

MAREK KULCZYKOWSKI

Gdańsk

Analiza nośności granicznej podłoża z gruntu zbrojonego obciążonego fundamentem**1. Wstęp**

Zagadnienie nośności fundamentu posadowionego na gruncie zbrojonym zajmowało, jak dotąd, stosunkowo niewiele miejsca w literaturze i nie doczekało się pełnego opisu teoretycznego. Prace badawcze zostały zainicjowane w LCPC w Paryżu przez LONGA i SCHLOSSERA [6], a następnie były kontynuowane przez LONGA i STEFANIEGO [11, 12]. Ci ostatni przedstawili półempiryczny wzór na nośność graniczną fundamentu posadowionego na gruncie zbrojonym. Problematyką tą zajmowali się także BINQET i LEE [1], [2], którzy po wykonaniu serii badań, poddali analizie pracę takiego materiału.

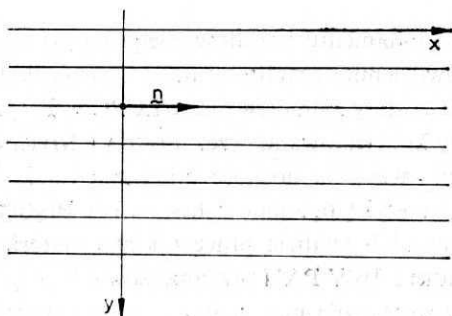
W 1982 roku A. SAWICKI z IBW PAN przeanalizował prosty schemat rozkładu naprężeń w gruncie pod fundamentem dla materiału opisanego modelem sztywno plastycznym [8]. Model ten stanowił fragment, przedstawionej w 1980 roku, kontynualnej teorii kompozytów zastosowanej do analizy gruntu zbrojonego. Wyprowadzona przez Sawickiego w pracy z 1982 roku zależność na nośność graniczną takiego podłoża dawała lepszą zgodność z wynikami eksperymentalnymi, niż wzór wyprowadzony przez STEFANIEGO i LONGA [12].

Niniejsza praca stanowi podsumowanie badań nad zagadnieniem fundamentu posadowionego na gruncie zbrojonym, prowadzonych w IBW PAN już od 1980 roku. W tym czasie przeprowadzono kompleksową analizę teoretyczną zagadnienia przy wykorzystaniu sztywno-plastycznego modelu gruntu zbrojonego. Jako wynik otrzymano analitycznie wzór na nośność graniczną fundamentu posadowionego na nieważkim gruncie zbrojonym, a dla ośrodka wąskiego przedstawiono metodę numerycznego znalezienia rozwiązania. Rozwiązanie teoretyczne porównano z wynikami badań eksperymentalnych przeprowadzonych na piasku i ośrodku Taylor-Schneebeli, które zazbrojono folią polietylenową i aluminiową. Uzyskany materiał szczegółowo przedstawiono w pracy doktorskiej [5], a prezentowany artykuł jest jej skróconą wersją.

Dr inż. M. KULCZYKOWSKI, Instytut Budownictwa Wodnego Polskiej Akademii Nauk, ul. Cystersów 11, 80-952 Gdańsk.

2. Podstawowe założenia, warunek plastyczności i jego interpretacja graficzna

Do analizy zagadnienia fundamentu posadowionego na gruncie zbrojonym wykorzystano sztywno-plastyczny model A. Sawickiego, szczegółowo przedstawiony we wcześniejszej pracy [7]. Według tej teorii, grunt zbrojony traktuje się makroskopowo jako jednorodny ośrodek anizotropowy, podlegający stowarzyszonemu prawu płynięcia. Składnikami kompozytu są, idealnie sypani grunt i rozłożone w nim równomiernie zbrojenie w postaci włókien, które pracują tylko na rozciąganie. Grunt podlega warunkowi plastyczności Coulomba-Mohra, zaś zbrojenie posiada na rozciąganie tylko granicę plastyczności. Zakłada się, że składniki kompozytu ściśle współpracują, tj., że niemożliwy jest ich wzajemny poślizg. Aby kompozyt się uplastycznił, konieczne jest uplastycznienie się gruntu, zaś zbrojenie może nie pracować, być rozciągane poniżej granicy plastyczności lub być w pełni uplastycznione. Przyjęto, że pracę zbrojenia przenoszącego jako włókna, jedynie jednoosiowy stan naprężeń, charakteryzuje parametr ζ zmieniający się w przedziale $\langle 0; -1 \rangle$. Gdy zbrojenie nie pracuje (lub jest ściskane) parametr ζ równa się 0, gdy jest w pełni uplastycznione ζ wynosi -1 , zaś gdy włókna są rozciągane, ale poniżej granicy plastyczności, ζ zawiera się w przedziale od 0 do -1 .



Rys. 1

Do dalszej analizy przyjęto, że zbrojenie, jak to jest najczęściej w praktyce, jest ułożone poziomo i pokrywa się z osią X układu współrzędnych X, Y (rys. 1). Analizę przeprowadzono dla płaskiego stanu odkształcenia, przy założeniu, że σ_z jest naprężeniem pośrednim.

Dla powyższych założeń warunek stanu granicznego dla gruntu zbrojonego, wyrażony w makronaprężeniach $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, przyjmuje następującą postać:

$$f(\sigma_{ij}) = (\sigma_x - \sigma_y - \zeta \sigma_0)^2 - (\sigma_x + \sigma_y - \zeta \sigma_0)^2 \sin^2 \phi + 4\tau_{xy}^2 = 0. \quad (1)$$

W powyższym wyrażeniu ϕ jest kątem tarcia wewnętrznego, zaś σ_0 oznacza się wzorem $\sigma_0 = (V_z/V_k)R_t$, gdzie V_z jest objętością zbrojenia w kompozycie, V_k objętością kompozytu, zaś R_t oznacza granicę plastyczności zbrojenia na rozciąganie.

Gdy włókna są uplastycznione ($\zeta = -1$) warunek ten przyjmuje postać

$$f(\sigma_{ij}) = (\sigma_x - \sigma_y + \sigma_0)^2 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_0)^2 \sin^2 \phi + 4\tau_{xy}^2 = 0. \quad (2)$$

Gdy włókna nie pracują ($\zeta=0$) zależność (1) przechodzi w zwykły warunek Coulomba-Mohra dla ośrodka bez spójności wewnętrznej:

$$f(\sigma_{ij}) = (\sigma_x - \sigma_y)^2 - (\sigma_x + \sigma_y)^2 \sin^2 \phi + 4\tau_{xy}^2 = 0. \quad (3)$$

Parametr ζ dla przypadku sztywnych, rozciąganych włókien określa się z warunku współpracy gruntu i zbrojenia. Grunt nie może płynąć wzdłuż sztywnego zbrojenia, czyli składowa pozioma tensora prędkości odkształcenia dla gruntu $\dot{\epsilon}_x^{(g)}$ musi równać się zeru.

Wykorzystując powyższą zależność, stowarzyszone prawo płynięcia, oraz warunki plastyczności wyrażone w mikronaprężeniach otrzymuje się związek na ζ dla przypadku sztywnych włókien:

$$\zeta = \frac{1}{\sigma_0} \left(\sigma_x + \sigma_y \frac{1 + \sin^2 \phi}{\cos^2 \phi} \right). \quad (4)$$

Zależność ta, po podstawieniu jej do ogólnego warunku plastyczności (1), sprowadza go do związku

$$f(\sigma_{ij}) = \tau_{xy}^2 - \sigma_y^2 \tan^2 \phi. \quad (5)$$

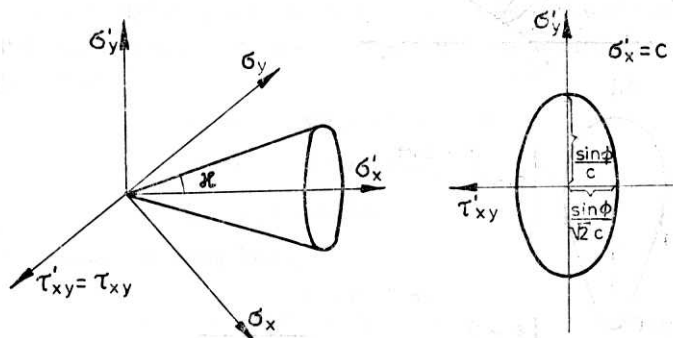
Z uwagi na warunki głoszące, że zbrojenie dla materiału o włóknach uplastycznionych może być tylko rozciągane, zaś dla gruntu bez zbrojenia jest ściskane, na płynięcie plastyczne kompozytu zostają nałożone następujące ograniczenia kinematyczne:

$$\dot{\epsilon}_x < 0 \quad \text{dla warunku (2)} \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon}_x > 0 \quad \text{dla warunku (3)}$$

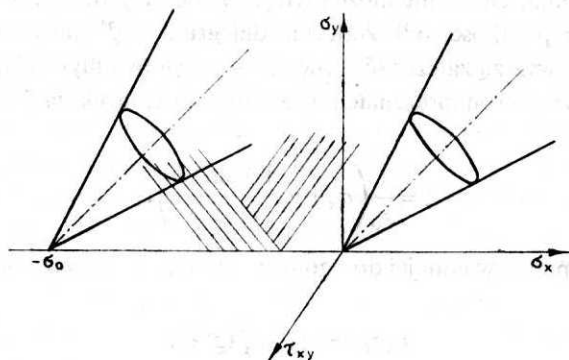
gdzie $\dot{\epsilon}_x$ oznacza prędkość płynięcia kompozytu w kierunku włókien. Należy także zaznaczyć, że przy wyprowadzaniu warunku plastyczności dla sztywnych włókien (5), wykorzystano kinematyczny warunek $\dot{\epsilon}_x^{(g)} = 0$. Z tego względu warunek plastyczności kompozytu (1) nie jest typowym warunkiem stanu granicznego, lecz specyficznym warunkiem plastyczności z ograniczeniem kinematycznym.

Powierzchnię opisaną warunkiem (1) wygodnie jest przedstawić dla płaskiego stanu odkształcenia w układzie σ_x , σ_y , τ_{xy} . Po wykonaniu prostych przekształceń okazuje się, że warunek plastyczności Coulomba-Mohra przedstawia stożek o wierzchołku zaczepionym



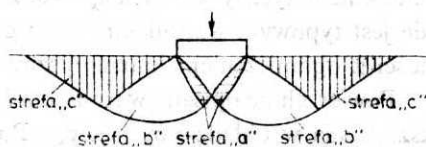
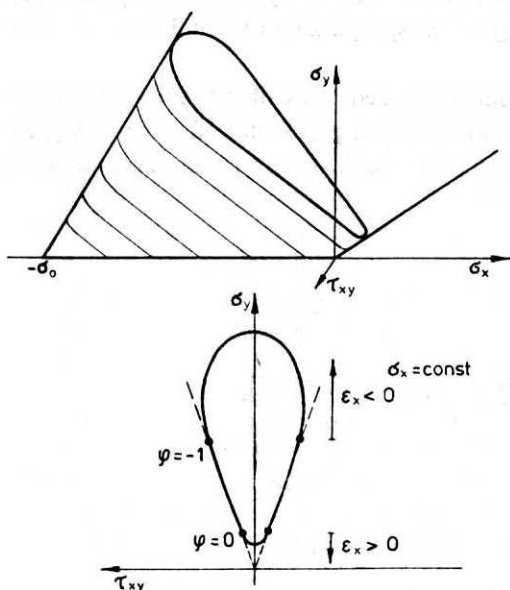
Rys. 2

w początku układu współrzędnych. Oś stożka leży w płaszczyźnie σ_x, σ_y i jest odchylona od tych osi o kąt $\alpha = \pi/4$ (rys. 2). Kąt pomiędzy kierownicą stożka a jego osią wynosi $\kappa = \arctg(\sin \phi)$. Przekrój stożka płaszczyzną prostopadłą do osi w odległości C od jego wierzchołka, daje elipsę o półosiach $a = (\sin \phi)/C$ w płaszczyźnie σ_x, σ_y , oraz $b = (\sin \phi)/\sqrt{2}C$ w drugim kierunku.



Rys. 3

Warunek dla włókien uplastycznionych (2) opisuje stożek o identycznym kształcie, tylko o wierzchołku zaczepionym w punkcie $\sigma_x = -\sigma_0$. Natomiast warunek dla sztywnych włókien (5), przedstawia dwie powierzchnie przecinające się na osi σ_x , odchylone od osi σ_y o kąt ϕ . Można łatwo sprawdzić, że są one styczne do obu stożków. Na liniach styczności ze „stożkiem włókien uplastycznionych” spełniony jest warunek $\zeta = -1$, zaś na liniach styczności ze „stożkiem zwykłego gruntu” warunek $\zeta = 0$ (rys. 3).



Rys. 5

Rys. 4

Uwaga: na rysunku zamiast ϕ ma być ζ

Aby określić, które fragmenty powyższych powierzchni są dopuszczalne ze względów kinematycznych, wykorzystuje się ograniczenia kinematyczne (6). Z takiej analizy wynika, że punkty spełniające ogólny warunek plastyczności (1) leżą na powierzchni składającej się z zewnętrznych fragmentów dwóch stożków, połączonych stycznymi do nich fragmentami płaszczyzn (rys. 4).

3. Analiza statyczna przy wykorzystaniu metody charakterystyk

W celu uzyskania podstawowych informacji o rzeczywistej pracy gruntu zbrojonego pod fundamentem, przeprowadzono wstępną serię badań eksperymentalnych na piasku zbrojonym taśmami z folii aluminiowej. Z badań tych, dokładniej opisanych w pkt. 9 pracy, wynikało, że w momencie uplastycznienia kompozytu można wyodrębnić w ośrodku trzy strefy (rys. 5):

- a) strefę w pobliżu tzw. klina podfundamentowego, w której występuje zniszczenie zbrojenia;
- b) strefę naprężeń rozciągających w zbrojeniu;
- c) strefę, w której zbrojenie nie pracuje.

