

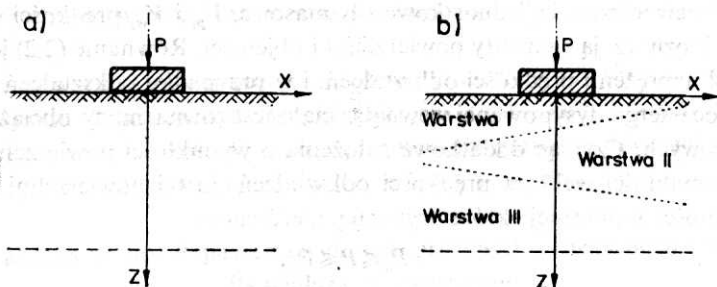
ANTONI FLORKIEWICZ

Poznań

## Zastosowanie podejścia kinematycznego do oceny nośności granicznej podłoża uwarstwionego

### 1. Wstęp

Jednym z ważniejszych problemów inżynierskich mechaniki gruntów jest nośność graniczna podłoża gruntowego, i choć podstawowe zadanie, jakim jest wciskanie płaskiego sztywnego stempla w jednorodną sztywno-idealnie plastyczną półprzestrzeń, należy do najwcześniej rozwiązanych [5, 18], to jednak do tej pory brak jest analogicznych rozwiązań dla podłoża uwarstwionego\* (por. rys. 1a i 1b). Próba rozwiązania tego zadania metodą charakterystyk są między innymi prace J. RYCHLEWSKIEGO [20], A. S. STROGANOWA [22], J. MANDELA i J. SALEŃCONA [12]. Zadowolające rozwiązanie uzyskano jedynie dla szczególnego przypadku uwarstwienia, kiedy to warstwa ośrodka spoczywa na horyzontalnie zalegającym nieodkształcalnym podłożu [12]\*\*.



Rys. 1. a – stempel na podłożu jednorodnym, b – stempel na podłożu uwarstwowym

Dr inż. A. FLORKIEWICZ, Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Poznańskiej, ul. Piotrowo 5, 61-138 Poznań.

\* Przez pojęcie podłoża uwarstwowego należy rozumieć podłoża niejednorodne, w którym parametry materiałowe zmieniają się w sposób skokowy między obszarami jednorodnymi.

\*\* J. SALEŃCÓN i M. MOTAR uzyskali również ściśle rozwiązanie dla stempla okrągłego [21].

Trudności spowodowane brakiem ścisłych rozwiązań analitycznych jak i numerycznych, sprawiły, że w praktyce inżynierskiej w ocenie nośności granicznej podłoża uwarstwionego korzysta się jedynie z formuł empirycznych (zob. [4, 11, 13, 16, 17]), bądź przybliżonych metod inżynierskich (zob. [2, 8, 15, 19, 23]), przy czym wymienione sposoby obliczeń dotyczą jedynie podłoża o horyzontalnym układzie warstw.

W niniejszej pracy opierając się na metodach stanów granicznych, a w szczególności na metodzie analizy kinematycznej, pokazano możliwości rozwiązania zadania statycznego wciskania płaskiego sztywnego stępła w dowolnie uwarstwioną półprzestrzeń. Omówiono zastosowaną metodę obliczeń oraz sposoby budowy kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia dla podłoża wielowarstwowego, w ramach sztywno-idealnie plastycznego modelu ośrodka. Na drodze obliczeń numerycznych rozwiązano szereg przykładów, określając nośność graniczną podłoża uwarstwionego oraz podając rozwiązanie w zakresie kinematyki. Wyniki przykładowych obliczeń porównano z rezultatami badań doświadczalnych.

## 2. Założenia dotyczące metody obliczeń

Przyjęcie sztywno-idealnie plastycznego modelu podłoża oraz stowarzyszonego z warunkiem plastyczności  $f(\sigma_{ij})$  prawa płynięcia w postaci

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \lambda \geq 0, \quad (2.1)$$

gdzie  $\sigma_{ij}$  jest tensorem naprężenia,  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  — tensorem prędkości odkształcenia, a  $\lambda$  dodatnim mnożnikiem, pozwala na podstawie zasady mocy przygotowanych na sformułowanie i korzystanie z twierdzeń o dolnej i górnej ocenie wartości obciążenia granicznego [1, 6]. Zasada mocy przygotowanych wyraża się równaniem

$$\int_s P_i V_{pi} ds + \int_v w_i V_{wi} dv = \int_v \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dv, \quad (2.2)$$

gdzie  $P_i$  to siły zewnętrzne,  $w_i$  jednostkowe siły masowe,  $V_{pi}$  i  $V_{wi}$  prędkości w kierunkach  $P_i$  i  $w_i$ , a  $ds$  i  $dv$  oznaczają elementy powierzchni i objętości. Równanie (2.2) jest ważne dla dowolnych pól naprężeń i prędkości odkształceń, i w przypadku odkształceń plastycznych oznacza, że moc energii dysypowanej wewnątrz ciała jest równa mocy obciążeń zewnętrznych i sił masowych. Czyniąc dodatkowe założenia o wypukłości powierzchni granicznej  $f(\sigma_{ij})$  oraz normalności wektora prędkości odkształceń do tej powierzchni, dowodzi się twierdzeń nośności granicznej, które wyrażają nierówność

$$P_s \leq P \leq P_k, \quad (2.3)$$

w której  $P$  jest rzeczywistą wartością aktywnego obciążenia zewnętrznego,  $P_s$  — oceną dolną wynikającą ze statycznie dopuszczalnego pola naprężenia, a  $P_k$  — oceną górną wyznaczoną z kinematycznie dopuszczalnego pola prędkości.

Przez statycznie dopuszczalne pole naprężeń należy rozumieć pole  $\sigma_{ij}^s$  spełniające różniczkowe równania równowagi wewnętrznej, warunek  $f(\sigma_{ij}^s) \leq 0$  oraz naprężeniowe warunki brzegowe. Kinematycznie dopuszczalne pole prędkości  $V_i^k$  zgodne jest z prawem płynięcia (2.1), spełnia z definicji kinematyczne warunki brzegowe, zapewnia spełnienie wa-

runku ciągłości ośrodka oraz dodatnią pracę sił zewnętrznych. Można wykazać, że obie oceny  $P_s$  i  $P_k$  spełniają równanie (2.2), a w przypadku ich równości otrzymuje się ściśle (zupełne) rozwiązanie stanu równowagi granicznej. Szczegółowe omówienie metod teorii stanu granicznego zawierają monografie [1, 6, 7].

