de la paroi.

Le champ de concentrations dans les sections transversales diminue avec la croissance de la distance entre la section et le rejet des polluants

$$2IS_0 > \left[\int_0^B S(y) dy \right]_i > \left[\int_0^B S(y) dy \right]_{i+1} \quad (3.23)$$

Les concentrations calculées à l'aide des algorithmes numériques et analytiques dans le cas du gradient positif se différencient insensiblement (Fig. 3.5). On constate les différences plus grandes dans les cas du gradient négatif. Elles se diminuent pourtant avec la croissance de la distance.

Le gradient du coefficient de la diffusion $D(y)$ dans le courant avec la vitesse constante n'entame pas de loi de continuité du champ de concentrations. Cependant le gradient de coefficient $D(y)$ détermine les changements de répartition des concentrations. L'intensité du courant diffusif diminue en présence du gradient négatif $D(y)$. Cela détermine une augmentation de la concentration maximale et de la déclivité du graphique des concentrations (Fig. 3.1 et 3.3).

Le gradient positif $D(y)$ intensifie le courant transversal de la diffusion, augmente le rayon d'action et diminue la concentration maximale et de la déclivité du graphique des concentrations (fig. 3.2 et 3.4).

Les gradients négatifs de vitesse $v(y)$ et en même temps de coefficient $D(y)$, agissent désavantageusement sur le processus de transfert et de diffusion des polluants, déterminent une accumulation des concentrations dans les sections transversales et augmentent le maximum des concentrations (Fig. 3.1, 3.3 et 3.5).

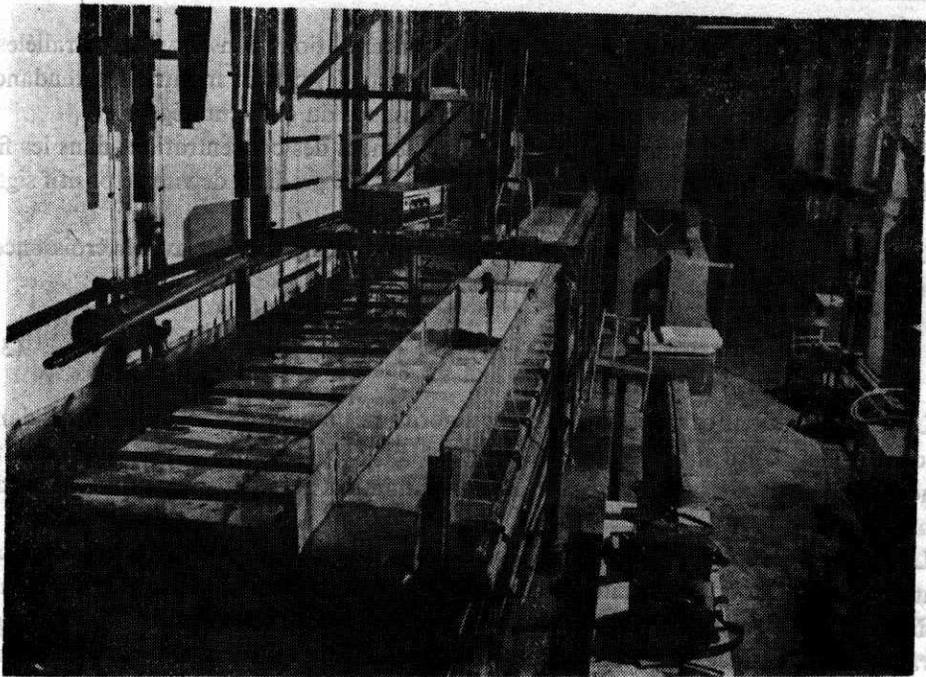
Les gradients positifs de $v(y)$ et simultanément de $D(y)$ intensifient le processus du transfert et de diffusion, diminuent la grandeur du champ de concentrations dans les sections transversales et réduisent le maximum des concentrations (Fig. 3.2, 3.4 et 3.5).

Pour vérifier la grandeur du champ de concentrations dans un courant en présence des gradients de la vitesse d'écoulement on a utilisé un modèle réduit dans lequel on a provoqué l'écoulement avec le gradient horizontal de la vitesse (le paragraphe 4).