Opierając się na powyższych wynikach podjęto próbę opisanie zachowania się gruntu zbrojonego w stanie granicznym przy użyciu modelu sztywno-plastycznego. Uznano za możliwe wyodrębnienie pod fundamentem pól, w których naprężenia spełniają warunki (2), (5) i (3). Należy zaznaczyć, że strefy te nie muszą dokładnie pokrywać się z doświadczalnymi obszarami „a”, „b” i „c”. Rozbieżność ta wynika z zastosowania w badaniach taśm z materiału sprężysto-plastycznego, który ulega zerwaniu, podczas gdy opis teoretyczny zakłada zbrojenie idealnie-sztywno-plastyczne.

Przy budowie rozwiązania teoretycznego wykorzystano metodę charakterystyk rozpastrując układy równań, na które składają się warunki plastyczności (2), (5) i (3) oraz równania równowagi w postaci:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma, \quad (7)$$

gdzie γ jest ciężarem objętościowym ośrodka.

Rozwiązanie takiego układu przeprowadzono metodą SOKOŁOWSKIEGO [10], zastępując składowe stanu naprężenia σ_x , σ_y , τ_{xy} opisanymi poniżej parametrami σ i ϕ . Dla ogólnego warunku plastyczności

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma(1 + \sin \phi \cos 2\phi) + \zeta \sigma_0 \\ \sigma_y &= \sigma(1 - \sin \phi \cos 2\phi) \\ \tau_{xy} &= \sigma \sin \phi \sin 2\phi. \end{aligned} \quad (8)$$

Parametr σ opisany jest związkiem:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y - \zeta \sigma_0}{2},$$

zaś parametr ϕ powiązany jest z kątem odchylenia większego z naprężeń głównych od osi X

(oznaczmy go β) następującą zależnością

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{\operatorname{tg} 2\varphi}{1 + \frac{\zeta\sigma_0}{2\sigma \sin \phi \cos 2\varphi}}.$$

Dla warunku plastyczności pokrywającego się z warunkiem Coulomba Mohra ($\zeta=0$)

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma(1 + \sin \phi \cos 2\varphi) \\ \sigma_y &= \sigma(1 - \sin \phi \cos 2\varphi) \\ \tau_{xy} &= \sigma \sin \phi \sin 2\varphi.\end{aligned}\quad (9)$$

W tym przypadku $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y)/2$, zaś φ pokrywa się z kątem β . Podstawiając wyrażenia (8) do równań równowagi (7) i rozwiązując układ równań różniczkowych otrzymuje się dwie następujące rodziny charakterystyk:

I rodzina

$$dy/dx = \operatorname{tg}(\varphi + \varepsilon), \quad d\sigma + 2\sigma \operatorname{tg} \phi d\varphi = \gamma(dy + \operatorname{tg} \phi dx) \quad (10)$$

II rodzina

$$dy/dx = \operatorname{tg}(\varphi - \varepsilon), \quad d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg} \phi d\varphi = \gamma(dy - \operatorname{tg} \phi dx).$$

W powyższych zależnościach kąt $\varepsilon = \pi/4 - \phi/2$.

Dla warunku plastyczności gruntu zbrojonego ze sztywnymi włóknami, zależności (8), spełniające ogólny warunek plastyczności (1), muszą dodatkowo spełniać warunek (5) lub zależność opisującą ζ (4). Podstawiając zależność (8) do związku (4) lub (5) otrzymuje się w całym obszarze sztywnych włókien $\varphi = \pi/4 - \phi/2 = \text{const}$. Dla takiego materiału składowe naprężenia przyjmują postać:

$$\sigma_x = \sigma(1 + \sin \phi) + \zeta\sigma_0, \quad \sigma_y = \sigma \cos^2 \phi, \quad \tau_{xy} = \sigma \sin \phi \cos \phi. \quad (11)$$

Rozwiązaniem układu równań (7) i (11) są następujące rodziny charakterystyk

I rodzina

$$dy/dx = 1/\operatorname{tg} \phi, \quad d\sigma = (\gamma/\cos^2 \phi)[(1 + \sin^2 \phi)dy - \sin \phi \cos \phi dx]$$

II rodzina

$$dy/dx = 0, \quad \sigma_0 d\zeta + d\sigma = (\gamma/\cos^2 \phi)[(1 + \sin^2 \phi)dy - \sin \phi \cos \phi dx] \quad (12)$$

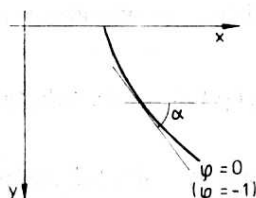
Dla gruntu zbrojonego z uplastycznionymi włóknami $\zeta = -1$, a związki (8) mają postać:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma(1 + \sin \phi \cos 2\varphi) - \sigma_0 \\ \sigma_y &= \sigma(1 - \sin \phi \cos 2\varphi) \\ \tau_{xy} &= \sigma \sin \phi \sin 2\varphi\end{aligned}\quad (13)$$

$$\sigma = (\sigma_x + \sigma_y)/2 + \sigma_0, \quad \operatorname{tg} 2\beta = \frac{\operatorname{tg} 2\varphi}{1 + \frac{\sigma_0}{2\sigma \sin \phi \cos 2\varphi}}.$$

Podstawiając zależność (13) do równań równowagi otrzymuje się układ równań różniczkowych cząstkowych, identyczny, jak dla warunku plastyczności gruntu zwykłego. Równania charakterystyk dla gruntu z uplastycznionymi włóknami są więc identyczne, jak dla gruntu bez zbrojenia (patrz równania (10)).

Strefy uplastycznienia opisane różnymi warunkami plastyczności są od siebie oddzielone liniami granicznymi, na których spełniony jest warunek $\zeta=0$ lub $\zeta=-1$. Związkom tym, w interpretacji graficznej modelu, odpowiadają linie styczności pomiędzy fragmentami stożków, a łączącymi je ukośnymi płaszczyznami. Stan naprężeń na liniach granicznych spełnia warunki plastyczności w obu obszarach. Zmienny kąt $\alpha=\alpha(x, y)$ pomiędzy styczną do linii granicznej w dowolnym, leżącym na linii, punkcie (x, y) , a osią X , można przedstawić jako funkcję parametru $\varphi=\varphi(x, y)$ (rys. 6) $\alpha(x, y)=\varphi(x, y)+\varepsilon$, gdzie $\varepsilon=\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$.



Rys. 6. $\alpha=\varphi+\varepsilon$ gdzie $\varepsilon=\pi/4-\phi/2$

Uwaga: na rysunku zamiast φ ma być ζ

Na liniach granicznych musi być spełniony warunek plastyczności gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach. Dla takiego warunku kąt φ jest stały i wynosi $\varphi=\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$, czyli kąt $\alpha=\frac{\pi}{2}-\phi=\text{const}$. Wynika z tego, że linie $\zeta=0$, oraz $\zeta=-1$ są prostymi o równaniu $y=(1/\text{tg } \phi)x+C$.

4. Analiza kinematyczna przy wykorzystaniu metody charakterystyk

Przy opisie sztywno-plastycznego modelu gruntu zbrojonego przyjęto założenie o stowarzyszonym prawie płynięcia. W wyniku tego potencjał plastyczny $G(\sigma_{ij})$ utożsamiany jest z warunkiem stanu granicznego $f(\sigma_{ij})$, zaś składowe tensora prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}_{ij}$ opisane są następującą zależnością:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \partial f(\sigma_{ij}) / \partial \sigma_{ij},$$

gdzie $\dot{\lambda}$ jest skalarnym mnożnikiem.

Przedstawiając tensor prędkości odkształcenia w składowych wektora prędkości ruchu $\vec{v}$ wzorem:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = -\frac{1}{2}(\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i)$$

oraz eliminując wartość λ , otrzymuje się równania:

$$\frac{\frac{\partial v_x}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_x}} = \frac{\frac{\partial v_y}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_y}} = \frac{1}{2} \frac{\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}}}.$$

Obliczając mnożniki $\partial f/\partial \sigma_x$, $\partial f/\partial \sigma_y$, $\partial f/\partial \tau_{xy}$, dla odpowiednich warunków plastyczności i podstawiając do powyższej zależności, otrzymuje się układ dwóch równań różniczkowych cząstkowych zawierający poszukiwane funkcje v_x i v_y , który można rozwiązać metodą charakterystyk.

Podobnie jak dla rozwiązania statycznego, dla warunku plastyczności gruntu z nie pracującym zbrojeniem oraz z uplastycznionymi włóknami, otrzymuje się rodziny charakterystyk stowarzyszonego pola prędkości opisane identycznymi zależnościami:

I rodzina

$$dy/dx = \operatorname{tg}(\varphi + \varepsilon), \quad dv_x + dv_y \operatorname{tg}(\varphi + \varepsilon) = 0 \quad (14)$$

II rodzina

$$dy/dx = \operatorname{tg}(\varphi - \varepsilon), \quad dv_x + dv_y \operatorname{tg}(\varphi - \varepsilon) = 0.$$

Dla warunku plastyczności gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach otrzymuje się następujące rodziny charakterystyk

I rodzina

$$dy/dx = 1/\operatorname{tg} \phi, \quad dv_y + dv_x \operatorname{tg} \phi = 0 \quad (15)$$

II rodzina

$$dy/dx = 0, \quad dv_x = 0.$$

Zgodnie z ogólną własnością pól prędkości stowarzyszonych z warunkiem stanu granicznego, we wszystkich przypadkach siatki charakterystyk pola naprężenia i pola prędkości pokrywają się ze sobą.

Dla pola prędkości stowarzyszonego z warunkiem Coulomba-Mohra linie nieciągłości, pokrywające się z liniami o zerowym wydłużeniu, muszą być charakterystykami, zaś skok prędkości występujący na nich jest odchylony o kąt ϕ . Gdy maszyn poniżej linii nieciągłości jest nieruchomy, skok prędkości jest prostopadły do drugiej charakterystyki i prędkość ruchu można opisać poniższymi zależnościami:

— gdy linia nieciągłości jest charakterystyką pierwszej rodziny:

$$dy/dx = \operatorname{tg}(\varphi + \varepsilon) \quad \text{to } v = C \exp(\varphi \operatorname{tg} \phi),$$

zaś gdy jest charakterystyką drugiej rodziny:

$$dy/dx = \operatorname{tg}(\varphi - \varepsilon) \quad \text{to } v = C \exp(-\varphi \operatorname{tg} \phi).$$

Dla prawa płynięcia stowarzyszonego z warunkiem stanu granicznego gruntu z uplastycznionymi włóknami, równania charakterystyk są takie same jak dla prawa płynięcia stowarzyszonego z warunkiem Coulomba-Mohra. Dlatego własności pola prędkości i linii nieciągłości są dla obydwu warunków takie same.

Dla pola prędkości stowarzyszonego z warunkiem plastyczności gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach obowiązuje zależność $\varphi = \pi/4 - \phi/2$. Zależność ta obowiązuje również na liniach $\zeta = 0$ i $\zeta = -1$, odpowiednio dla obszarów gruntu zbrojonego o włóknach niepracujących i uplastycznionych. Na liniach tych rozwiązanie charakterystyczne pola prędkości jest dla wszystkich trzech warunków plastyczności jednakowe. Podstawiając bowiem powyższy związek do obowiązujących w tych obszarach równań charakterystycznych (14), otrzymuje się zależności jak dla gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach (15).

Można powiedzieć więc, że w obszarze tym wszystkie własności pola prędkości i linii nieciągłości (przy uwzględnieniu warunku $\varphi = (\pi/4) - (\phi/2)$), są takie same jak dla gruntu zwykłego.

Analizę w pkt. 3 i 4 przeprowadzono, przy założeniu symetrii rozważanego zagadnienia brzegowego, jedynie dla obszaru położonego po prawej stronie osi OY . Symetryczny obszar po lewej stronie osi OY należy rozpatrywać analogicznie. W tym przypadku kąt φ zmienia się od wartości π do $\pi/2$, a charakterystyki obszarów sztywnych włókien opisane są związkami

$$\text{I rodzina} \quad dx/dy = 0$$

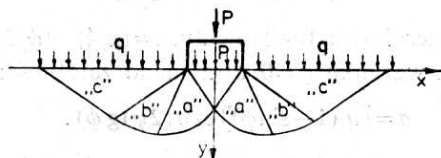
$$\text{II rodzina} \quad dx/dy = -\operatorname{tg} \phi,$$

zaś linia $\zeta = 0$; $\zeta = -1$ określona jest równaniem

$$y = -\operatorname{ctg} \phi x + C.$$

5. Rozwiązanie statyczne zagadnienia fundamentu posadowionego na podłożu z gruntu zbrojonego dla przypadku ośrodka nieważkiego

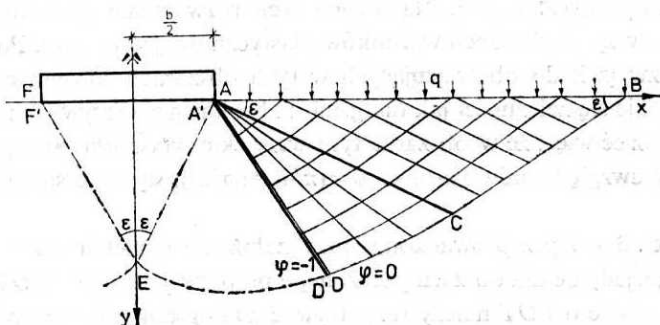
Przyjęcie założenia o nieważkości ośrodka jest w większości praktycznych zagadnień niedopuszczalne. Jednakże rozpatrzenie takiego abstrakcyjnego przypadku umożliwia uzyskanie rozwiązania analitycznego, jak również dostarcza informacji o charakterze jakościowym.



Rys. 7

Celem przeprowadzonej analizy jest znalezienie obciążenia granicznego p , jakie wywiera płaski blok fundamentowy na półprzestrzeń z gruntu zbrojonego poziomo ułożonymi włóknami. Przyjmuje się, że w otoczeniu bloku, po obu jego stronach, na powierzchnię ośrodka działa równomiernie rozłożone obciążenie q . Zakłada się, że w znajdującym się w stanie granicznym kompozycie można wyodrębnić trzy obszary (rys. 7), w których grunt jest zawsze uplastyczniony, a zbrojenie:

- jest uplastycznione — strefa a ;
- jest rozciągane, ale pozostaje sztywne — strefa b ;
- nie pracuje — strefa c .