W celu otrzymania górnej oceny wartości obciążenia granicznego, należy zbudować pole kinematycznie dopuszczalne, określające mechanizm zniszczenia zgodnie z prawem płynięcia (2.1). Mechanizmy te można budować zakładając, że w podłożu powstaje układ sztywnych bloków (pól) ślizgających się po sobie. Powierzchnie poślizgu należy traktować jako powierzchnie nieciągłości prędkości, wzdłuż których składowe wektora prędkości  $V$  doznają skoku o wartość  $[V_n]$  i  $[V_t]$ . Po przyjęciu warunku stanu granicznego w postaci

$$f(\tau_n, \sigma_n) = |\tau_n| - \sigma_n \operatorname{tg} \varphi - c, \quad (2.4)$$

gdzie  $c$  i  $\varphi$  są parametrami wytrzymałościowymi, ze stowarzyszonego prawa płynięcia wynika, że

$$[V_n] = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_n} = -\lambda \operatorname{tg} \varphi, \quad [V_t] = \lambda \frac{\partial f}{\partial \tau_n} = \lambda, \quad (2.5)$$

co oznacza, że wektor nieciągłości  $[V]$  propagujący się wzdłuż powierzchni poślizgu musi być odchylony od niej o kąt  $\varphi$ .

Parametry geometryczne pola prędkości wyznacza się analitycznie, numerycznie lub graficznie. Ten ostatni sposób polega na budowaniu planu prędkości (hodografu) w ten sposób, że odwzorowuje się punkty płaszczyzny fizycznej na tzw. płaszczyźnie hodografu, gdzie prędkość punktów płaszczyzny fizycznej odmierza się jako wektory, od przyjętego bieguna do punktów odwzorowujących. Ogólne zasady budowy hodografu prędkości podano w pracy [6].

Znając prędkości poszczególnych pól  $V_i$  oraz skoki prędkości  $[V_i]$  pomiędzy nimi, łatwo można wyznaczyć poszczególne moce rozwijane w procesie odkształcenia. Jednostkową moc dysypowaną wzdłuż linii poślizgu wyznacza się wzorem

$$D_i^1 = c [V_i] \cos \varphi, \quad (2.6)$$

a całkowita dysypacja wewnętrzna, równa jest mocy dysypowanej wzdłuż wszystkich powierzchni poślizgu.

Poszukiwaną wartość górnej oceny obciążenia granicznego  $P_k$  oblicza się bezpośrednio z równania bilansu (2.2), traktując związek (2.2) jako funkcjonal parametrów geometrycznych pola prędkości, a wartość  $P_k$  jako jego minimum globalne. Szczegółowe omówienie metody analizy kinematycznej można znaleźć w monografiach [1, 3, 6, 7].

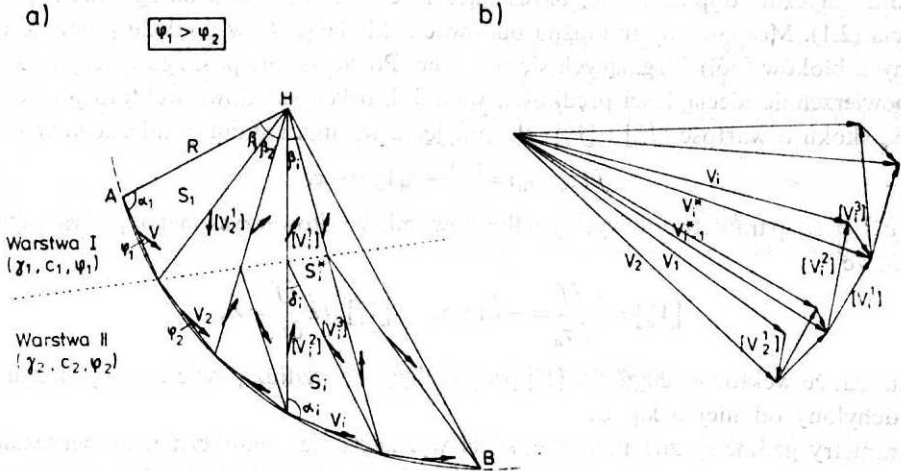
### 3. Budowa kinematycznie dopuszczalnych pól prędkości i mechanizmów odkształcenia dla podłoża uwarstwionego

(1.6)

Przy rozwiązaniu zadania nośności granicznej podłoża uwarstwionego, zagadnieniem podstawowym jest konstrukcja mechanizmu odkształcenia (zniszczenia) opartego na kinematycznie dopuszczalnym polu prędkości\*. Poszukiwane pole prędkości powinno z jednej

\* Próbę rozwiązania tego zagadnienia dla prostych przypadków uwarstwienia skarpy przeprowadził K. Karal [9, 10].

strony, spełniać warunki podane w pkt. 2, dotyczące jego dopuszczalności, oraz dodatkowo uwzględniać skokową zmianę wartości parametru  $\varphi$  (kąta dylatacji) w podłożu; z drugiej zaś strony, parametry geometryczne pola prędkości i sposób jego budowy muszą zapewniać możliwość ustalenia, w toku obliczeń numerycznych, kształtu najniekorzystniejszej powierzchni poślizgu\*.