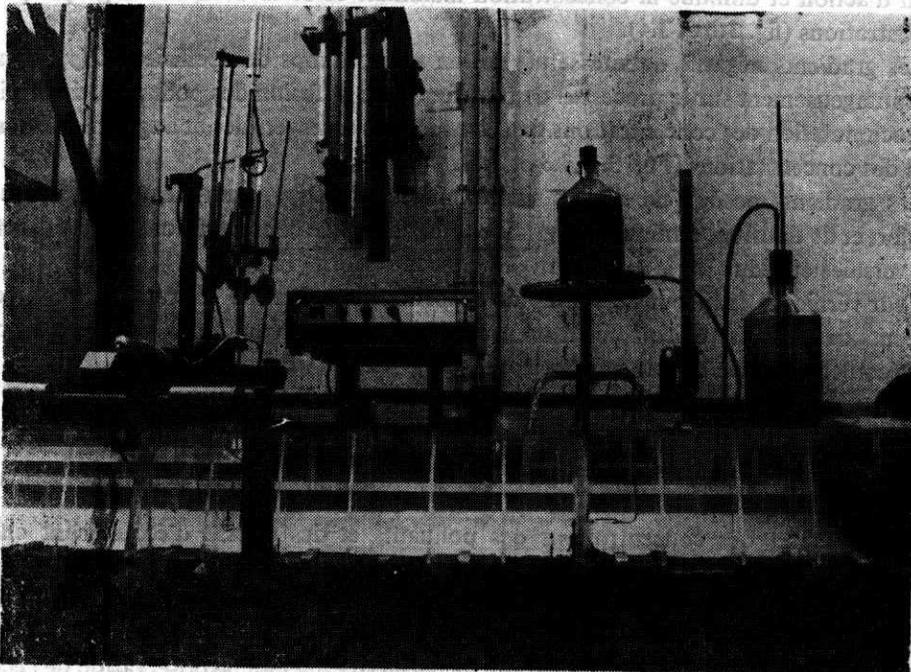
4. Résultats des expériences préliminaires le modèle réduit

Les mesures des concentrations des polluants et des vitesses d'écoulement ont été réalisées sur l'installation hydraulique montrée sur les photographies 4.1 et 4.2. Le canal a mesuré cinq mètres de longueur. Il avait une section trapézoïdale identique, égale à trente centimètres de largeur.

Le canal a été construit en plexiglas afin de permettre une bonne observation de l'écoulement.



Fot. 4.1. Installation hydraulique pour mesurer des vitesses d'écoulement, des concentrations de la rodamine et des tirants d'eau en présence des gradients de vitesse



Fot. 4.2. Installation hydraulique

Le gradient horizontale de la vitesse a été provoqué par des différences des tirants d'eau (Fot. 4.2), de 2,6 cm (au bord peu profond) à 9,4 cm (au bord profond). Les tirants d'eau ont été mesurés à l'aide de limnimètres à pointes.

Les vitesses moyennes à verticale ont égalé relativement aux tirants d'eau de 7,5 à 13,8 [$\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$] et les nombres de Reynolds de 2000 à 13000.

Tabelau 4.1

Résultats des mesures dans les sections transversales situées à la distance $x = 1,9 \text{ m}/x = 3,9 \text{ m}$