Rys. 8

Uwaga: na rysunku zamiast ϕ ma być ζ

W związku z symetrią zagadnienia względem osi Y analizę przeprowadzono dla połowy rozpatrywanej półprzestrzeni, rozpoczynając od obszaru sąsiadującego z brzegiem, na który działa obciążenie ciągłe q (rys. 8). W strefie tej obowiązuje warunek plastyczności Coulomba-Mohra i rozwiązanie ma tu klasyczną postać, jak dla gruntu zwykłego bez kohezji. W trójkącie ABC panuje stan parcia biernego, charakterystyki są liniami prostymi, nachylenymi do osi X pod kątem $\varepsilon = (\pi/4) - (\phi/2)$, zaś stan naprężeń opisują związki:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= 0, & \sigma_y &= q, & \sigma_x &= q(1 + \sin \phi)/(1 - \sin \phi), \\ & & & & \sigma &= q/(1 - \sin \phi), & \phi &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Poza klinem parcia biernego, w obszarze ACD charakterystyki I rodziny [$dy/dx = \tan(\phi + \varepsilon)$] są prostoliniowe, zaś charakterystyki II rodziny [$dy/dx = \tan(\phi - \varepsilon)$] są spiralami logarytmicznymi. Przyjmując układ współrzędnych biegunowych r, ϕ z biegunem w punkcie A , powyższą spiralę można opisać równaniem:

$$r = r_0 \exp[(\pi/2 - \phi) \tan \phi], \quad (17)$$

gdzie $r_0 = (b/2) \sin \varepsilon$, b jest szerokością fundamentu, $\varepsilon = (\pi/4) - (\phi/2)$, zaś $\sigma = C \exp(2\phi \tan \phi)$. Po wyznaczeniu stałej C z warunku $\phi = 0$ otrzymano zależność:

$$\sigma = [q/(1 - \sin \phi)] \exp(2\phi \tan \phi). \quad (18)$$

Parametr ϕ wzdłuż charakterystyk I rodziny pozostaje stały, natomiast wzdłuż charakterystyk II rodziny zmienia się od $\phi = 0$ do $\phi = (\pi/4) - (\phi/2)$. Ta ostatnia wartość zostaje osiągnięta na charakterystyce o równaniu $y = (1/\tan \phi)x - b/2$ (patrz pkt 3). Na tej linii ζ równa się 0, a parametr σ przyjmuje wartość:

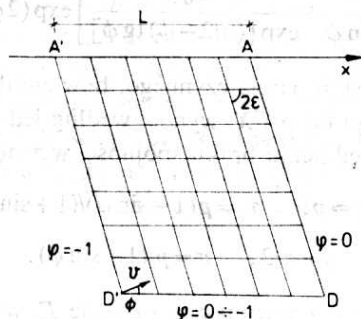
$$\sigma = [q/(1 - \sin \phi)] \exp[(\pi/2 - \phi) \tan \phi].$$

W tym miejscu kończy się obszar analizowany przy wykorzystaniu warunku plastyczności Coulomba-Mohra. Dalszą analizę przeprowadza się dla warunku plastyczności gruntu zbrojonego ze sztywnymi włóknami.

Dla przypadku gruntu nieważkiego $\gamma=0$, dla powyższego warunku plastyczności, związki charakterystyczne (12) upraszczają się znacznie i po scałkowaniu przyjmują postać:

$$\begin{aligned} \text{I rodzina} \quad dy/dx &= 1/\operatorname{tg} \phi & \sigma &= C_1 \\ \text{II rodzina} \quad dy/dx &= 0 & \sigma &= -\sigma_0 \zeta + C_2 \end{aligned}$$

Siatka charakterystyk zbudowana jest z linii prostych przecinających się pod kątem 2ϵ (rys. 9). Ponieważ na charakterystyce pierwszej rodziny obowiązuje zależność $\sigma = \text{const.}$, również parametr ζ związany ze zmianą stanu naprężenia, jest wzdłuż tej prostej stały. Zmiana stanu naprężenia wzdłuż charakterystyki poziomej $dy/dx=0$ zależy wyłącznie od ζ zmieniającego się od $\zeta=0$ do $\zeta=-1$. Tak więc obszar, w którym obowiązuje warunek plastyczności (5) ograniczony jest charakterystykami pierwszej rodziny AD i $A'D'$, na których parametr ζ przyjmuje krańcowe wartości. Dla przypadku $\zeta=0$ charakterystyki dla warunku gruntu zwykłego, jak i warunku sztywnych włókien są identyczne. Styczna do spirali logarytmicznej (17) w punkcie D jest pozioma, a charakterystyki pierwszej rodziny ośrodka ze sztywnymi włóknami mają ten sam współczynnik kierunkowy $m=1/\operatorname{tg} \phi$. Jak zaznaczono w pkt. 3, dla tego przypadku stan naprężeń można opisać zarówno warunkiem (3), jaki i (5). Linia $\zeta=0$ nie jest więc linią nieciągłości, lecz wspólną dla obydwu warunków plastyczności charakterystyką.



Rys. 9

Opierając się na znanych wartościach naprężenia na linii $\zeta=0$ można określić naprężenia na charakterystykach poziomych w obszarze sztywnych włókien, a następnie na linii $A'D'$, gdzie $\zeta=-1$. Wynoszą one odpowiednio:

$$\sigma = [q/(1 - \sin \phi)] \exp[(\pi/2 - \phi) \operatorname{tg} \phi] - \zeta \sigma_0$$

$$\sigma|_{\zeta=-1} = [q/(1 - \sin \phi)] \exp[(\pi/2 - \phi) \operatorname{tg} \phi] + \sigma_0.$$

Jak widać z pierwszej z powyższych zależności, w obszarze $ADA'D'$ zmiana parametrów σ jak i ζ jest niezależna od współrzędnych x, y , a długość L charakterystyk poziomych może być przyjęta dowolnie.

Dla całego obszaru gruntu zbrojonego o sztywne włókna parametr ϕ jest stały i wynosi $\phi = (\pi/4) - (\phi/2)$. Dla przyjętego rozwiązania z tzw. wachlarzem Prandtla, powyższy warunek spełniony jest jedynie na linii nachylonej do osi X pod kątem $\alpha = (\pi/2) - \phi$, będącej charakterystyką pierwszej rodziny. Jednocześnie charakterystyka $A'A$ pokrywa się z linią brzegową, co jest niedopuszczalne w metodzie charakterystyk. Dlatego dla obszaru

$ADA'D'$ wykonuje się przejście graniczne $\lim_{L \rightarrow 0} \sigma$, w wyniku którego stan naprężeń σ nie ulega zmianie, natomiast strefa $ADA'D'$ zawęża się do linii. Na linii tej występuje skok naprężeń od $\sigma = \sigma|_{\zeta=0}$ do $\sigma = \sigma|_{\zeta=-1} = \sigma|_{\zeta=0} + \sigma_0$. Mimo to, linia ta nie jest typową linią nieciągłości, lecz przez analogię do nieciągłości Prandtla, może być określona, jako sprowadzony do linii obszar charakterystyk. Można łatwo sprawdzić, że stan naprężeń po obu stronach linii spełnia odpowiednie warunki plastyczności, jak również spełniony jest warunek równowagi sił.

Podobnie jak linia $\zeta=0$ łączy obszar gruntu zwykłego z gruntem zbrojonym o sztywnych włóknach, linia $\zeta=-1$ jest jednocześnie początkową charakterystyką obszaru z włóknami uplastycznionymi (rys. 8). Materiał ten opisany jest związkami charakterystycznymi, takimi samymi jak dla zwykłego gruntu (patrz pkt 3). Dlatego, zarówno kształt charakterystyk, jak i obowiązujące na nich ogólne zależności, są także opisane przez związki (17) i (18). W tym przypadku φ zmienia się od $\varphi = (\pi/4) - (\phi/2)$ do $\varphi = \pi/2$, gdzie osiągnięty zostaje stan parcia czynnego. Wartość σ opisana jest, podobnie jak dla gruntu zwykłego, ogólną zależnością $\sigma = C \exp(2\varphi \operatorname{tg} \phi)$. Po wyznaczeniu stałej C z warunku $\varphi = \pi/4 - \phi/2$; $\zeta = -1$ parametr σ opisany jest przez wyrażenie:

$$\sigma = \left[\frac{q}{1 - \sin \phi} + \frac{\sigma_0}{\exp[(\pi/2 - \phi) \operatorname{tg} \phi]} \right] \exp(2\varphi \operatorname{tg} \phi). \quad (19)$$

W trójkącie $A'F'E$ panuje stan parcia czynnego, bowiem dla $\varphi = \pi/2$ kąt β , odchylenia większego naprężenia głównego od osi X , wynosi według jednej z zależności (13) $\beta = \pi/2$. Dla takiego stanu, przy uwzględnieniu braku spójności wewnętrznej, obowiązują związki:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= 0, & \sigma_y &= p, & \sigma_x &= p(1 - \sin \phi)/(1 + \sin \phi) - \sigma_0, \\ \varphi &= \pi/2, & \sigma &= p/(1 + \sin \phi). \end{aligned} \quad (20)$$

Wielkość nacisku określa się z warunku w punkcie E , w którym na charakterystyce drugiej rodziny $D'E$ wartości φ i σ muszą być takie same, jak w całym trójkącie $A'EF'$. Podstawiając do (19) φ i σ z (20) otrzymujemy po uporządkowaniu graniczną wielkość nacisku pod blokiem fundamentowym p :

$$p = (1 + \sin \phi) \left[\frac{q}{1 - \sin \phi} + \frac{\sigma_0}{\exp[(\pi/2 - \phi) \operatorname{tg} \phi]} \right] \exp(\pi \operatorname{tg} \phi) \quad (21)$$

Graniczna siła obciążająca fundament $P = p \cdot b$ wynosi:

$$P = b(1 + \sin \phi) \left[\frac{q}{1 - \sin \phi} + \frac{\sigma_0}{\exp[(\pi/2 - \phi) \operatorname{tg} \phi]} \right] \exp(\pi \operatorname{tg} \phi). \quad (22)$$

Zwraca się uwagę, że dla $\sigma_0 = 0$, co odpowiada przypadkowi gruntu bez pracującego zbrojenia, zależność (22) przyjmuje postać

$$p = q(1 + \sin \phi)/(1 - \sin \phi) \exp(\pi \operatorname{tg} \phi).$$

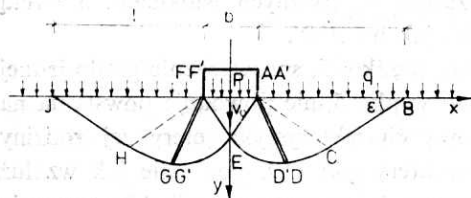
Jest to klasyczna postać na graniczną wielkość nacisku pod blokiem fundamentowym dla warunku plastyczności gruntu syckiego. Z porównania powyższego rozwiązania ze

wstępnymi wynikami eksperymentalnymi widać, że przyjęcie sztywno-plastycznego modelu prowadzi do zmiany zasięgu i wielkości poszczególnych stref. Wydaje się, że dla opisu zachowania w pełni zgodnego z eksperymentem, konieczne byłoby przyjęcie założenia, że materiał zbrojenia jest sztywno plastyczny z ograniczonymi odkształceniami plastycznymi i możliwością zerwania taśm.

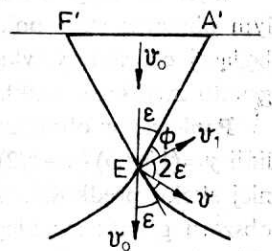
6. Rozwiązanie kinematyczne zagadnienia fundamentu posadowionego na podłożu z gruntu zbrojonego, dla przypadku ośrodka nieważkiego

6.1. Określenie pola prędkości

Celem poniższej analizy jest znalezienie pola prędkości stowarzyszonego z ogólnym warunkiem stanu granicznego gruntu zbrojonego w płaskim stanie odkształcenia (1). Ponadto, na dalszym etapie poszukuje się górnego oszacowania obciążenia granicznego, zgodnie z zasadami ekstremalnych teorii plastyczności. Przyjmuje się, że blok fundamentowy o szorstkiej podstawie przemieszcza się pionowo w dół ze stałą prędkością v_0 (rys. 10). Z uwagi na przyjęcie stowarzyszonego prawa płynięcia, siatka charakterystyk jest taka sama, jak dla rozwiązania statycznego. Klin $A'EF'$, traktowany jako sztywny, przemieszcza się razem z blokiem fundamentowym z prędkością v_0 . Charakterystyki $F'ED'DCB$ i $A'EG'GHJ$ są liniami nieciągłości prędkości, zaś ośrodek poniżej linii $JHGG'ED'DCB$ pozostaje w spoczynku. Ze względu na symetrię zagadnienia, podobnie jak dla rozwiązania statycznego, analizę przeprowadza się dla połowy rozpatrywanej półprzestrzeni.



Rys. 10



Rys. 11

Na linii ED' , będącej charakterystyką drugiej rodziny, obowiązuje zależność opisująca wielkość skoku prędkości na linii nieciągłości naprężeń tj. $v = C \exp(-\phi \operatorname{tg} \phi)$ (patrz pkt 4). Prędkość v musi być odchylona od charakterystyki o kąt ϕ (rys. 11), zaś stałą C wyznacza się z tzw. warunku zwartości w punkcie E . Prędkość względna wobec przemieszczającego się w dół sztywnego klina, (oznaczymy ją v_1), musi być na linii $A'E$ odchylona o kąt ϕ . Prędkość v jest wypadkową prędkości v_1 i v_0 i wynosi w punkcie E :

$$v = \frac{v_0}{2 \sin \varepsilon}.$$

Ponieważ jednocześnie w tym punkcie $\varphi = \pi/2$, stąd, po obliczeniu stałej C wyrażenie na prędkość wzdłuż linii nieciągłości ED' przyjmuje postać

$$v|_{\varphi=(\pi/4)-(\phi/2)} = (v_0/2 \sin \varepsilon) \exp [(\pi/2 - \varphi) \operatorname{tg} \phi]. \quad (23)$$

Ponieważ wzdłuż prostoliniowych charakterystyk I rodziny, parametr φ ma stałą wartość, stała jest też wzdłuż nich wartość prędkości v .