Rys. 2. Mechanizm odkształcenia (a) i odpowiadający mu hodograf (b) dla podłoża dwuwarstwowego; przypadek  $\varphi_1 > \varphi_2$

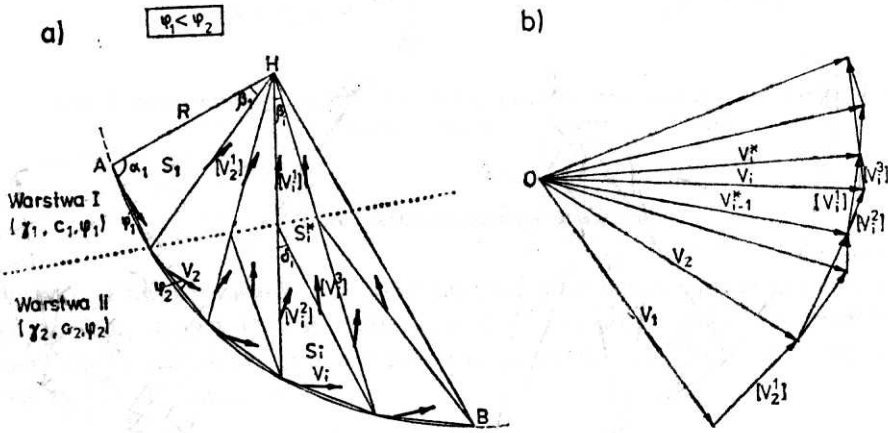
Obecnie pokażemy sposób budowy mechanizmów odkształcenia opartych na polach prędkości, spełniających wcześniej wymienione warunki. Na rys. 2a pokazano pewną, dowolną powierzchnię (linię) nieciągłości prędkości  $AB$  przecinającą ośrodek zbudowany z dwóch warstw o różnych wartościach parametrów  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$ , przy czym  $\varphi_1 > \varphi_2$ . Mechanizm odkształcenia obszaru  $HAB$  zbudowano ze sztywnych bloków (pól), po uprzednim aproksymowaniu krzywej  $AB$  prostą odcinkowo łamaną. Kształt geometryczny pól  $S_i$  i  $S_i^*$  jest określony promieniem  $R$  oraz kątami  $\alpha_i, \beta_i, \delta_i$ . Zakładając, że obszar po wypukłej stronie krzywej  $AB$  jest nieruchomy, wektory prędkości poszczególnych pól  $V_i, V_i^*$ , oraz wektory skoków prędkości pomiędzy polami  $[V_i^1], [V_i^2], [V_i^3]$ , można wyznaczyć określając ich kierunki i zwroty jako funkcje znanych parametrów  $\alpha_i, \beta_i, \delta_i, \varphi_1, \varphi_2, R$ , oraz dodatkowo rozwiązując układ równań wektorowych.

$$\begin{aligned}
 V_1 &= 1 \\
 V_2 &= V_1 + [V_2^1], \\
 &\vdots \\
 V_i^* &= V_{i-1}^* + [V_i^1], \\
 V_i &= V_{i-1} + [V_i^2], \\
 [V_i^1] &= [V_i^2] + [V_i^3].
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

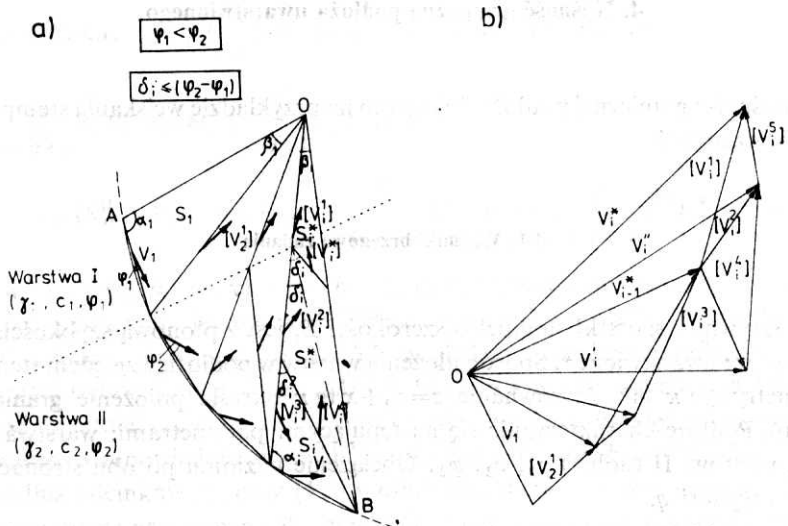
\* Chodzi oczywiście o taki kształt powierzchni poślizgu, której realizacja w konkretnym zadaniu inżynierskim związana jest z minimalną dysypacją energii.

Plan wektorów prędkości w obszarze  $HAB$ , wyznaczony metodą graficzną, pokazano na rys. 2b.

Przypadkowi  $\varphi_1 < \varphi_2$  odpowiada mechanizm odkształcenia i plan prędkości przedstawiony na rys. 3. Porównując rysunki 2 i 3 łatwo zauważyć, że wektory skoku prędkości  $[V_i^3]$  różnią się kierunkami, a mechanizm przedstawiony na rys. 3a dla  $\delta_i \leq (\varphi_2 - \varphi_1)$  jest kinematycznie niedopuszczalny. W tym ostatnim przypadku wystarczy podzielić pole  $S_i$  na pole  $S_i'$  i  $S_i''$  jak to pokazano na rys. 4a, co zapewnia kinematyczną dopuszczalność me-



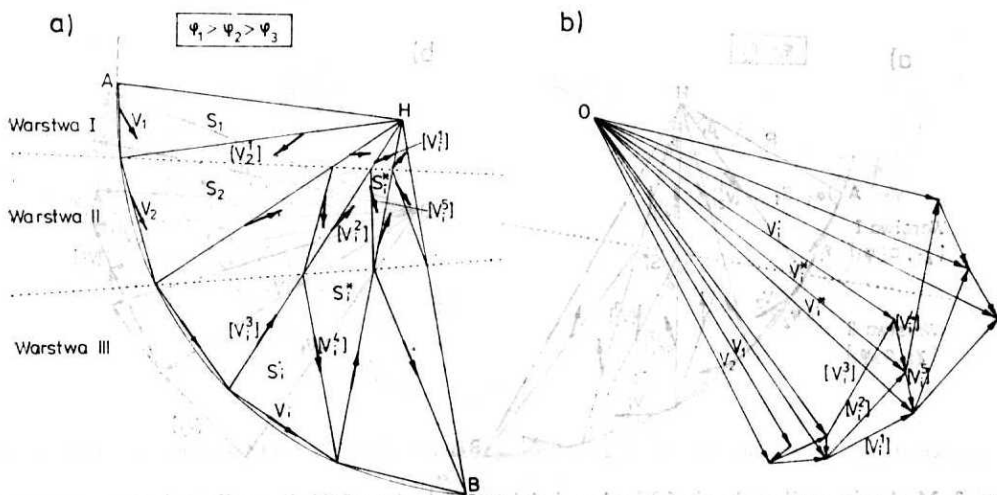
Rys. 3. Mechanizm odkształcenia (a) i odpowiadający mu hodograf (b) dla podłoża dwuwarstwowego; przypadek  $\varphi_1 < \varphi_2$



Rys. 4. Mechanizm odkształcenia (a) i odpowiadający mu hodograf (b); przypadek  $\varphi_1 < \varphi_2$  oraz  $\delta_i \leq (\varphi_2 - \varphi_1)$

chanizmu odkształcenia i pozwala na konsekwentne zbudowanie hodografu dla całego obszaru  $HAB$  (zob. rys. 4b).