| K° de ver- ticale | Dictance de bord y [cm] | Experience "A" | | | Experience "B" | | | Experience "C" | | | |
|---|-------------------------------|---------------------------|---|---|---------------------------|---|--|---|---|--|--|
| | | Tirant d'eau h [cm] | Vitesse moyenne v [$\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$] | Concentra- tion S [$\text{mg} \cdot \text{dm}^{-3}$] | Tirant d'eau h [cm] | Vitesse moyenne v [$\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$] | Concentra- tion S [$\text{mg} \cdot \text{dm}^{-3}$] | Tirant d'eau h [cm] | Vitesse moyenne v [$\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$] | Concentra- tion S [$\text{mg} \cdot \text{dm}^{-3}$] | |
| 0 | 0,00 | | | 0,0234 | | | 0,0384 | | | 0,0086 | |
| | | | | 0,0279 | | | 0,0708 | | | 0,0016 | |
| 1 | 1,41 | 8,27 | 13,20 | 0,0234 | 8,06 | 10,73 | 0,0384 | 8,06 | 11,08 | 0,0086 | |
| | | 9,10 | 11,45 | 0,0279 | 8,84 | 10,47 | 0,0708 | 8,84 | 9,85 | 0,0016 | |
| 2 | 4,19 | 7,71 | 17,04 | 0,0268 | 7,56 | 12,81 | 0,0966 | 7,56 | 13,66 | 0,0106 | |
| | | 8,54 | 13,80 | 0,0290 | 8,29 | 12,41 | 0,0790 | 8,29 | 11,85 | 0,0018 | |
| 3 | 6,92 | 7,18 | 17,28 | 0,0331 | 7,06 | 12,33 | 0,1212 | 7,06 | 13,83 | 0,0088 | |
| | | 7,98 | 14,48 | 0,0336 | 7,74 | 12,56 | 0,0963 | 7,74 | 12,73 | 0,0024 | |
| 4 | 9,65 | 6,63 | 15,66 | 0,0352 | 6,57 | 12,27 | 0,1288 | 6,57 | 13,64 | 0,0080 | |
| | | 7,40 | 13,58 | 0,0337 | 7,20 | 12,65 | 0,1068 | 7,20 | 12,63 | 0,0028 | |
| 5 | 12,38 | 6,10 | 14,74 | 0,0335 | 6,08 | 12,97 | 0,0970 | 6,08 | 13,33 | 0,0108 | |
| | | 6,83 | 12,43 | 0,0337 | 6,67 | 12,91 | 0,0892 | 6,67 | 12,18 | 0,0044 | |
| 6 | 15,11 | 5,55 | 13,80 | 0,0332 | 5,59 | 12,87 | 0,0292 | 5,59 | 12,73 | 0,0132 | |
| | | 6,26 | 11,95 | 0,0311 | 6,12 | 12,95 | 0,0538 | 6,12 | 11,76 | 0,0136 | |
| 7 | 17,85 | 5,01 | 13,00 | 0,0290 | 5,08 | 12,86 | 0,0117 | 5,08 | 12,35 | 0,0272 | |
| | | 5,70 | 11,49 | 0,0292 | 5,57 | 12,50 | 0,0306 | 5,57 | 10,84 | 0,0374 | |
| 8 | 20,58 | 4,49 | 11,71 | 0,0273 | 4,39 | 12,54 | 0,0107 | 4,95 | 11,59 | 0,0742 | |
| | | 5,12 | 11,01 | 0,0302 | 5,03 | 11,57 | 0,0223 | 5,03 | 10,32 | 0,0737 | |
| 9 | 23,31 | 3,96 | 8,96 | 0,0236 | 4,09 | 12,00 | 0,0092 | 4,09 | 11,26 | 0,1375 | |
| | | 4,56 | 10,00 | 0,0284 | 4,49 | 11,49 | 0,0235 | 4,49 | 10,20 | 0,1090 | |
| 10 | 26,04 | 3,41 | 7,11 | 0,0218 | 3,59 | 11,63 | 0,0097 | 3,59 | 9,42 | 0,2585 | |
| | | 4,00 | 8,96 | 0,0257 | 3,94 | 10,72 | 0,0200 | 3,94 | 9,00 | 0,1800 | |
| 11 | 28,82 | 2,87 | 3,65 | 0,0206 | 3,10 | 9,76 | 0,0085 | 3,10 | 7,48 | 0,2763 | |
| | | 3,44 | 6,64 | 0,0265 | 3,40 | 8,94 | 0,0173 | 3,40 | 7,53 | 0,1912 | |
| 12 | 30,23 | | | 0,0206 | | | 0,0085 | | | 0,2763 | |
| | | | | 0,0265 | | | 0,0173 | | | 0,1912 | |
| $L(x=1,9 \text{ m})=0,0844 \text{ [mg} \cdot \text{dm}^{-2}]$ | | | | $L(x=1,9 \text{ m})=0,1538 \text{ [mg} \cdot \text{dm}^{-2}]$ | | | | $L(x=1,9 \text{ m})=0,1964 \text{ [mg} \cdot \text{dm}^{-2}]$ | | | |
| $L(x=3,0 \text{ m})=0,0904 \text{ [mg} \cdot \text{dm}^{-2}]$ | | | | $L(x=3,9 \text{ m})=0,1673 \text{ [mg} \cdot \text{dm}^{-2}]$ | | | | $L(x=3,9 \text{ m})=0,1705 \text{ [mg} \cdot \text{dm}^{-2}]$ | | | |

Les pollutions ont été simulées par la solution de la rodamine B en concentration $2,1 \div 2,7 \text{ [Gdm}^{-3}]$. L'indicateur a été amené par le rejet à pointe situé au bord profond (les expériences A et B) ou peut profond (l'expérience C). Le débit constant de l'indicateur de $0,247$ à $0,344 \text{ [cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$ a été mesuré à l'aide d'un étalonnage volumétrique.