Na linii granicznej obszaru włókien uplastycznionych $A'D'$, prędkość v wynosi

$$v = \left(\frac{v_0}{2 \sin \varepsilon} \right) \exp \left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \operatorname{tg} \phi \right]. \quad (24)$$

Zgodnie z rozważaniami z pkt 4 i 5, linia $A'D'$ jest jednocześnie skrajną charakterystyką gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach. Do analizy pola prędkości przyjmuje się, że obszar gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach, podobnie jak w rozwiązaniu statycznym, ograniczony jest charakterystykami $A'D'$ i AD . Na charakterystyce $A'D'$ prędkość v opisana wzorem (24) jest stała i nachylona do charakterystyki poziomej pod kątem ϕ (rys. 10). Wzdłuż $A'D'$ obowiązuje więc związek:

$$v_x = (\cos \phi) v|_{\varphi=(\pi/4)-(\phi/2)} \quad (25)$$

$$v_y = -(\sin \phi) v|_{\varphi=(\pi/4)-(\phi/2)}$$

Po scałkowaniu wyrażen (15), na charakterystykach otrzymuje się następujące zależności:

$$dy/dx = 1/\operatorname{tg} \phi \quad v_y = -v_x \operatorname{tg} \phi + C \quad (26)$$

$$dy/dx = 0 \quad v_x = C_1.$$

Wykorzystując warunki brzegowe (25) na charakterystyce $A'D'$, otrzymuje się w całym obszarze stałe pole prędkości opisane tymi związkami. Dlatego też, na linii AD , będącej charakterystyką graniczną między obszarem o sztywnych włóknach, a strefą gruntu zwykłego, rozkład prędkości jest taki sam jak na $A'D'$.

Ponieważ w obszarze $A'D'AD$ nie ma przyrostu prędkości, sprowadzenie go do jednej linii $y = (1/\operatorname{tg} \phi)(x - b/2)$, podobnie jak to opisano w pkt. 5, nie powoduje powstania na niej skoku prędkości. Linia AD jest początkową charakterystyką pierwszej rodziny obszaru gruntu zwykłego. Prędkość wzdłuż charakterystyki CD , podobnie jak wzdłuż ED opisana jest zależnością (23). Wykorzystując warunek brzegowy na linii AD otrzymuje się identyczny jak dla gruntu zbrojonego o włóknach uplastycznionych, związek na prędkość w wachlarzu ADC . Wzdłuż charakterystyki AC $\varphi = 0$, $v = \text{const}$, a obszar ABC przesuwa się jak sztywny trójkąt z prędkością

$$v|_{\varphi=0} = \frac{v_0}{2 \sin \varepsilon} \exp \left(\frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \phi \right). \quad (27)$$

Jak wynika z powyższej analizy, pole prędkości dla sztywno-plastycznego modelu gruntu zbrojonego pokrywa się z polem prędkości stowarzyszonym z warunkiem stanu granicznego Coulomba-Mohra. Ponieważ warunek plastyczności dla gruntu zbrojonego jest warunkiem z ograniczeniem kinematycznym, konieczne jest sprawdzenie, czy otrzymane powyżej pole prędkości takie ograniczenie spełnia.

Ograniczenia kinematyczne przedstawione są zależnościami (6). Ponieważ $\dot{\epsilon}_x = -\partial v_x / \partial x$, należy po wyliczeniu pochodnej cząstkowej sprawdzić w odpowiednich obszarach znak powyższego wyrażenia. W całym wachlarzu AEC prędkość v jest funkcją φ . Ponieważ wektor prędkości v jest prostopadły do charakterystyki pierwszej rodziny, można stąd wyliczyć składowe v_x , v_y . Wynoszą one

$$v_x = v \sin(\varphi + \varepsilon), \quad v_y = -v \cos(\varphi + \varepsilon). \quad (28)$$

W celu wyliczenia pochodnej $-\partial v_x(\varphi) / \partial x$ wprowadza się najpierw przesunięcie i obrót układu współrzędnych, a następnie współrzędne biegunowe. Po wykonaniu różniczkowania otrzymuje się poszukiwaną zależność

$$\dot{\epsilon}_x = -\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{v}{2r \cos \phi} (\cos 2\varphi - \sin \phi), \quad (29)$$

gdzie wartość promienia r opisuje wyrażenie (17). Podstawiając do powyższej zależności φ z przedziału $\langle 0; \pi/2 \rangle$, otrzymuje się dla strefy zwykłego gruntu $\dot{\epsilon}_x > 0$, dla obszaru sztywnych włókien $\dot{\epsilon}_x = 0$, zaś dla strefy o włóknach uplastycznionych $\dot{\epsilon}_x < 0$. Wynika z powyższego, że otrzymane pole prędkości spełnia wymagane ograniczenia kinematyczne.

6.2. Sprawdzenie warunku nieujemności mocy dysypacji

Otrzymane pola naprężeń i prędkości powinny spełniać w całym obszarze deformacji podstawowy warunek termodynamiczny nieujemności mocy dysypacji pracy odkształcenia plastycznego

$$\dot{D} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \geq 0,$$

który dla płaskiego stanu odkształcenia można przedstawić w postaci:

$$\dot{D} = \sigma_x \dot{\epsilon}_x + \sigma_y \dot{\epsilon}_y + \tau_{xy} \dot{\epsilon}_{xy} + \tau_{yx} \dot{\epsilon}_{yx}. \quad (30)$$

Dla otrzymanego pola prędkości, prędkość odkształcenia w kierunku poziomym $\dot{\epsilon}_x$ przedstawia związek (29). Postępując w podobny sposób, jak przy określaniu składowej $\dot{\epsilon}_x$ można wyliczyć kolejne składowe tensora prędkości odkształcenia:

$$\dot{\epsilon}_y = -\frac{\partial v_y}{\partial y}, \quad \dot{\epsilon}_{xy} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) = \dot{\epsilon}_{yx}.$$

Po przeprowadzeniu, jak w poprzednim rozdziale różniczkowania cząstkowego otrzymuje się poszukiwane zależności:

$$\dot{\epsilon}_y = -\frac{v}{2r \cos \phi} (\cos 2\varphi + \sin \phi) \quad (31)$$

$$\dot{\epsilon}_{xy} = \dot{\epsilon}_{yx} = \frac{v}{2r \cos \phi} \sin 2\varphi.$$

Wyrażenia (29) i (31) obowiązują w całym obszarze deformacji, natomiast składowe tensora naprężeń są zróżnicowane w zależności od obszaru obowiązywania kolejnych

warunków plastyczności. W obszarze $ADB \left(\varphi \in \left\langle 0; \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right\rangle \right)$ obowiązuje warunek plastyczności gruntu zwykłego. Podstawiając składowe tensora σ_{ij} (9), oraz tensora $\dot{\varepsilon}_{ij}$ do warunku (30), otrzymuje się wartość $\dot{D}=0$. Potwierdza to znaną zasadę, według której dla pola prędkości stowarzyszonego z warunkiem Coulomba-Mohra bez kohezji, funkcja mocy dysypacji jest równa zeru.

Dla obszaru sztywnych włókien, wyliczona w podobny sposób moc dysypacji na linii AD (lub w obszarze $A'D'AD$), gdzie $\varphi = (\pi/4) - (\varphi/2)$, także równa się zeru.

W wachlarzu $A'ED'$, dla gruntu o włóknach uplastycznionych, $\varphi \in \left\langle \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$, a moc dysypacji opisuje zależność:

$$\dot{D} = \sigma_0 \frac{\partial v_x}{\partial x} = -\sigma_0 \dot{\varepsilon}_x.$$

Ponieważ w tej strefie $\dot{\varepsilon}_x < 0$, a więc $\dot{D} > 0$ i dlatego warunek nieujemności mocy dysypacji jest spełniony w całym rozpatrywanym obszarze deformacji.

6.3. Określenie obciążenia granicznego na podstawie rozwiązania kinematycznego

6.3.1. Zasada mocy przygotowanych

Obciążenie graniczne określono, przy wykorzystaniu rozwiązania kinematycznego opierając się na zasadzie mocy przygotowanych. Zasada ta jest ważna dla dowolnych pól naprężeń i prędkości przemieszczeń spełniających równania równowagi, związki pomiędzy prędkościami odkształceń, oraz warunki brzegowe. Zasada mocy przygotowanych głosi, że moc energii dysypowanej wewnątrz ciała, oraz na liniach nieciągłości prędkości jest równa mocy obciążeń zewnętrznych i sił ciężkości. Przy uwzględnieniu nieważkości gruntu i sprowadzeniu analizy do zagadnienia płaskiego, zasadę tę można wyrazić wzorem:

$$\int_S \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dS + \int_{L_v} \sigma_{ij} v_j [V_i^k] dL_v = \int_{S_i} T_i^0 V_i^k dS_i, \quad (32)$$

w którym poszczególne symbole oznaczają: σ_{ij} , $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – tensory naprężenia i prędkości odkształcenia, S – powierzchnię deformacji ośrodka, v_j – wektor normalny do linii nieciągłości prędkości, $[V_i^k]$ – skok prędkości na linii nieciągłości prędkości, L_v – linię nieciągłości prędkości, T_i^0 – siły powierzchniowe na brzegu, V_i^k – pole prędkości przemieszczeń spełniające warunki brzegowe, S_i – linię brzegową.

Dla zagadnienia fundamentu posadowionego na gruncie zbrojnym, przy uwzględnieniu symetrii względem osi Y , zależność (32) przyjmuje postać:

$$pbv_0 + 2qlv_y|_{\varphi=0} = 2 \int_{SA'ED'DCBA} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dS + 2 \int_{LF'ED'DCB} \sigma_{ij} v_j [V_i^k] dL. \quad (33)$$

W powyższym wyrażeniu: p – oznacza poszukiwane obciążenie brzegowe, b – szerokość fundamentu, q – obciążenie swobodnego brzegu, $v_y|_{\varphi=0}$ – prędkość na brzegu AB w kierunku pionowym.

6.3.2. Obliczenie mocy obciążenia zewnętrznego q na brzegu AB

Moc obciążenia zewnętrznego q na brzegu AB opisana jest zależnością $qlv_y|_{\varphi=0}$. W klinie Rankina ABC , gdzie $\varphi=0$, ma miejsce jednorodny rozkład prędkości. Składowa v_y wektora prędkości w tym obszarze obliczana jest z poniższej zależności:

$$v_y|_{\varphi=0} = -v_{|\varphi=0} \cos \varepsilon = -v_0 \operatorname{ctg} \varepsilon \exp\left(\frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \phi\right).$$

Długość odcinka AB wynosi:

$$l_{AB} = 2r|_{\varphi=0} \cos \varepsilon = b \operatorname{ctg} \varepsilon \exp\left(\frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \phi\right).$$

Ostatecznie:

$$qlv_y|_{\varphi=0} = -\frac{1}{2}qbv_0 \operatorname{ctg}^2 \varepsilon \exp(\pi \operatorname{tg} \phi). \quad (34)$$

6.3.3. Obliczenie mocy dysypacji w obszarze deformacji ośrodka

Moc dysypacji energii w obszarze gruntu zwykłego i w obszarze gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach jest równa zero. Jedynie w obszarze gruntu zbrojonego o włóknach uplastycznionych moc dysypacji jest różna od zera i wynosi

$$\dot{D} = -\sigma_0 \dot{\varepsilon}_x.$$

Odpowiednia całka z równania (33) przyjmuje następującą postać we współrzędnych biegunowych:

$$\int_{S_{A'ED'DCBA}} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dS = \int_{S_{A'ED'}} -\sigma_0 \dot{\varepsilon}_x dS = \iint_{S_{A'ED'}} -\sigma_0 \dot{\varepsilon}_x(\varphi) r dr d\varphi.$$

Podstawiając w miejsce $\dot{\varepsilon}_x(\varphi)$ wyrażenie (29) i wykonując żmudne całkowanie, otrzymuje się ostatecznie zależność:

$$\int_{S_{A'ED'}} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dS = \frac{\sigma_0 \dot{v}_0 b}{8 \sin^2 \varepsilon} \left\{ \cos^2 \phi \exp\left[\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) \operatorname{tg} \phi\right] - \cos^2 \varepsilon \right\}. \quad (35)$$

6.3.4. Obliczenie mocy dysypacji na linii nieciągłości prędkości

Moc dysypowaną na linii nieciągłości prędkości oblicza się ze wzoru $\int \sigma_{ij} v_j [V_i^k] dl$. Dla linii $F'ED'DCB$ powyższą moc obliczono etapami, w zależności od rodzaju krzywej i obowiązującego warunku plastyczności.