Analogiczny sposób podziału obszarów  $S_i$  można stosować przy konstruowaniu kinematycznych mechanizmów odkształcenia dla podłoża wielowarstwowego (zob. rys. 5). Należy podkreślić, że położenie punktu  $H$ , wyznaczającego granicę analizowanego obszaru deformacji, nie wpływa na sposób konstruowania przedstawionych rozwiązań.



Rys. 5. Mechanizm odkształcenia (a) i odpowiadający mu hodograf (b) dla podłoża wielowarstwowego

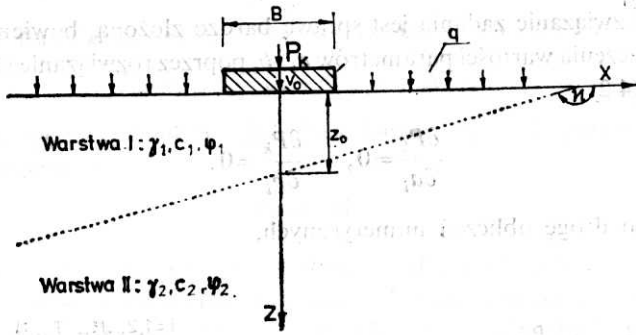
#### 4. Nośność graniczna podłoża uwarstwowanego

Oceny nośności granicznej podłoża dokonano na przykładzie wciskania stępła w uwarstwowaną półprzestrzeń.

##### 4.1. Warunki brzegowe zadania

Płaski, sztywny i szorstki stempel o szerokości  $B$ , jest z pionową szybkością  $V_0$  wciskany w podłoże uwarstwowane\*. Sposób ułożenia warstw w podłożu względem stępła określają parametry  $z_0$  i  $\kappa$  tak, że równanie  $z = z_0 + x \operatorname{tg} \kappa$  określa położenie granicy warstw (zob. rys. 6). Podłoże charakteryzuje się następującymi parametrami: warstwa I (górna)  $\gamma_1, c_1, \varphi_1$ , warstwa II (dolna)  $\gamma_2, c_2, \varphi_2$ . Obciążenie naziomu po obu stronach stępła jest równe i wynosi  $q$ .

\* Obciążenie na stempel realizowane jest w sposób statyczny — wciskanie odbywa się z możliwością nieskrępowanych poziomych przemieszczeń stępła.



Rys. 6. Płaski, sztywny i szorstki stempel na podłożu uwarstwowionym o niehoryzontalnym ułożeniu warstw

#### 4.2. Górna ocena obciążenia granicznego

Biorąc pod uwagę warunki brzegowe zadania, jako mechanizm zniszczenia przyjęto mechanizm jednostronny typu Prandtla (rys. 7). Górną ocenę obciążenia granicznego  $P_k$  wyznacza się z zależności (2.2) biorąc pod uwagę związki (2.4)-(2.6) i (3.1). Wartość obciążenia  $P_k$  określa równanie

$$\begin{aligned}
 P_k = & \frac{1}{V_0} [c_1 \cos \varphi_1 (\sum_{i=1}^M a_i V_i + \sum_{i=T+1}^N a_i V_i + \sum_{i=1}^M b_i [V_{i+1}^1]) + \sum_{i=M+1}^{T-1} (b_i - h_i) [V_{i+1}^1] + \\
 & + \sum_{i=T}^N b_i [V_{i+1}^1]) + c_2 \cos \varphi_2 (\sum_{i=M+1}^T a_i V_i + \sum_{i=M+1}^{T-1} h_i [V_{i+1}^2] + \sum_{i=M+2}^T r_i [V_i^3]) + \\
 & - q b_N V_N \cos \theta_N - \gamma_1 (\sum_{i=1}^M S_i V_i \cos \theta_i + S_{M+1}^I V_{M+1} \cos \theta_{M+1}) + \\
 & + \sum_{i=M+2}^T V_i^* S_i^{*I} \cos \theta_i^* + \sum_{i=T+1}^N S_i V_i \cos \theta_i) + \\
 & - \gamma_2 (S_{M+1}^{II} V_{M+1} \cos \theta_{M+1} + \sum_{i=M+2}^T S_i V_i \cos \theta_i + \sum_{i=M+2}^T S_i^{*II} V_i^* \cos \theta_i^*)], \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