Les échantillons de l'eau on a pris aux onze verticales dans chaque section transversale, deux fois aux cinq points de la verticale. Les concentrations de la rodamine ont été mesurées avec précision de $10^{-4} \text{ [mg} \cdot \text{dm}^{-3}]$ à l'aide d'un colorimètre spectral „Specol” équipé d'un appareil pour mesurer la fluorescence.

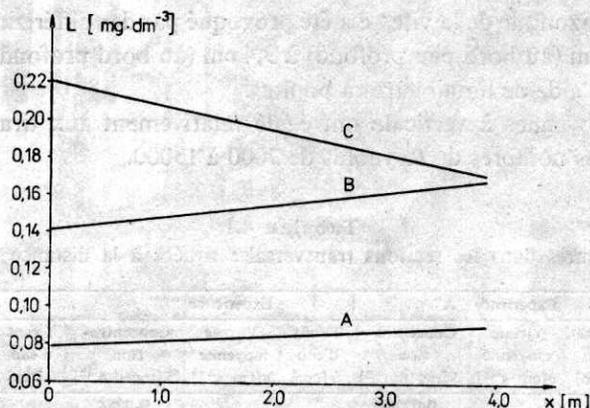


Fig. 4.1. Influence de la distance de la section droite au rejet de l'indicateur sur la grandeur du champ de concentrations

Les vitesses d'écoulement ont été mesurées à l'aide d'un micromoulinet hydrométrique en même temps et dans les mêmes points où on a mesuré les concentrations.

Les mesures de la vitesse et des concentrations de la rodamine ont été effectuées dans deux sections transversales situées à la distance 1,9 m et 3,9 m du rejet de l'indicateur (Tabl. 4.1). On a défini le champ de concentrations (L) de la rodamine sous la forme

$$L = 0,5 \sum_{n=1}^{12} (S_n + S_{n-1})(y_n - y_{n-1}). \quad (4.1)$$

Les résultats des expériences A et B (le gradient négatif de la vitesse) permettent de constater que le champ des concentrations a augmenté de 14% (l'expérience A) à 18% (l'expérience B) sur la distance 3,9 m, entre le rejet d'indicateur et la section des mesures (Tabl. 4.1, Fig. 4.1).

Dans le cas du gradient positif de vitesse (l'expérience C) le champ de concentrations a diminué de 23% sur la même distance (Tabl. 4.1, Fig. 4.1).

5. Conclusion

Le modèle de la répartition verticale de la vitesse d'écoulement bidirectionnel en rivière dépend de la répartition verticale du coefficient de la viscosité turbulente, d'une manière significative. Le changement du coefficient constant à une répartition linéaire et ensuite exponentielle détermine l'augmentation essentielle du maximum des vitesses dans la zone de reflux et d'abaissement des vitesses dans la zone d'afflux. En même temps il diminue l'épaisseur de la zone d'afflux.

Il faut prendre en considération dans les modèles mathématiques de transfert et de diffusion des polluants dans les écoulements bidirectionnels en rivières les changements mentionnés ci-dessus.

Les gradients de la vitesse de l'écoulement et du coefficient de diffusion turbulente qui se forment pendant des écoulements bidirectionnels exercent une influence remarquable sur le champ de concentrations des polluants. On peut constater en base des résultats des calculs et des expériences que la loi de continuité du champ de concentrations dans les sections transversales n'est pas obligatoire en présence des gradients de la vitesse. Le gradient négatif de la vitesse détermine l'augmentation du champ de concentrations en accroissement de la distance de la section des calculs au rejet des polluants. Le gradient positif produit une diminution du champ de concentrations.

Les gradients du coefficient de la diffusion $D(y)$ n'exercent aucune influence sur la grandeur du champ de concentrations, mais déterminent le changement du diagramme de concentrations. Le gradient négatif augmente le maximum des concentrations et diminue le rayon d'action du courant diffusif. Le gradient positif de coefficient $D(y)$ détermine les effets inverses.