Moc dysypacji na linii $F'E$, ze względu na symetrię zagadnienia, jest równa mocy dysypowanej na odcinku $A'E$. Ponieważ dotychczasową analizę przeprowadzono w obszarze położonym na prawo od osi Y , obecnie wygodniej będzie rozpatrywać zależności na linii $A'E$. Linia ta opisana jest równaniem:

$$y = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon} \left(x - \frac{b}{2}\right).$$

Jednostkowy wektor v_j normalny do tej linii ma współrzędne:

$$v_j = [\cos \varepsilon, \sin \varepsilon].$$

Na linii tej obowiązuje warunek plastyczności dla gruntu zbrojonego z płynącymi włóknami, a parametr $\varphi = \pi/2$. Stan naprężeń opisany jest związkami (20) i (21), a długość wektora skoku prędkości v_1 (rys. 11) równa się długości wektora v w punkcie E . Długość wektora skoku prędkości i jego składowe v_x i v_y , wynoszą odpowiednio:

$$v = v_0/(2 \sin \varepsilon), \quad v_x = v \cos \varepsilon, \quad v_y = -v \sin \varepsilon.$$

Całkę opisującą moc dysypacji na linii nieciągłości prędkości w układzie X, Y można przedstawić w nieco innej postaci oznaczając $T_i = \sigma_{ij} v_j$

$$\int_L \sigma_{ij} v_j [V_i^k] = \int_L T_i [V_i^k] dl = \int_L (T_x V_x + T_y V_y) dl, \quad (36)$$

gdzie

$$T_x = \sigma_x v_x + \tau_{xy} v_y,$$

$$T_y = \tau_{xy} v_x + \sigma_y v_y,$$

$$dl = \sqrt{1 + y'^2(x)} dx = \frac{1}{\sin \varepsilon} dx.$$

Podstawiając do powyższej zależności odpowiednie wyrażenia i całkując w granicach $\langle 0; b/2 \rangle$ otrzymuje się wyrażenie na moc dysypacji na linii $A'E$:

$$\int_{LA'E} \sigma_{ij} v_j [V_i^k] dl = \frac{vb\sigma_0}{4 \operatorname{tg}^2 \varepsilon}. \quad (37)$$

Linia ED' jest spiralą logarymiczną o równaniu (17). Kąt φ zmienia się w przedziale $\langle \pi/2; (\pi/4) - (\phi/2) \rangle$. Stan naprężeń opisują zależności (13) i (19), a składowe skoku prędkości v_x i v_y związki (23) i (28). Po przedstawieniu równania linii nieciągłości we współrzędnych $x(\varphi)$ i $y(\varphi)$, można obliczyć składowe jednostkowego wektora normalnego oraz różniczki dl . Wynoszą one:

$$v_x = \cos \phi [\operatorname{tg} \phi \sin(\varphi + \varepsilon) - \cos(\varphi + \varepsilon)],$$

$$v_y = -\cos \phi [\operatorname{tg} \phi \cos(\varphi + \varepsilon) + \sin(\varphi + \varepsilon)],$$

zaś

$$dl = \sqrt{(\partial x / \partial \varphi)^2 + (\partial y / \partial \varphi)^2} = \frac{1}{\cos \phi} r_0 \exp \left[\left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \operatorname{tg} \phi \right] d\varphi.$$

Podstawiając odpowiednie zależności do wzoru (36) i wykonując całkowanie otrzymuje się następujące wyrażenie na moc dysypacji na linii ED' :

$$\int_{LED'} \sigma_{ij} v_j [V_i^k] dl = \frac{\sigma_0 v_0 b}{8 \sin^2 \varepsilon} \left\{ \cos^2 \phi \exp \left[\left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \operatorname{tg} \phi \right] - \cos^2 \varepsilon \right\}. \quad (38)$$

W obszarze gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach na linii $D'D$ $\varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$, a stan naprężeń opisują równania (8). Linia $D'D$ jest prostą poziomą, stąd wektor do niej normalny ma składowe $v_j = [0; 1]$, zaś $dl = dx$. Obliczając, jak poprzednio, składowe $[V_x; V_y]$, oraz $[T_x; T_y]$ i podstawiając do wyrażenia (36) wszystkie powyższe zależności, otrzymuje się w obszarze sztywnych włókien moc dysypacji równą zeru. Obliczenia mocy dysypowanej na linii nieciągłości w obszarze gruntu z nie pracującym zbrojeniem, na linii DCB , wykonuje się zgodnie z powyżej przedstawionymi zasadami. Po wykonaniu obliczeń, okazuje się, że moc dysypacji na tym odcinku linii równa się zeru, co również jest charakterystyczne dla prawa płynięcia stowarzyszonego z warunkiem Coulomba-Mohra bez kohezji. Tak więc, moc dysypacji na linii nieciągłości równa się sumie całek (37) i (38) i wynosi:

$$\int_{LF'ED'CB} \sigma_{ij} v_j [V_i^k] = \sigma_0 v_0 b \left(\frac{1}{4 \operatorname{tg}^2 \varepsilon} + \frac{1}{8 \sin^2 \varepsilon} \left\{ \cos^2 \phi \exp \left[\left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \operatorname{tg} \phi \right] - \cos^2 \varepsilon \right\} \right). \quad (39)$$

6.3.5. Określenie obciążenia granicznego

Przekształcając wyrażenie (33) i podstawiając zależności (35), (37) i (38) otrzymuje się wyrażenie na graniczną wielkość nacisku pod blokiem fundamentowym:

$$\begin{aligned} p &= \frac{2}{bv_0} \left(\int \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dS + \int \sigma_{ij} v_j [V_i^k] dl - qLv_y|_{\varphi=0} \right) = \\ &= q \operatorname{ctg}^2 \varepsilon \exp(\pi \operatorname{tg} \phi) + \sigma_0 (1 + \sin \phi) \exp \left[\left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \operatorname{tg} \phi \right] = \\ &= (1 + \sin \phi) \left\{ \frac{q}{1 - \sin \phi} + \frac{\sigma_0}{\exp[(\pi/2 - \phi) \operatorname{tg} \phi]} \right\} \exp(\pi \operatorname{tg} \phi). \quad (40) \end{aligned}$$

Graniczna siła obciążająca fundament opisana jest związkiem:

$$P = pb = b(1 + \sin \phi) \left\{ \frac{q}{1 - \sin \phi} + \frac{\sigma_0}{\exp[(\pi/2 - \phi) \operatorname{tg} \phi]} \right\} \exp(\pi \operatorname{tg} \phi). \quad (41)$$

Podobnie, jak dla rozwiązania statycznego, dla $\sigma_0 = 0$, co odpowiada przypadkowi gruntu bez pracującego zbrojenia, zależność (40) przyjmuje postać:

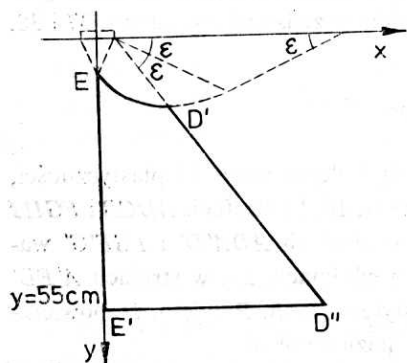
$$p = q(1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi) \exp(\pi \operatorname{tg} \phi),$$

czyli związek na wielkość nacisku pod blokiem fundamentowym dla warunku plastyczności gruntu zwykłego bez spójności wewnętrznej.

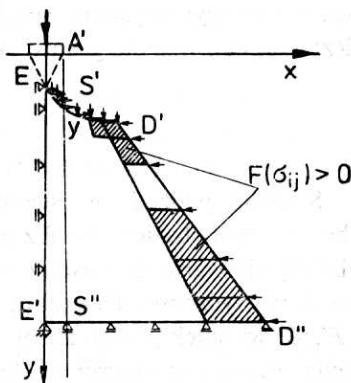
Z porównania związków (22) i (41) wynika, że otrzymane rozwiązanie kinematyczne pokrywa się z rozwiązaniem statycznym.

nionymi włóknami. W przypadku metody Dembickiego, niemożliwe było wyznaczenie linii nieciągłości. W metodzie Shielda linia nieciągłości została wprowadzić wyznaczona, jednakże stan naprężeń w obszarze II przekraczał warunek stanu granicznego.

W związku z tym postanowiono wykorzystać do określenia przedłużenia pola naprężeń w obszar sztywny metodę elementów skończonych. Do obliczeń przyjęto przypadek gruntu zbrojonego o parametrze $\sigma_0 = 11,5 \text{ kN/m}^2$. Analizowany obszar przedstawiono na rysunkach 14 i 15. Ośrodek w tej strefie potraktowano jako sprężysty materiał ortotropowy, którego moduły wyznaczono za pomocą teorii sprężystego gruntu zbrojonego



Rys. 14



Rys. 15

[7]. Brzegi ED' i $D'D''$ obciążono w węzłach siłami wyliczonymi na podstawie stanu naprężeń z rozwiązania plastycznego, przy uwzględnieniu reakcji ze strony rozciąganego zbrojenia. Naprężenia w poszczególnych elementach siatki wyliczono za pomocą zestawu programów FEMS opracowanego w IBW PAN. Nie przekraczały one nigdzie warunku stanu granicznego, z wyjątkiem kilku skrajnych elementów zaznaczonych przy narożnikach D' i D'' (rys. 15). Efekt ten, występujący w elementach bezpośrednio obciążonych siłami określonymi ze stanu naprężeń, spełniających warunek plastyczności, spowodowany był, najprawdopodobniej, dyskretyzacją rozwiązania, narzuceniem więzów na linii $E'D''$, jak również spiętrzeniem naprężeń w narożach obszaru. W strefie $ES'S''E'$ warunek plastyczności nie był przekroczony, zaś w strefie $S'D'D''S''$ możliwe było przedłużenie rozwiązania w obszar sztywny. Dlatego pominięto ujemne efekty w narożnikach D' i D'' , przyjmując, że poza strefą deformacji, w obszarach sztywnych warunek plastyczności nie jest przekroczony.

Usunięcie wyżej wymienionych efektów w narożach D' i D'' wydaje się możliwe poprzez odpowiednie dobranie obciążenia na brzegu $D'D''$ i zastąpienie więzów na $E'D''$, odpowiednio dobranymi siłami reakcji. Jest to dopuszczalne, gdyż w strefie tej, jako obszarze sztywnym, zbrojenie nie musi być w pełni uplastycznione.

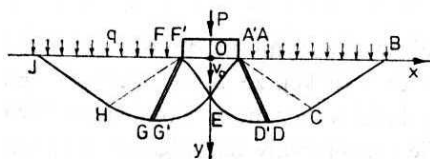
Określenie metody optymalnego doboru obciążenia zewnętrznego, w celu zminimalizowania stanu naprężenia w elementach, jako odrębne zagadnienie nie zostało podjęte w niniejszej pracy. Na tym etapie ograniczono się do przyjęcia wyżej przedstawionego rozwiązania.

8. Rozwiązanie zagadnienia fundamentu posadowionego na podłożu z gruntu zbrojonego dla przypadku ośrodka ważkiego

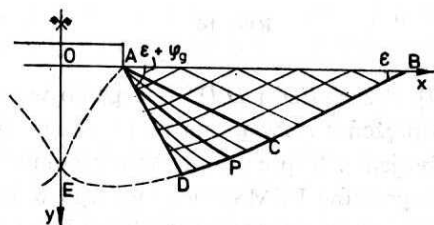
W poniższych rozważaniach zaprezentowano koncepcję rozwiązania problemu nośności granicznej ważkiego podłoża z gruntu zbrojonego, poprzez uogólnienie przypadku ośrodka nieważkiego. Gdy γ jest różne od zera, rozwiązanie przeprowadza się metodą różnic skończonych, obierając szereg dostatecznie blisko siebie leżących punktów i znajdując odpowiadające im wartości ϕ , σ i v . Wyniki numeryczne, dla konkretnych wartości brzegowych, otrzymano wykorzystując specjalny program w języku FORTRAN. Przykładowe, graficzne rozwiązania dla gruntu bez zbrojenia i ze zbrojeniem przedstawiono na rys. 37 i 38.

8.1. Rozwiązanie statyczne

Schemat podziału na strefy, w których obowiązują kolejne warunki plastyczności, zbudowany na bazie założeń z pkt. 5, przedstawiono na rys. 16. W strefach $ADCB$ i $FGHJ$ obowiązuje warunek plastyczności Coulomba-Mohra, w strefach $ADA'D'$ i $FGF'G'$ warunek plastyczności dla gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach, zaś w strefach $A'ED'$ i $F'EG'$ warunek gruntu zbrojonego o włóknach uplastycznionych. Przyjęto, że powierzchnia ośrodka w otoczeniu bloku AF , jest obciążona naziemem q .



Rys. 16



Rys. 17

W trójkącie ABC , w którym obowiązuje warunek plastyczności Coulomba-Mohra, panuje elementarny stan parcia biernego, opisany związkami:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= 0, & \sigma_y &= q + \gamma y. \\ \sigma_x &= (q + \gamma y) \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}, & \phi &= 0, & \sigma &= \frac{q + \gamma y}{1 - \sin \phi}. \end{aligned} \quad (42)$$

W całym trójkącie ABC charakterystyki są liniami prostymi nachylonymi do osi X pod kątem $\pm \epsilon$. Dane na charakterystyce AC pozwalają znaleźć numeryczne rozwiązanie w wachlarzu ACD przy wykorzystaniu schematu rozwiązania tzw. zagadnienia charakterystycznego z punktem osobliwym. Obie rodziny charakterystyk, opisane zależnościami (10), są teraz krzywoliniowe. Graniczny kąt ϕ w wachlarzu, dla warunku plastyczności gruntu zwykłego określony podobnie, jak dla gruntu nieważkiego, wynosi $\phi_g = (\pi/4) - (\phi/2)$.