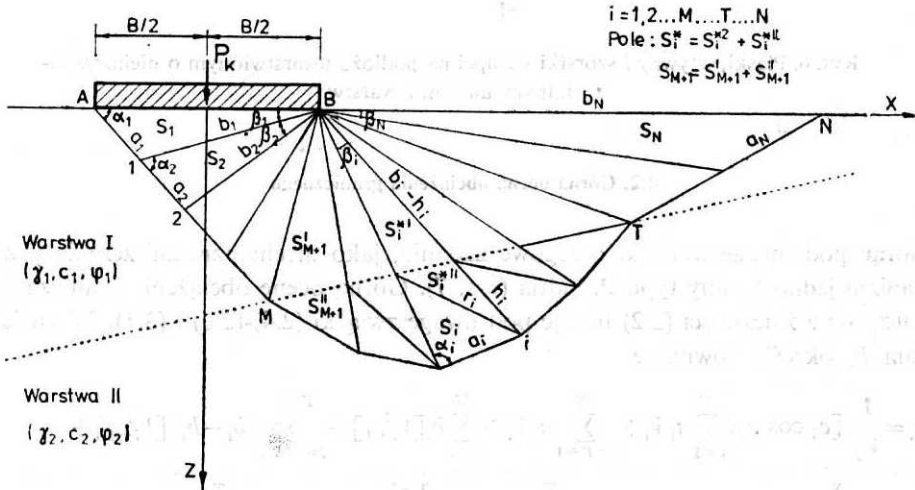
w którym  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $h_i$  ( $a_i$ ,  $b_i$ ,  $z_0$ ,  $\kappa$ ),  $r_i$  ( $a_i$ ,  $b_i$ ,  $z_0$ ,  $\kappa$ ) są parametrami geometrycznymi określającymi podział podłoża w obszarze  $AMTNB$  na sztywne pola  $S_i$  i  $S_i^*$  (zob. rys. 7),  $V_i$  oraz  $V_i^*$  są miarami wektorów prędkości pól  $S_i$  i  $S_i^*$ , względem nieruchomego obszaru położonego po zewnętrznej stronie linii poślizgu  $AMTN$ , których kierunki wyznaczają kąty  $\theta_i$  i  $\theta_i^*$ , odłożone od dodatniej części osi  $z$ . Skoki wektorów prędkości pomiędzy sztywnymi polami  $S_i$  i  $S_i^*$  oznaczono odpowiednio przez:  $[V_i^1]$  – wzdłuż odcinków  $b_i$  lub  $(b_i - h_i)$  – w warstwie I,  $[V_i^2]$  – wzdłuż odcinków  $h_i$ , oraz  $[V_i^3]$  wzdłuż odcinków  $r_i$  – w warstwie II.

Obliczenie oporu granicznego  $P_k$ , przy najniekorzystniejszym położeniu linii  $AMTN$ , wiąże się z potraktowaniem zależności (4.1) jako funkcjonu zmiennych niezależnych parametrów  $a_i$ ,  $b_i$ , i ze znalezieniem jego globalnego minimum.

Analityczne rozwiązanie zadania jest sprawą bardzo złożoną, bowiem wiąże się z koniecznością wyznaczenia wartości parametrów  $a_i$  i  $b_i$  poprzez rozwiązanie skomplikowanego układu równań (4.2)

$$\frac{\partial P_k}{\partial a_i} = 0, \quad \frac{\partial P_k}{\partial b_i} = 0. \quad (4.2)$$

W pracy wybrano drogę obliczeń numerycznych.



Rys. 7. Stempel na podłożu uwarstwowionym – założony mechanizm odkształcenia

#### 4.3. Analiza numeryczna zadania

Biorąc pod uwagę własności funkcjonału (4.1) oraz szereg ograniczeń nałożonych na parametry  $a_i$ ,  $b_i$ , wynikających z warunków kinematycznej dopuszczalności mechanizmu zniszczenia, przyjęto następujący tok postępowania. W celu zrationalizowania obliczeń za niezależne parametry geometryczne przyjęto

$$\alpha_i = \alpha_i(a_i, b_i), \quad \beta_i = \beta_i(a_i, b_i), \quad (4.3)$$

(zob. rys. 8), które w zadaniu mogą zmieniać się skokowo, z pewnym ustalonym krokiem  $\Delta$ . Wartości parametrów  $\beta_i$  ustala się wstępnie, przyjmując  $\beta = \pi/N^* = \text{const}$ .

Po wyznaczeniu położenia punktów C i D powtórnie określa się parametry  $\beta_i$  wprowadzając dodatkowy podział kątów  $\beta_M$ ,  $\beta_T$  (por. rys. 8a i 8b), oraz przyjmując  $N = N^* + 2$  tak, że

$$\beta_i = \frac{\pi}{N-2} \quad \text{dla} \quad \begin{cases} 1 \leq i < M \\ M+1 < i < T; & i = 1, 2, \dots, M, \dots, T, \dots, N \\ T+1 < i \leq N \end{cases} \quad (4.3a)$$



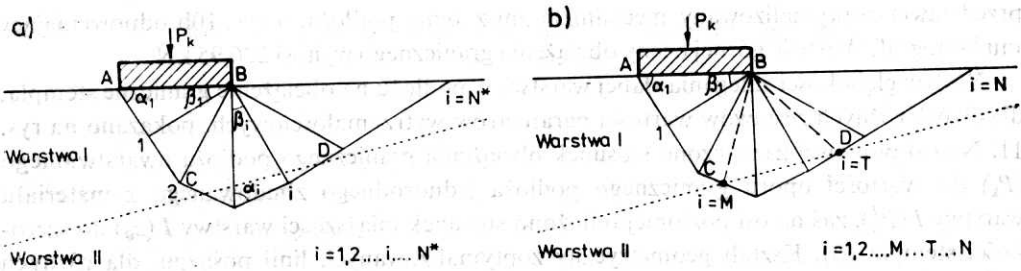
a wartości kątów  $\beta_M, \beta_{M+1}, \beta_T, \beta_{T+1}$  wynikają z położenia punktów  $C$  i  $D$ , przy czym

$$\beta_M + \beta_{M+1} = \beta_T + \beta_{T+1} = \pi/N - 2. \quad (4.3b)$$

Biorąc pod uwagę związki (4.2) i (4.3) funkcjonal (4.1) zależy jedynie od parametrów  $\alpha_1, \dots, \alpha_N$ , co oznacza, że

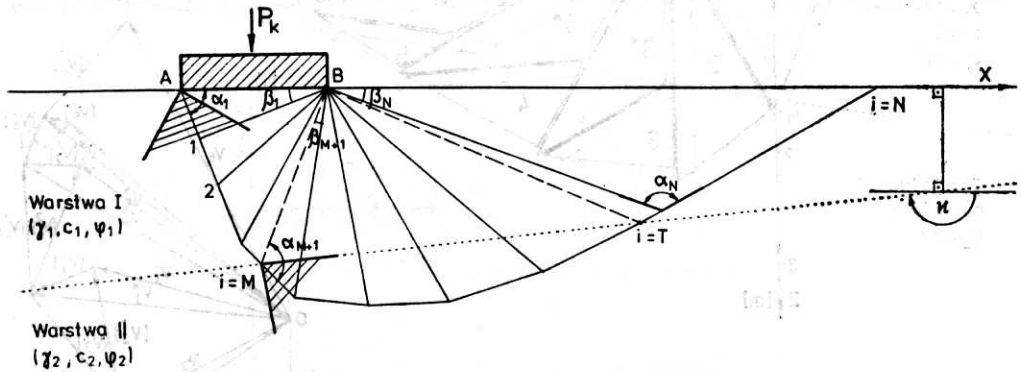
$$P_k : D \rightarrow R \quad (4.4)$$

gdzie  $D$  jest podzbiorem  $N$ -wymiarowej przestrzeni  $R^N$ , określonym warunkami kinematycznej dopuszczalności mechanizmu zniszczenia. Łatwo zauważyć, że jeżeli każdy parametr  $\alpha_i$  będzie przyjmował  $l$  wartości, to zbiór  $D$  będzie się składał z  $l^N$  elementów, a wyliczenie wartości  $P_k$  we wszystkich jego punktach, nawet przy niedużych wartościach  $N$  i  $l$