BIBLIOGRAPHIE

1. A. M. ABBOTT: Computational hydraulics. Pitman, London 1979.
2. J. BOZAR: Model rozprzestrzeniania zanieczyszczeń w zbiorniku wodnym, na przykładzie jeziora Miedwie. Archiwum Ochrony Środowiska, Nr 3 - 4, 1983.
3. M. CALIER: Hydraulique générale et appliquée. Eyrolles, Paris 1972.
4. G. KULLENBERG: Vertical diffusion in shallow water. Tellus XXII. Inst. of Phys. Ocean. Univ. of Copenhagen, 1971.
5. J. C. NIHOUL, F. C. RONDAY: Modèles d'un estuaire partiellement stratifié. Recherche et technique au service de l'environnement. Université de Liege. Editions Cebedoc, SPRL, 1977.
6. A. K. RASTOGI, W. RODI: Predictions of heat mass transfer in open channels. J. on the Hydr. Div. HY3, 1978.
7. A. WHITTEN, J. THOMAS: Steady wind-driven currents in large lake with depth-dependent. J. of Phys. Ocean. v. 6, N3, 1976.

Metody obliczeń prędkości przepływu i dyspersji zanieczyszczeń w przepływie dwukierunkowym w rzece

Streszczenie

W opracowaniu przedstawiono opisy matematyczne prędkości przepływu dwukierunkowego w rzece, z uwzględnieniem trzech rozkładów pionowych współczynnika lepkości burzliwej: stałego, z gradientem liniowym i zmiennego według funkcji wykładniczej. Analiza opisów wykazała, że model pionowego rozkładu prędkości zależy znacząco od przyjętego rozkładu współczynnika lepkości. Przejście od stałego współczynnika do zmiennego liniowo i wykładniczo powoduje wzrost prędkości w warstwie odpływu oraz zmniejszenie prędkości i grubości warstwy napływu.

Testowanie przedstawionych modeli transportu i dyfuzji burzliwej zanieczyszczeń wykazało, że gradienty prędkości przepływu i współczynnika dyfuzji burzliwej, charakterystyczne dla przepływów dwukierunkowych oddziałują znacząco na skalarnie pole stężeń zanieczyszczeń. Przy występowaniu gradientu prędkości nie spełniony jest warunek zachowania wielkości pola stężeń w płaskich przekrojach poprzecznych, obowiązujący w strumieniu bez gradientu prędkości. Wielkość pola stężeń w przekrojach wzrasta wraz z odległością od źródła zanieczyszczeń, przy ujemnym i maleje przy dodatnim gradientie

prędkości. Gradient współczynnika dyfuzji burzliwej nie narusza warunków zachowania wielkości pola stężeń, powoduje natomiast wzrost przy gradiencie ujemnym i zmniejszenie przy dodatnim maksymalnych skalarów stężeń i stromości wykresu stężeń.

Przedstawione wyniki badań, przeprowadzonych na modelu hydraulicznym strumienia z gradientem prędkości przepływu potwierdziły wnioski, wynikające z testowania modeli matematycznych i dotyczące zmian wielkości pola stężeń wskaźnika w płaskich przekrojach, w zależności od rodzaju gradientu i odległości przekroju od wylotu wskaźnika.

Методы вычислений скорости течения и дисперсии загрязнений в двустороннем течении реки.

Резюме

В работе представлено математическое описание скорости двустороннего течения в реках с учетом трех вертикальных разложений коэффициента турбулентной вязкости: постоянного с линейным градиентом и переменного по показательной функции. Анализ описаний показал что модель вертикального разложения скорости в значительной степени зависит от принятого разложения коэффициента вязкости. Переход от постоянного коэффициента к переменному линейно и показательно вызывает увеличение скорости в слое отлива, а также уменьшение скорости и толщины слоя прилива.

Проверка представленных моделей транспорта и турбулентной диффузии загрязнений показала, что градиенты скорости течения и коэффициента турбулентной диффузии, характерны для двусторонних течений, в значительной степени воздействуют на скалярное поле концентрации загрязнений. При проявлении градиента скорости не выполняется условия сохранения величины поля концентрации в плоских поперечных сечениях, действующих в потоках без градиента скорости. Величина поля концентрации в сечениях возрастает вместе с расстоянием от источника прилива загрязнений при отрицательном и уменьшается при положительном градиенте скорости. Градиент коэффициента турбулентной диффузии не нарушает условий сохранения величины поля концентрации, а вызывает увеличение при градиенте отрицательном и уменьшение при положительном максимальных скаляров концентрации и наклонности диаграммы концентрации.

Представленные результаты исследований, которые были проведены на гидравлической модели потока с градиентом скорости течения, подтвердили выводы, вытекающие из проверки математической модели и касающиеся изменений величины поля концентрации индикатора в плоских сечениях, в зависимости от рода градиента и расстояния сечения от выхода индикатора.