Skrajna charakterystyka AP pierwszej rodziny, wychodząca z punktu A pod kątem $\alpha = \phi + \epsilon = (\pi/2) - \phi$, jest charakterystyką krzywoliniową. Ponieważ warunek $\zeta = 0$ obo-

wiązuje na prostej AD , dlatego obszar ADP (rys. 17) rozwiązuje się według schematu tzw. mieszanego zagadnienia charakterystycznego (patrz [10]). Kąt ϕ jest wzdłuż prostej AD stały, wartość $\phi = (\pi/4) - (\phi/2)$ występuje także na wychodzących z tej linii charakterystykach pierwszej rodziny. Prosta AD jest więc obwiednią tej rodziny charakterystyk w trójkącie ADP . Na tej prostej $d\phi = 0$, ponieważ $\phi = \text{const}$, więc równania charakterystyk (10) przyjmują na niej następującą postać:

I rodzina

$$d\sigma = \gamma(dy + \operatorname{tg} \phi dx), \quad dy/dx = \operatorname{tg} 2\varepsilon = 1/\operatorname{tg} \phi \quad (43)$$

II rodzina

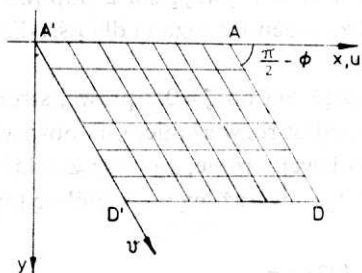
$$d\sigma = \gamma(dy - \operatorname{tg} \phi dx), \quad dy/dx = 0.$$

Na linii AD $\zeta = 0$, czyli $d\zeta = 0$. Podstawiając tę zależność, jak również związki $dy/dx = 1/\operatorname{tg} \phi$, oraz $dy/dx = 0$ do równań charakterystycznych obszaru sztywnych włókien (12), otrzymuje się w tym obszarze, jak i na obwiedni AD następujące zależności:

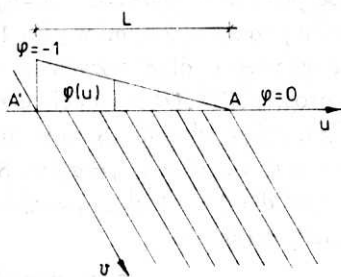
$$\begin{aligned} dy &= \frac{dx}{\operatorname{tg} \phi}, & d\sigma &= \frac{\gamma dx}{\sin \phi \cos \phi}, \\ dy &= 0, & d\sigma &= -\operatorname{tg} \phi \gamma dx. \end{aligned} \quad (44)$$

Z powyższego wynika, że wzdłuż linii AD , oddzielającej obszar gruntu zwykłego od gruntu zbrojonego o sztywnych włókienach, wyrażenia opisujące stan naprężeń są takie same. Tak więc, podobnie jak dla gruntu nieważkiego, na linii rozgraniczającej te dwa obszary nie występuje nieciągłość naprężeń. W obszarze sztywnych włókien analizę stanu naprężeń wygodniej jest przeprowadzić w nowym układzie ukośnokątnym u, v , którego osie pokrywają się z charakterystykami (rys. 18). Dla takiego układu współrzędnych

$$u = x - y \operatorname{tg} \phi, \quad v = y/\cos \phi.$$



Rys. 18



Rys. 19

Uwaga: na rysunku zamiast ϕ ma być ζ

W nowym układzie u, v związki charakterystyczne przyjmują postać:

$$du = 0, \quad d\sigma = (\gamma/\cos \phi) dv, \quad dv = 0, \quad d\sigma + \sigma_0 d\zeta = -\gamma \operatorname{tg} \phi du. \quad (45)$$

Na skrajnej charakterystyce poziomej AA' parametr ζ zmienia się od $\zeta|_{u_A} = 0$, do $\zeta|_{u_{A'}} = -1$. Przyjmując, że $u_A - u_{A'} = L$ (rys. 19), zakłada się na brzegu $v = 0$, najprostszą, liniową zmianę parametru ζ w przedziale $\langle 0; -1 \rangle$. Oznacza to równomierny wzrost

siły rozciągającej w nieuplastycznionym zbrojeniu. Zmianę parametru ζ wzdłuż charakterystyki $v=0$ opisuje więc zależność:

$$\zeta(u) = u/L - 1, \quad \text{lub } u(\zeta) = L(\zeta + 1).$$

Powyższe wyrażenie, po zróżniczkowaniu, podstawia się do związków charakterystycznych (45), które po scałkowaniu i uwzględnieniu warunków brzegowych przyjmują następującą postać:

I rodzina

$$u = \text{const}, \quad \sigma = -(\sigma_0 + \gamma L \operatorname{tg} \phi) \zeta|_{u=\text{const}} + \sigma_g(v)$$

II rodzina

$$v = \text{const}, \quad \sigma = -(\sigma_0 + \gamma L \operatorname{tg} \phi) \zeta(u) + \sigma_g|_{v=\text{const}}. \quad (46)$$

W powyższych związkach $\sigma_g(v)$ jest naprężeniem brzegowym na skrajnej charakterystyce AD i wynosi:

$$\sigma_g(v) = (\gamma / \cos \phi) v + \sigma_g|_{v=0}.$$

Podobnie jak dla ośrodka nieważkiego, obszar $A'D'AD$ musi zostać zawężony do prostej $y = \frac{1}{\operatorname{tg} \phi} \left(x - \frac{b}{2} \right)$. Po wykonaniu przejścia granicznego:

$$\lim_{L \rightarrow 0} [-(\sigma_0 + \gamma L \operatorname{tg} \phi) \zeta + \sigma_g(v)] = -\sigma_0 \zeta + \sigma_g(v),$$

otrzymuje się na linii $A'D'AD$ następującą zależność:

$$\sigma = -\sigma_0 \zeta + (\gamma / \cos \phi) v + \sigma_g|_{v=0} \quad (47)$$

Dla przypadku gruntu nieważkiego ($\gamma=0$), $\sigma_g = \sigma_g|_{v=0} = \text{const}$, zaś $\sigma = \sigma_g|_{v=0} - \sigma_0 \zeta$. Dla dowolnej charakterystyki ukośnej $dy/dx = 1/\operatorname{tg} \phi$, parametry ζ i σ są stałe, zaś na charakterystyce poziomej $dy/dx = 0$ i $\sigma = \sigma_g - \sigma_0 \zeta$. Zależności te pokrywają się z odpowiednimi związkami przedstawionymi w pkt. 4. Powyższa analiza przeprowadzona dla ośrodka ważkiego daje więc ogólne rozwiązanie tego problemu.

Na prostej $A'D'AD$ ma miejsce zmiana stanu naprężenia od $\zeta=0$ z prawej strony, do $\zeta=-1$ z lewej strony linii. Stan po prawej stronie dany jest rozwiązaniem na obwiedni dla gruntu bez zbrojenia $\sigma|_{\zeta=0} = \sigma_g(x)$. Stan naprężeń po lewej stronie, zgodnie z zależnością (47), wynosi dla $\zeta=-1$ $\sigma|_{\zeta=-1} = \sigma_0 + \sigma_g(x)$, gdzie $\sigma_g(x)$ jest wyrażoną we współrzędnych X, Y postacią $\sigma_g(v)$

$$\sigma_g(x, y) = \gamma (\sin \phi \cos \phi) (x - b/2) + \sigma_g|_{y=0}.$$

Zwraca się uwagę, że związek $\sigma|_{\zeta=-1} = \sigma_0 + \sigma_g(x)$ pokrywa się z zależnością opisującą zmianę stanu naprężenia na linii $ADA'D'$, dla gruntu nieważkiego (patrz pkt 4). Można więc wykazać, postępując podobnie jak w pkt. 4, że na linii $y = \frac{1}{\operatorname{tg} \phi} \left(x - \frac{b}{2} \right)$ spełniony jest warunek równowagi sił.

Na linii $A'D'$ $\zeta = -1$ i zaczyna obowiązywać warunek plastyczności dla gruntu zbrojonego z uplastycznionymi włóknami. Podobnie jak w pkt. 4, linia $A'D'$ jest początkową charakterystyką tego obszaru. Ponieważ związki charakterystyczne dla tego materiału są takie

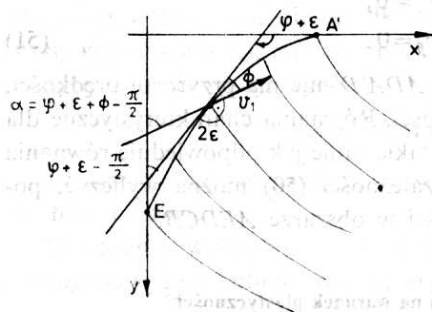
same, jak dla gruntu zwykłego, rozwiązania w wachlarzu ADE (rys. 17) poszukuje się podobnie jak w strefie ACP , zgodnie ze schematem zagadnienia charakterystycznego z punktem osobliwym. Końcowa charakterystyka pierwszej rodziny musi przecinać oś Y pod kątem $\varepsilon = \pi/4 - \phi/2$, gdyż w punkcie E kąt $\varphi = \pi/2$. Trójkąt AFE traktuje się jako sztywny klin, wciskany w podłoże wraz z blokiem fundamentowym. Stan naprężeń w tym trójkącie przyjmuje się jako nieokreślony, a wypadkowa p , nacisku bloku na ośrodek w stanie granicznym, wyznacza się przez całkowanie naprężeń działających na charakterystykach AE i FE .

8.2. Rozwiązanie kinematyczne

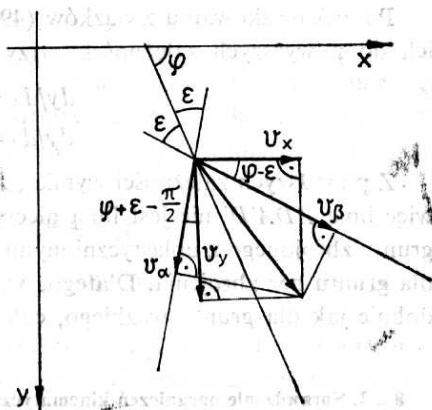
8.2.1. Określenie pola prędkości

Budując pole prędkości dla ośrodka ważkiego, przyjmuje się, podobnie jak w pkt. 6, że sztywny blok fundamentowy, o szorstkiej podstawie, przemieszcza się pionowo w dół ze stałą prędkością v_0 . Także w tym przypadku, siatka charakterystyk dla prędkości pokrywa się z siatką rozwiązania statycznego. Prędkość w punkcie E i wzdłuż linii ED' określa się podobnie, jak dla ośrodka nieważkiego. W punkcie E wynosi ona $v = v_0/2 \sin \varepsilon$, zaś na linii ED' opisana jest wyrażeniem:

$$v = \frac{v_0}{2 \sin \varepsilon} \exp[(\pi/2 - \varphi) \operatorname{tg} \phi].$$



Rys. 20



Rys. 21

Prędkość na linii $A'E$ (rys. 20), będącej linią nieciągłości pomiędzy obszarem deformacji, a sztywnym klinem $A'EF'$, określa się nakładając na całe pole prędkości sztywną translację ku górze, z prędkością v_0 . Blok fundamentowy, wraz ze sztywnym obszarem $A'EF'$, będzie w takim układzie nieruchomy, zaś obszar deformacji $A'EDCBA$ będzie przemieszczał się wzdłuż linii $A'E$. Ponieważ linia ta jest jednocześnie charakterystyką pierwszej rodziny, zależności opisujące skok prędkości v na $A'E$ mają postać:

$$v_x = -(v_0/2 \sin \varepsilon) \cos(\varphi + \varepsilon + \phi) \exp[(\varphi - \pi/2) \operatorname{tg} \phi]$$

$$v_y = v_0 - (v_0/2 \sin \varepsilon) \sin(\varphi + \varepsilon + \phi) \exp[(\varphi - \pi/2) \operatorname{tg} \phi]$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (48)$$

Dane na liniach nieciągłości wystarczą do numerycznego określenia pola prędkości w całym obszarze $A'ED'$. Wektor v , w węzłach siatki, wygodnie jest określić w składowych jego rzutów v_α i v_β , na odpowiednie kierunki charakterystyk α i β , przechodzących przez dany punkt (rys. 21):

$$\begin{aligned}v_x \cos \phi &= v_\beta \sin(\varphi + \varepsilon) - v_\alpha \sin(\varphi - \varepsilon), \\v_y \cos \phi &= -v_\beta \cos(\varphi + \varepsilon) + v_\alpha \cos(\varphi - \varepsilon).\end{aligned}\quad (49)$$

Po zróżniczkowaniu powyższych zależności i podstawieniu ich do wzorów (14), otrzymuje się następującą postać równań różniczkowych dla charakterystyk prędkości

$$\begin{aligned}dy/dx &= \operatorname{tg}(\varphi + \varepsilon), & dv_\alpha - (v_\alpha \operatorname{tg} \phi - v_\beta \sec \phi) d\varphi &= 0, \\dy/dx &= \operatorname{tg}(\varphi - \varepsilon), & dv_\beta + (v_\beta \operatorname{tg} \phi - v_\alpha \sec \phi) d\varphi &= 0.\end{aligned}\quad (50)$$

Z równań tych, zapisanych w postaci wzorów rekurencyjnych, można obliczyć nieznane wartości składowych wektora v w węźle, gdy znane są wielkości v_α , v_β i φ , w sąsiednich punktach siatki charakterystyk.

W obszarze gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach $A'D'AD$ równania różniczkowe charakterystyk pola prędkości są następujące:

$$\begin{aligned}dy/dx &= 1/\operatorname{tg} \phi, & dv_y + \operatorname{tg} \phi dv_x &= 0, \\dy/dx &= 0, & dv_x &= 0.\end{aligned}$$

Po zróżniczkowaniu związków (49), przy uwzględnieniu $\varphi = \pi/4 - \phi/2$ i podstawieniu ich do powyższych zależności, otrzymuje się następujące równania charakterystyczne

$$\begin{aligned}dy/dx &= 1/\operatorname{tg} \phi, & dv_\alpha &= 0, \\dy/dx &= 0, & dv_\beta &= 0.\end{aligned}\quad (51)$$

Z powyższych zależności wynika, że w obszarze $ADA'D'$ nie ma przyrostu prędkości, więc linia $ADA'D'$ nie jest linią nieciągłości prędkości. Równania charakterystyczne dla gruntu zbrojonego z uplastycznionymi włóknami są takie same jak odpowiednie równania dla gruntu bez zbrojenia. Dlatego, wykorzystując zależności (50) można wyliczyć, podobnie jak dla gruntu wazkiego, całe pole prędkości w obszarze $AEDCB$.