Rys. 8. Podział obszaru uplastycznionego na sztywne pole – pierwotny (a) i wtórny (b)

musi być związane z odpowiednio długim okresem obliczeń komputerowych. Zracjonalizowania czasu obliczeń dokonano stosując procedurę minimalizacyjną. Polegała ona na wyznaczeniu minimum globalnego funkcjonału (4.1) spośród wszystkich minimum lokalnych, obliczonych metodą gradientu, dla każdej możliwej kombinacji wartości para-



Rys. 9. Kształt geometryczny linii poślizgu – zakresy zmienności parametrów geometrycznych w procedurze minimalizacyjnej;  $i = 1, 2, \dots, M, \dots, T, \dots, N$ ;  $\alpha_1 \in (\varphi_1, \pi/2 + \varphi_1)$ ;  $\alpha_{M+1} \in (\sum_{i=1}^M \beta_i - \pi + \kappa, \alpha_M + \beta_M + |\varphi_1 - \varphi_2|)$ ;  $\alpha_N = 135^\circ - \beta_N + \varphi_1/2 = \text{const}$

metrów

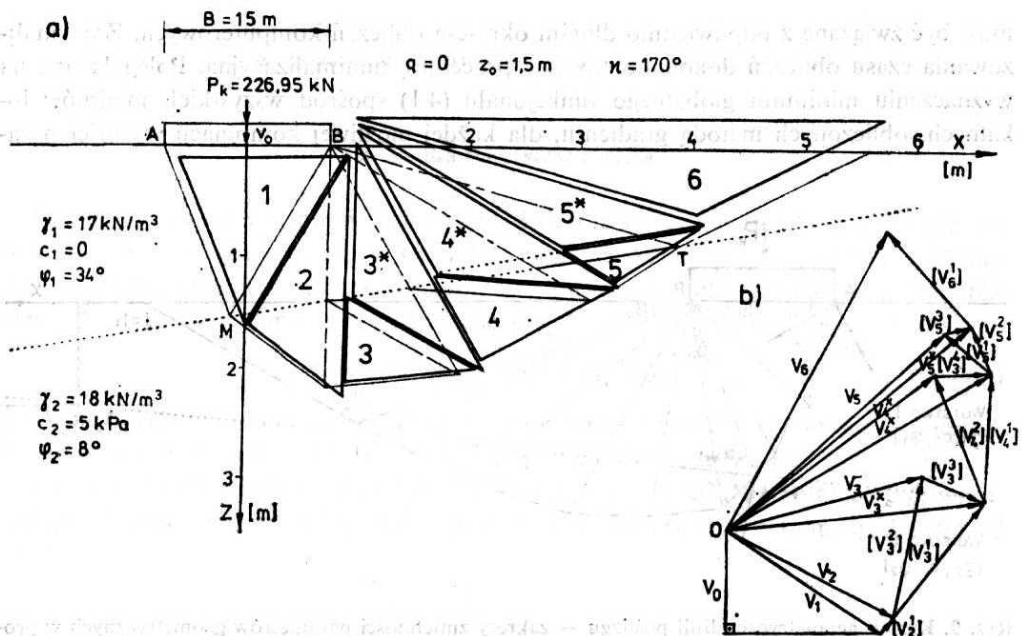
$$\alpha_1 \in \left( \varphi_1, \frac{\pi}{2} + \varphi_2 \right), \quad \alpha_{M+1} \in \left( \sum_1^M \beta_i - \pi + \kappa, \alpha_M + \beta_M + |\varphi_1 - \varphi_2| \right),$$

przy stałej wartości  $\alpha_N = 135^\circ - \beta_N + \varphi_1/2$  (zob. rys. 9).

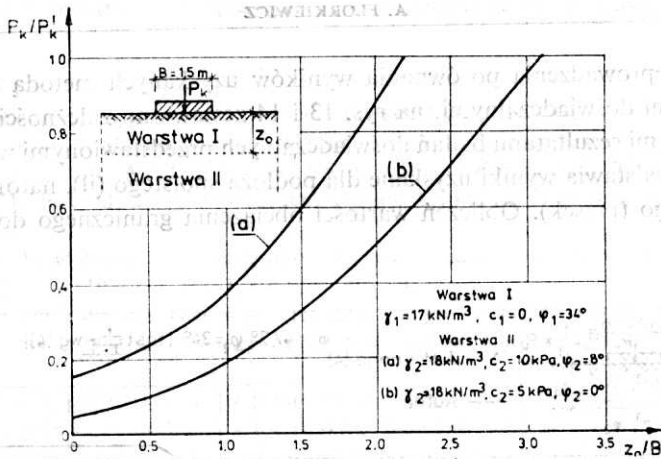
#### 4.4. Wyniki obliczeń i ich porównanie z danymi doświadczalnymi

Na rysunku 10 pokazano przykładowe rozwiązanie zadania o wciskaniu sztywnego stępła w podłoże zbudowane z warstw o niehoryzontalnym ułożeniu. Rysunek 10a przedstawia zoptymalizowany mechanizm zniszczenia podłoża, a rys. 10b odpowiadający mu hodograf. Wartość górnej oceny obciążenia granicznego wynosi 226,95 kN.