8.2.2. Sprawdzenie ograniczeń kinematycznych nałożonych na warunek plastyczności

Opis teoretyczny pracy gruntu zbrojonego pod stopą fundamentową musi spełniać ograniczenia kinematyczne sztywno-plastycznego modelu gruntu zbrojonego, czyli warunek $\dot{\epsilon}_x < 0$ dla uplastycznionych włókien i $\dot{\epsilon}_x > 0$ dla włókien nie pracujących. Wykorzystując zależność:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}; \quad \lambda \geq 0$$

można, różniczkując odpowiednie warunki plastyczności (2), (3) lub (5), znaleźć wyrażenie opisujące składową tensora prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}_x$ i określić jego znak w teoretycznych obszarach deformacji. Dla gruntu bez zbrojenia

$$\dot{\epsilon}_x = 4\lambda \sigma \sin \phi (\cos 2\varphi - \sin \phi),$$

zaś $\varphi \in \langle 0; \pi/4 - \phi/2 \rangle$. Dla tego przypadku, gdy $\varphi = 0$, to $\dot{\epsilon}_x > 0$, a następnie maleje do zera wraz z φ dążącym do wartości $(\pi/4) - (\phi/2)$. Dla gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach $\dot{\epsilon}_x = 0$. Dla gruntu zbrojonego o włóknach uplastycznionych

$$\epsilon_x = 4\lambda\sigma \sin \phi (\cos 2\varphi - \sin \phi).$$

Wyrażenie to, równe zero dla $\varphi = (\pi/4) - (\phi/2)$, maleje poniżej zera wraz z φ dążącym do $\pi/2$. W powyższych rozważaniach, wskazujących na spełnienie ograniczeń kinematycznych, przyjęto, że parametr σ jest dodatni. Wynika stąd, że kontrola ograniczeń kinematycznych sprowadza się do kontroli, podczas obliczeń numerycznych, znaku parametru σ , określanego w analizie statycznej.

8.2.3. Sprawdzenie warunku nieujemności mocy dysypacji

Pole naprężeń i prędkości odkształceń powinno spełniać warunek nieujemności mocy dysypacji $D = \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_i \geq 0$ lub inaczej

$$\dot{D} = \sigma_x \dot{\epsilon}_x + \sigma_y \dot{\epsilon}_y + \tau_{xy} \dot{\epsilon}_{xy} + \tau_{yx} \dot{\epsilon}_{yx}. \quad (52)$$

Składowe tensora prędkości odkształcenia oblicza się, podobnie jak poprzednio, z zależności:

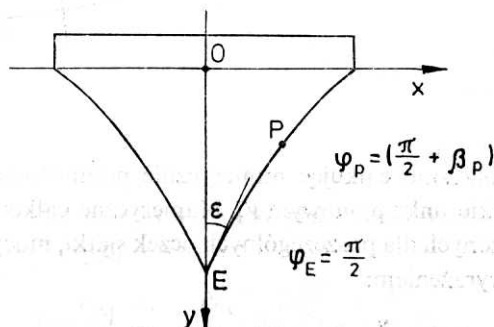
$$\dot{\epsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}.$$

Po podstawieniu obliczonych wartości $\dot{\epsilon}_x$, $\dot{\epsilon}_y$, $\dot{\epsilon}_{xy}$ i $\dot{\epsilon}_{yx}$ do wyrażenia (52), otrzymuje się, w wyniku, tak samo jak dla ośrodka nieważkiego, w strefach gruntu zwykłego i zbrojonego o sztywnych włóknach moc dysypacji $\dot{D} = 0$. Dla gruntu zbrojonego o włóknach uplastycznionych moc dysypacji wynosi:

$$\dot{D} = 4\lambda\sigma_0 \sin \phi (\sin \phi - \cos 2\varphi) = -\sigma_0 \dot{\epsilon}_x.$$

Ponieważ w całej tej strefie $\dot{\epsilon}_x < 0$, moc dysypacji (dla $\sigma > 0$) jest dodatnia w każdym punkcie tego obszaru.

Dla gruntu ważkiego, na skrajnej charakterystyce przecinającej oś Y pod kątem ϵ , z uwagi na jej krzywoliniowość, kąt φ przyjmuje tylko w punkcie przecięcia wartość $\varphi = \pi/2$



Rys. 22

(rys. 22). Na pozostałej długości charakterystyki, kąt ϕ przekracza wartość $\pi/2$ o stosunkowo niewielki kąt β (czyli $\phi = \pi/2 + \beta$). Dopuszczalna wielkość tego kąta, określona z warunku $(\sin \phi - \cos 2\phi) \geq 0$, wynosi:

$$\beta \leq \pi - \varepsilon = \frac{3}{4}\pi + \frac{\phi}{2}.$$

Ponieważ β w zagadnieniach praktycznych wynosi kilka stopni, można stwierdzić, że dla $\sigma \geq 0$, warunek nieujemności mocy dysypacji jest spełniony w całym analizowanym obszarze deformacji.

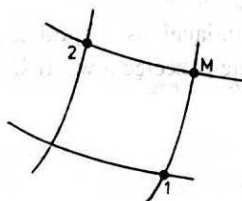
8.2.4. Określenie obciążenia granicznego na podstawie rozwiązania kinematycznego

Obciążenie graniczne, przy wykorzystaniu rozwiązania kinematycznego, określono dla gruntu wazkiego na podstawie zasady mocy przygotowanych. Zasada ta, dla ośrodka o $\gamma \neq 0$, przyjmuje następującą postać:

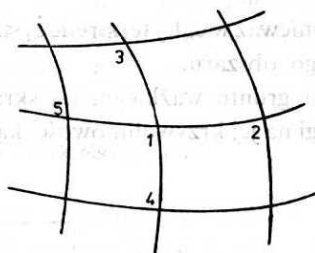
$$pbv_0 + 2qlv_{y|_{\phi=0}} + 2\gamma \int_{SOEDCBO} v, dS = 2 \int_{SA'EDCBA} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dS + 2 \int_{LF'EDCB} \sigma_{ij} v_j [V_i^k] dL, \quad (53)$$

gdzie: p – poszukiwane obciążenie graniczne, b – szerokość fundamentu, q – obciążenie naziemem, v_y – składowa prędkości w kierunku pionowym, γ – ciężar właściwy ośrodka, $\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}$ – tensory naprężenia i prędkości odkształcenia, v_j – wektor normalny do linii nieciągłości prędkości, L – linia nieciągłości prędkości, $[V_i^k]$ – skok prędkości na linii nieciągłości, S – powierzchnia deformacji ośrodka.

Moc obciążenia zewnętrznego $\dot{D}_q$ na brzegu AB określono przez całkowanie pomnożonych przez wartość q prędkości w kierunku pionowym na tym brzegu. Rozkład prędkości na AB jest identyczny, jak na charakterystyce AC , bowiem w obszarze ABC nie ma przyrostu prędkości.



Rys. 23



Rys. 24

Moc sił ciężkości obliczono całkując numerycznie pomnożone przez wartość γ pole składowych prędkości w kierunku pionowym V_y . Numeryczne całkowanie przeprowadzono przez sumowanie, obliczonych dla poszczególnych oczek siatki, mocy dysypacji $\dot{D}_\gamma$ (rys. 23), opisanych poniższym wyrażeniem:

$$D_\gamma = \frac{\gamma}{4} (v_y^{(1)} + v_y^{(2)} + v_y^{(3)} + v_y^{(4)}) S_{1234}. \quad (54)$$

Moc dysypacji w obszarze deformacji jest różna od zera wyłącznie w obszarze $A'FD'$ i wyraża się związkiem:

$$\dot{D} = \int \sigma_0 \frac{\partial v_x}{\partial x} dS.$$

W celu określenia, w sposób numeryczny, pochodnej cząstkowej $\partial v_x / \partial x$, funkcję $v_x(x, y)$ rozwinięto w szereg Taylora w otoczeniu punktu (1), będącego jednym z węzłów siatki charakterystyk (rys. 24)

$$v_x = v_x(1) + \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial x} (x - x_1) + \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial y} (y - y_1) \dots$$

Podstawiając w miejsce v_x, x, y , odpowiednie wartości w punktach 2 i 3, otrzymujemy układ równań:

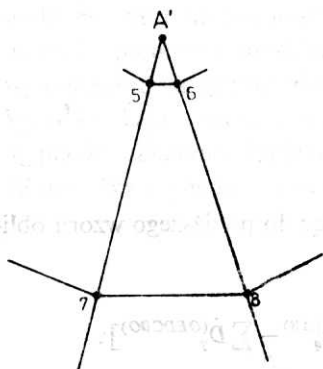
$$v_x(2) - v_x(1) = \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial x} (x_2 - x_1) + \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial y} (y_2 - y_1)$$

$$v_x(3) - v_x(1) = \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial x} (x_3 - x_1) + \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial y} (y_3 - y_1).$$

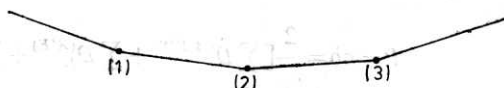
Wyliczona, z powyższego układu, różnica $\frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial x}$ wyraża się wzorem:

$$\frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial x} = \frac{[v_x(2) - v_x(1)](y_3 - y_1) - [v_x(3) - v_x(1)](y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)}. \quad (55)$$

Podobnie, jak powyżej, dla punktów 2 i 3, wartości pochodnej określono przy wykorzystaniu punktów 2 i 4, 3 i 5 oraz 4 i 5, a następnie uśredniono.



Rys. 25



Rys. 26

Numeryczne całkowanie przeprowadzono przez sumowanie mocy $\dot{D}$ obliczonej dla poszczególnych oczek siatki według wzoru:

$$\dot{D} = \frac{\sigma_0}{4} \left(\frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial v_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial v_x^{(3)}}{\partial x} + \frac{\partial v_x^{(4)}}{\partial x} \right) S_{1234}. \quad (56)$$

W punkcie osobliwym A' obliczenie różniczki cząstkowej przy użyciu wzoru (56) jest niemożliwe. W celu zapewnienia odpowiedniej dokładności rozwiązania, za pomocą specjalnej procedury, obliczono powyższą metodą różniczki cząstkowe w bezpośrednim otoczeniu punktu nieciągłości A' (rys. 25). W tym przypadku do określenia wartości $\dot{D}$, w obszarze przylegającym do punktu A' , przyjęto następujące wyrażenie:

$$\dot{D} = \frac{\sigma_0}{2} \left(\frac{\partial v_x^{(5)}}{\partial x} + \frac{\partial v_x^{(6)}}{\partial x} + \frac{\partial v_x^{(7)}}{\partial x} + \frac{\partial v_x^{(8)}}{\partial x} \right) S_{5678}.$$

Jako długość odcinka $A'6$ przyjęto 1/10 deklarowanego odstępu pomiędzy charakterystykami poziomymi. Moc dysypacji na linii nieciągłości wyliczono jedynie w obszarze gruntu zbrojonego o włóknach uplastycznionych, gdyż dla ośrodka idealnie sypkiego powyższa moc dysypacji równa się zero (patrz [4]). Przypadek gruntu zbrojonego o sztywnych włóknach rozpatrzono wcześniej w pkt. 6.3.4. Moc dysypowana w tym wypadku również równała się zero. Zatem, moc dysypowana na liniach $A'E$ i ED' obliczono, sumując moc $\dot{D}_L$ obliczoną dla kolejnych węzłów skrajnej charakterystyki (rys. 26). Opisuje ją wyrażenie:

$$\dot{D}_L = \frac{1}{2} (\dot{D}^{(1)} + \dot{D}^{(2)}) \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2},$$

gdzie

$$\dot{D}_L^{(1)} = T_x^{(1)} V_x^{(1)} + T_y^{(1)} V_y^{(1)}, \quad T_x^{(1)} = v_x^{(1)} \sigma_x + v_y^{(1)} \tau_{xy}^{(1)}, \quad T_y^{(1)} = v_x^{(1)} \tau_{xy}^{(1)} + v_y^{(1)} \sigma_y^{(1)},$$

$$v_x^{(1)} = \frac{v_1^{(1)}}{v_D^{(1)}}, \quad v_y^{(1)} = \frac{v_2^{(1)}}{v_D^{(1)}},$$

$$v_1^{(1)} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}, \quad v_2^{(1)} = 1,$$

$$v_D^{(1)} = \sqrt{(v_1^{(1)})^2 + (v_2^{(1)})^2}.$$

W podobny sposób oblicza się parametr $\dot{D}^{(2)}$.

Wartość obciążenia granicznego otrzymuje się podstawiając do poniższego wzoru obliczone poprzednio wielkości:

$$P = pb = \frac{2}{v_0} \left[\sum \dot{D}^{(A'ED')} + \sum \dot{D}_L^{(A'E)} + \sum \dot{D}_L^{(ED')} - \sum \dot{D}_q^{(AB)} - \sum \dot{D}_\gamma^{(OEDCBO)} \right].$$

W powyższym wzorze wyrażenia w nawiasie kwadratowym oznaczają kolejno:

- moc dysypowaną w obszarze $A'ED'$;
- moc dysypowaną na linii nieciągłości $A'E$;
- moc dysypowaną na linii nieciągłości ED' ;
- moc obciążenia zewnętrznego q ;
- moc obciążenia siłami ciężkości γ .

9. Badania eksperymentalne

9.1. Wstęp

Eksperymentalne badania nośności podłoża z gruntu zbrojonego przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym rzędzie wykonano serię badań na piasku zazbrojonym taśmami z folii aluminiowej. Badania te wykonano przed przystąpieniem do analizy teoretycznej. Ich celem było dostarczenie podstawowych informacji o nośności podłoża z gruntu zbrojonego, charakterze zniszczenia takiego materiału, oraz o sposobie pracy zbrojenia w uplastycznionym ośrodku. Chodziło też o opracowanie techniki badania nietypowego materiału, jakim jest grunt zbrojony.

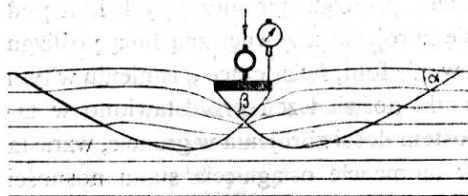
Na drugim etapie przeprowadzono trzy serie badań:

- na piasku zazbrojonym taśmami równomiernie rozłożonymi w całym ośrodku,
- na piasku zazbrojonym krótkimi taśmami umieszczonymi wyłącznie wewnątrz obszaru deformacji,
- na ośrodku Taylor-Schneebeli zazbrojonym równomiernie rozłożonymi taśmami.