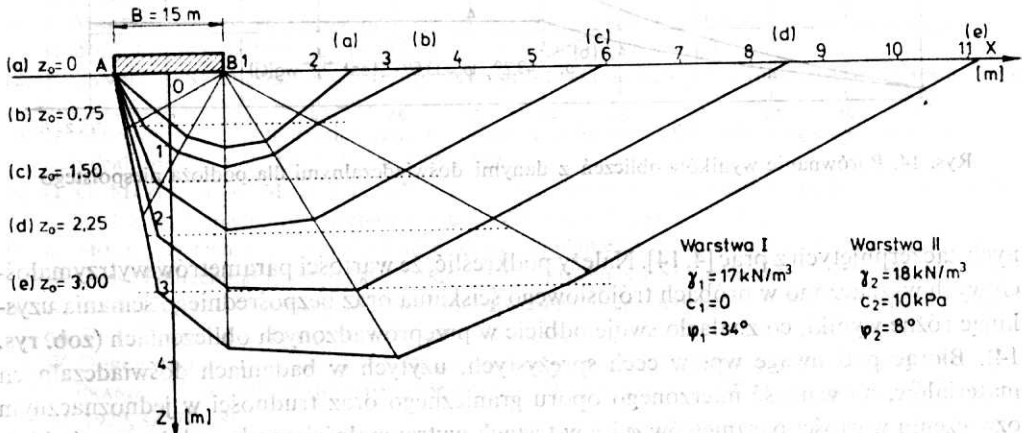
Wpływ głębokości zalegania słabej warstwy w podłożu na obciążenie graniczne stępła, dla dwóch różnych zestawów wartości parametrów wytrzymałościowych, pokazano na rys. 11. Na osi pionowej zaznaczono stosunek obciążenia granicznego podłoża uwarstwionego ( $P_k$ ) do wartości oporu granicznego podłoża jednorodnego zbudowanego z materiału warstwy I ( $P_k^I$ ), zaś na osi poziomej odłożono stosunek miąższości warstwy I ( $z_0$ ) do szerokości stępła ( $B$ ). Kształt geometryczny zoptymalizowanych linii poślizgu, dla różnych głębokości zalegania warstwy II, zamieszczono na rys. 12.



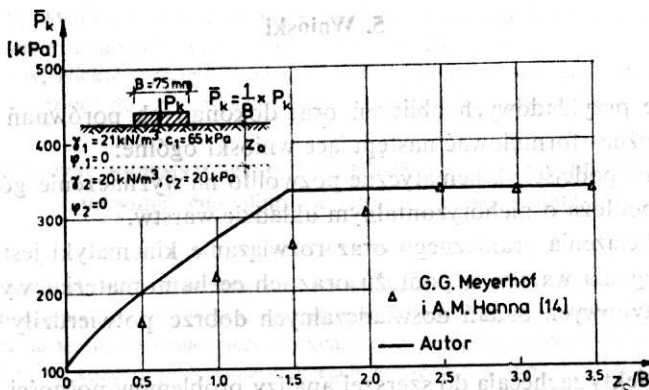
Rys. 10. Przykładowy, zoptymalizowany mechanizm odkształcenia oraz odpowiadający mu hodograf dla podłoża uwarstwionego o niehoryzontalnym ułożeniu warstw



Rys. 11. Wpływ zalegania słabej warstwy w podłożu na obciążenie graniczne stępła

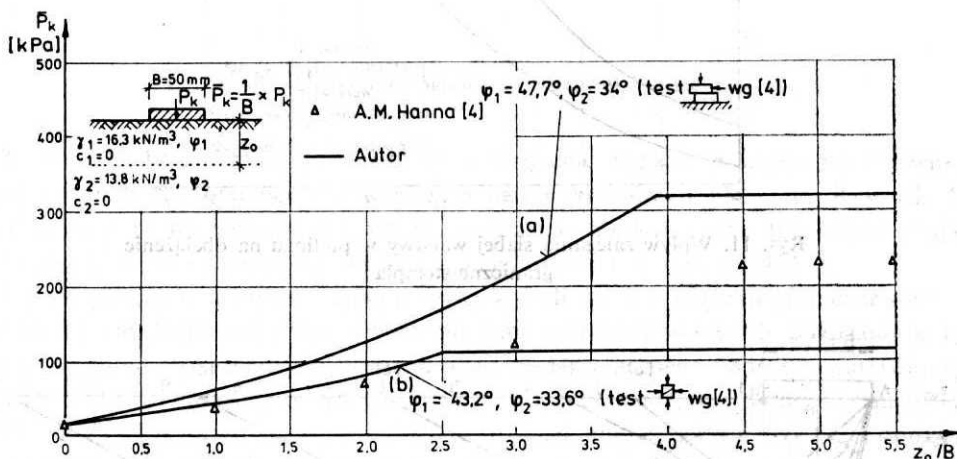


Rys. 12. Kształt geometryczny zoptymalizowanych linii posłizgu dla różnych głębokości zalegania słabej warstwy w podłożu



Rys. 13. Porównanie wyników obliczeń z danymi doświadczalnymi dla podłoża spójnego

W celu przeprowadzenia porównania wyników uzyskanych metodą analizy kinematycznej z danymi doświadczalnymi, na rys. 13 i 14 zestawiono zależności uzyskane przez autora z typowymi rezultatami badań doświadczalnych przedstawionymi w pracach [4, 14]. Rysunek 13 przedstawia wyniki uzyskane dla podłoża spoistego (ił), natomiast rys. 14 dla podłoża sypkiego (piasek). Obliczeń wartości obciążenia granicznego dokonano dla da-



Rys. 14. Porównanie wyników obliczeń z danymi doświadczalnymi dla podłoża niespoistego

nych zaczerpniętych z prac [4, 14]. Należy podkreślić, że wartości parametrów wytrzymałościowych wyznaczono w próbach trójosiowego ściskania oraz bezpośredniego ścinania uzyskując różne wyniki, co znalazło swoje odbicie w przeprowadzonych obliczeniach (zob. rys. 14). Biorąc pod uwagę wpływ cech sprężystych, użytych w badaniach doświadczalnych materiałów, na wartość mierzonego oporu granicznego oraz trudności w jednoznacznym oznaczeniu wartości parametrów  $\phi$  i  $c$  w testach wytrzymałościowych, należy uznać zbieżność uzyskanych wyników, na obu drogach (teoretycznej i doświadczalnej), za zadowalającą.

## 5. Wnioski

Na podstawie przykładowych obliczeń oraz dokonanych porównań z danymi doświadczalnymi można sformułować następujące wnioski ogólne:

1. Zastosowane podejście kinematyczne pozwoliło na wyznaczenie górnej oceny nośności granicznej podłoża o niehoryzontalnym układzie warstw.
2. Wartość obciążenia granicznego oraz rozwiązanie kinematyki jest ściśle związane ze sposobem zalegania warstw w podłożu oraz ich cechami materiałowymi.
3. Rezultaty typowych badań doświadczalnych dobrze potwierdziły otrzymane wyniki obliczeń.
4. Uzyskane efekty zachęcają do szerszej analizy problemów nośności granicznej podłoża uwarstwionego oraz ich wykorzystania w praktyce inżynierskiej.

## LITERATURA

1. W. E. CHEN, *Limit Analysis and Soil Plasticity*, Elsevier New York 1975.
2. M. GEORGIADIS, A. P. MICHALOPOULOS, Bearing capacity of gravity bases on layered soil, *Journ. Geotechn. Engin., Proc. ASCE*, Vol. 111, No. 6, ASCE, 1985, ss. 712 - 729.
3. P. GUSSMAN, *Die methode der Kinematischen elemente*, Institut für Grundbau und Bodenmechanik, Stuttgart 1986.
4. A. M. HANNA, Foundations on strong sand overlying weak sand, *Journ. Geotechn. Engin. Division, Proc. of ASCE*, Vol. 107, No. GT 7, 1981, ss. 916 - 927.
5. R. HILL, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Clarendon Press, Oxford 1950.
6. R. IZBICKI, Z. MRÓZ, *Metody nośności granicznej w mechanice gruntów i skał*, PWN, Warszawa - Poznań 1976.
7. R. IZBICKI, Stany graniczne ośrodków gruntowych i spękanych ośrodków skalnych, *Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej*, Wrocław 1983.
8. P. I. JAKOWLEW, *Niesuszczała sposobnost osnowanij portowych sooruzenij*, Transport, Moskwa 1978.
9. K. KARAL, Energy method for soil stability analyses, *Journ. Geotechn. Engin. Division, Proc. ASCE*, Vol. 103, No. GT 5, 1977, ss. 431 - 445.
10. K. KARAL, Application of energy method, *Journ. Geotechn. Engin. Division, Proc. ASCE*, Vol. 103, No. GT 5, 1977, ss. 381 - 397.
11. J. MADEJ, Nośność graniczna podłoża piaszczystego przewarstwionego gruntem słabym, *Arch. Hydrot.*, Cz. I, z. 1/1969, ss. 71 - 102, cz. II, z. 2/1969, ss. 269 - 289.
12. J. MANDEL, J. SALENÇON, Force portants d'un sol sur une assise rigide (étude théorique), *Géotechnique* 22, No. 1, 1972, ss. 79 - 93.
13. G. MAYERHOF, Ultimate bearing capacity of footings on sand layer overlying clay, *Canadian Geotechnical Journ.*, Vol. 11, 1974, ss. 223 - 229.
14. G. G. MAYERHOF, A. M. HANNA, Ultimate bearing capacity of foundations on layered soils under inclined load, *Canadian Geotechnical Journ*, Vol. 15, 1978, ss. 565 - 572.
15. E. MOTAK, Pewien sposób obliczania nośności fundamentu na podłożu uwarstwionym, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska*, z. 1, 1983, ss. 119 - 130.
16. A. MYSLIVEC, Die Grenztragfähigkeit Eines Zweischichtigen Baugrundes, *Proc., of the 4th Conf. on Soil Mechanics*, Budapest 1971, ss. 677 - 685.
17. W. ODROBIŃSKI, Badania nośności podłoża fundamentowego, *Arch. Hydrot.*, z. 4/1973, ss. 499 - 531.
18. L. PRANDTL, Über die Harte plastischer Körper, *Nachr. Kgl. Ges. Wiss. Göttingen, Meth. Phys. Kl.* 1920, ss. 74 - 85.
19. J. PRZYSTAŃSKI, Określanie nośności warstwowego podłoża gruntowego pod fundamentami posadowionymi bezpośrednio, *Geotechnika w Wielkopolsce, NOT*, Poznań, nr 1/1980.
20. J. RYCHLEWSKI, Plain Plastic Strain for Jump Non-Homogeneity, *Int. J. Non-Linear*, Vol. 1, 1966, ss. 57 - 78.
21. J. SALENÇON, M. MOTAR, Capacité portante des fondations superficielles circulaires, *J. de Mécanique théorique et appliquée*, Vol. 1, No 2, 1982, ss. 237 - 267.
22. A. S. STROGANOW, *Niektóre problemy plastyczności gruntów*, Ossolineum, Warszawa 1967.
23. Z. WIŁUN, *Wyznaczanie dopuszczalnych obciążeń granicznych*, Arkady, Warszawa 1958.

**Применение кинематического подхода для оценки предельной несущей способности слоистого основания**

**Содержание**

В работе представлен способ оценки предельной несущей способности слоистого основания на примере решения задачи о статическом вдавлении плоской шероховатой сваи. Решение задачи получено опираясь на метод кинематического анализа и энергетического баланса. Указаны новые возможности в области конструкции кинематически допустимых механизмов разрушения (деформации) для многослойного основания. Получено удовлетворительное сходство результатов расчетов с классическими результатами экспериментальных исследований.

## Application of the kinematic approach to the evaluation of the ultimate bearing capacity of layered subsoil

### Summary

Despite the fact, that the number of studies have been devoted to the investigation and description of layered subsoil, there have so far been no effective methods to determine its ultimate bearing capacity. All methods apply to the case of horizontally layered soils only. This paper shows the way to solve the task of indentation of a plane, rigid and rough punch in arbitrarily layered subsoil, based on the model of a rigid-ideally plastic material and methods of limit states. The value of the ultimate load is calculated from the energy balance for the assumed kinematically admissible mechanisms of failure. The procedure of designing the kinematically admissible mechanisms of failure is presented for subsoil with jump-like change of strength parameters. This mechanism consists of rigid sliding blocks, whose geometrical parameters are established in a numerical procedure and correspond to the least favourable sliding surface. The exemplary results of calculations have been compared with classical results of empirical research for different types of soils. Satisfactory convergence of results of both methods has been obtained.