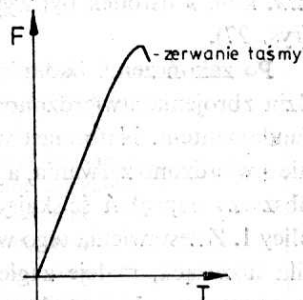
We wszystkich trzech przypadkach użyto specjalnie przygotowanych taśm z folii polietylenowej. W tej serii badań, stanowiących właściwą weryfikację eksperymentalną badanego zagadnienia, starano się tak dobrać materiały, jak i przygotować stanowisko badawcze, by spełnione były założenia sztywno-plastycznego modelu gruntu zbrojonego.

9.2. Badania na piasku zazbrojonym folią aluminiową

Badania przeprowadzono w skrzyni prostopadłościenniej, o wymiarach $64 \times 66 \times 26$ cm, zamkniętej od frontu szybą o grubości 2 cm. Ośrodek obciążono pionowo płytą stalową o wymiarach $26 \times 7 \times 1,2$ cm. Deformację ośrodka rejestrowano ustawionym przed stanowiskiem aparatem fotograficznym, a siłę wciskającą i przemieszczenie pionowe odczytywano za pomocą czujników umieszczonych przy urządzeniu wciskającym (rys. 27). Do wymodelowania gruntu zbrojonego użyto piasku średnioziarnistego o gęstości $\gamma = 1730$ kg/m³ i o kącie tarcia wewnętrznego $\phi = 34^\circ$, który określono w aparacie trójosiowym. W piasku układano zbrojenie z pasków folii aluminiowej o wymiarach 5×65 cm i grubości 25 μ m. Wytrzymałość folii na rozciąganie, określona na specjalnym stanowisku badaw-

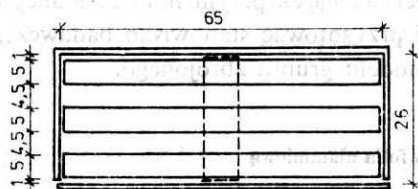


Rys. 27

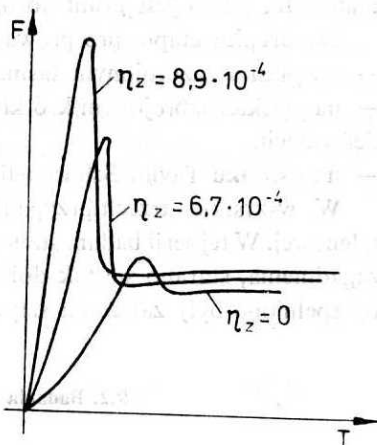


Rys. 28

czym, wynosiła $34,6 \text{ MN/m}^2$. Wykres zmian siły rozciągającej w czasie przedstawiono na rys. 28. Grunt w stanowisku zagęszczano przez sypanie piaskiem przez sito z wysokości jednego metra, pierwsze 20 cm zasypywano w sposób ciągły, a następnie sypano warstwami co 2 cm lub co 1,5 cm. Nadmiar gruntu z każdej warstwy zbierano za pomocą specjalnej zgarniarki i usuwano. Każdą warstwę oznaczano przy szybie zabarwionym piaskiem o właściwościach identycznych jak grunt zasadniczy. Stosunek objętości zbrojenia do objętości ośrodka η_z wynosił dla warstw układanych co 2 cm $\eta_z = 6,7 \times 10^{-4}$, a dla warstw układanych co 1,5 cm $\eta_z = 8,9 \times 10^{-4}$. Sposób ułożenia zbrojenia na powierzchni jednej warstwy przedstawiono na rys. 29. Ilość i sposób rozmieszczenia zbrojenia w ośrodku przyjęto wzorując się na istniejących konstrukcjach z gruntu zbrojonego.



Rys. 29



Rys. 30

Pierwsze doświadczenia przeprowadzono na gruncie bez zbrojenia, ale z zaznaczonymi warstwami. We wszystkich przypadkach siła rosła w sposób prawie liniowy do wartości maksymalnej, a następnie spadała do pewnego poziomu, na którym się stabilizowała.

Kolejne doświadczenia przeprowadzono na gruncie zbrojonym folią, układaną w warstwach ośrodka co 2 cm i co 1,5 cm. Zmiany siły obciążającej w czasie miały charakter podobny, jak dla gruntu bez zbrojenia (patrz rys. 30). We wszystkich doświadczeniach zaobserwowano podobny kształt deformacji ośrodka. Pod stopą fundamentową pojawiał się tzw. klin, a ośrodek był wypychany na zewnątrz po charakterystycznych liniach poślizgu (rys. 27).

Po zakończeniu badania, usunięciu kolejnych warstw piasku i przeprowadzeniu oględzin zbrojenia stwierdzono zerwanie taśm na liniach poślizgu ograniczających klin pod fundamentem. Natomiast w miejscu przecięcia się zbrojenia z zewnętrzną linią poślizgu nie stwierdzono zerwania, a jedynie pewne pofałdowanie folii, świadczące o istnieniu w tym obszarze naprężeń ściskających. Podstawowe wyniki doświadczeń przedstawiono w tabelicy 1. Z zestawienia tego wynika, że wraz ze wzrostem ilości zbrojenia w gruncie, wzrasta siła niszcząca, maleje zagłębienie fundamentu w momencie osiągnięcia stanu nośności granicznej, a także zwiększa się kąt α nachylenia zewnętrznych linii poślizgu do poziomu gruntu.

Tablica 1

Wyniki doświadczeń na piasku zbrojnym folią aluminiową

Typ materiału	$\eta_z \times 10^{-4}$	Siła maks. [N]	Siła ustab. [N]	Napężenie maks. [kN/m ²]	Zagłębienie fund. [mm]	Kąt α (rys. 27) [rad]
grunt bez zbrojenia	0	1275	883	69,6	7,0	0,593
	0	1180	863	63,8	8,0	0,576
	0	1370	893	74,6	6,0	—
wartość średnia	0	1275	883	69,6	7,0	0,584
grunt zbrojony warstwy co 2 cm	6,7	3040	1275	168,7	4,0	0,698
	6,7	2650	1470	146,2	4,2	0,646
	6,7	2940	1080	159,9	4,2	0,628
wartość średnia	6,7	2880	1275	158,3	4,1	0,667
grunt zbrojony warstwy co 1,5 cm	8,9	3920	1275	213,9	3,5	0,750
	8,9	3430	1275	189,3	4,1	0,663
	8,9	3040	1080	166,8	3,0	0,720
wartość średnia	8,9	3430	1210	190,0	3,5	0,711

Celem kolejnego doświadczenia było określenie stanu naprężenia w jednej z taśm zbrojenia, znajdujących się w zasięgu strefy płynięcia. Do badania przygotowano dwie identyczne taśmy o wymiarach 65×5 cm, z naklejonymi symetrycznie, co 4 cm, dziewięcioma czujnikami tensometrycznymi o długości bazy 6 mm. Jednej z taśm zbrojenia użyto do właściwego badania, a druga stanowiła zespół kompensacyjny. W badaniu nie dążono do otrzymania dokładnych wartości naprężeń w taśmie, lecz określenia w zbrojeniu obszarów występowania naprężeń ściskających, rozciągających poniżej granicy zniszczenia, oraz niszczących przy rozciąganiu. Grunt zazbrojono taśmami o grubości 25 μ m i wymiarach 65×5 cm, układanych co 2 cm. Taśmę z czujnikami umieszczono w środku drugiej warstwy od powierzchni (rys. 31). W trakcie badania dokonywano jednocześnie pomiaru siły wciskającej fundament, zagłębienia fundamentu i naprężeń w badanej taśmie. Z wyników pomiaru

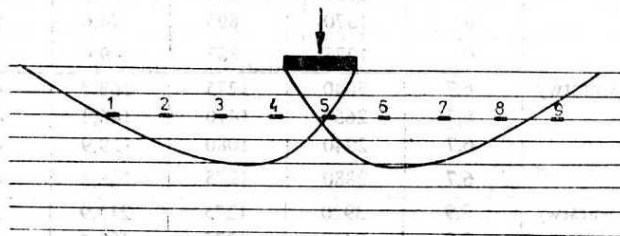
Tablica 2

Wyniki badań stanu naprężeń w taśmie zbrojenia

Parametr F_r oznacza siłę zrywającą badane taśmy

Numer czujnika	Stan czujnika do chwili osiągnięcia obciążenia maks.	Stan czujnika od chwili osiągnięcia obciążenia maks.
1	lekkie ściskanie	wzrastające duże ściskanie
2	wzrastające ściskanie	ustabilizowane ściskanie
3	wzrastające ściskanie	ustabilizowane ściskanie
4	rozciąganie $F=0,5 \times F_r$	spadek siły do zera
5	bardzo silne rozciąg. $F=3 \times F_r$	spadek siły do zera
6	rozciąganie $F=0,3 \times F_r$	spadek siły do zera
7	wzrastające ściskanie	ustabilizowane ściskanie
8	brak obciążenia	ściskanie
9	brak obciążenia	brak obciążenia

i obserwacji taśmy po zakończeniu doświadczenia wynikało, że bezpośrednio w strefie klina znalazł się czujnik nr 5, zaś czujniki nr 1 i nr 8 znalazły się na zewnętrznych liniach poślizgu. W taśmie pomiarowej można było wyodrębnić przy liniach klina podfundamentowego strefy naprężeń niszczących, nieco dalej obszary rozciągane siłą niższą od zrywającej, oraz w pobliżu zewnętrznych linii poślizgu strefy stosunkowo niewielkich naprężeń ściskających. Zniszczenie ośrodka nastąpiło przy sile 3060 N i zagłębieniu fundamentu wynoszącym 0,5 cm.



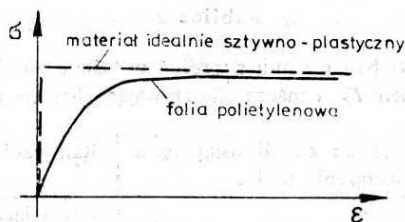
Rys. 31

9.3. Badania na piasku zazbrojonym taśmami polietylenowymi

9.3.1. Wstęp

Przy przygotowaniu tej serii badań kierowano się koniecznością spełnienia następujących, podstawowych założeń sztywno-plastycznego modelu gruntu zbrojonego:

- obowiązuje płaski stan odkształcenia;
- materiał składa się z idealnie sypkiego ośrodka i zbrojenia pracującego tylko na rozciąganie;
- obydwa składniki kompozytu traktuje się jako materiały sztywno-plastyczne;
- zakłada się pełną współpracę pomiędzy ośrodkiem, a zbrojeniem (wzajemny poślizg jest wykluczony).



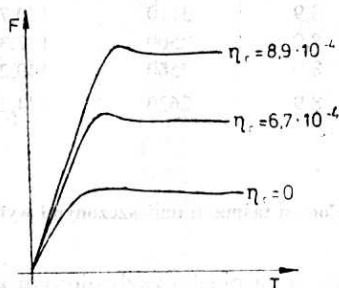
Rys. 32

Badania przeprowadzone na stanowisku badawczym opisanym w p. 9.2. Jako zbrojenie zastosowano taśmy z folii polietylenowej o grubości 25 μm , dla której wykres zmian naprężenia – odkształcenia był bardziej zbliżony do materiału sztywno-plastycznego niż w przypadku folii aluminiowej (rys. 32).

Wytrzymałość folii polietylenowej na rozciąganie wynosiła $17,1 \text{ MN/m}^2$. By zapewnić właściwą współpracę ośrodka ze zbrojeniem, na powierzchnię taśm foliowych, pokrytych cienką warstwą kleju, naniesiono obustronnie proszek ścierny. Następnie, w aparacie bezpośredniego ścinania, określono kąty tarcia wewnętrznego piasku oraz kąty tarcia pomiędzy ośrodkiem a zbrojeniem. Kąt tarcia wewnętrznego piasku, określony na aparacie bezpośredniego ścinania wynosił $\phi_1 = 27,8^\circ$, zaś pomiędzy piaskiem i zbrojeniem $\phi_2 = 30,1^\circ$, co świadczy o istnieniu większej przyczepności między zbrojeniem i ośrodkiem, niż między ziarnami samego piasku.

9.3.2. Badania na piasku zazbrojonym równomiernie rozłożonymi w ośrodku taśmami

Przedstawiona poniżej seria badań była powtórzeniem serii eksperymentów opisanych w p. 9.2, w tym przypadku wykonanych wyłącznie z użyciem taśm polietylenowych. Przy końcach wszystkich taśm ułożonych w ostatnich trzech górnych warstwach, umieszczono specjalne znaczniki, w celu stwierdzenia ewentualnego wystąpienia poślizgu zbrojenia względem piasku.



Rys. 33

Wykresy zmian siły obciążającej w czasie dla zwykłego piasku oraz dla ośrodka zazbrojonego warstwami co 2 cm i co 1,5 cm, przedstawiono na rys. 33. Charakter deformacji ośrodka w tej serii badań był identyczny jak dla doświadczeń z folią aluminiową. Z obserwacji taśm po zakończeniu badania wynikało, że w żadnym z doświadczeń nie wystąpił poślizg pomiędzy piaskiem a zbrojeniem. W strefach ograniczających klin podfundamentowy zbrojenie było zerwane albo silnie rozciągnięte. Wyniki tej serii badań, przedstawione w tabelicy 3, są zasadniczo zgodne z wynikami badań z użyciem folii aluminiowej. Jedynie zwiększające się, wraz ze wzrostem ilości zbrojenia, zagłębienie fundamentu w momencie osiągnięcia stanu nośności granicznej, wynikało ze znacznie większych własności plastycznych folii polietylenowej, niż aluminiowej. Zmiana nośności, jak i kształtu krzywej F, T (rys. 33) dla podłoża ze zwykłego piasku, w tej serii doświadczeń, w porównaniu z badaniami z użyciem folii aluminiowej (rys. 30), wynikała najprawdopodobniej ze znacznej różnicy wilgotności powietrza w pomieszczeniach laboratoryjnych w okresach przeprowadzania tych dwóch serii badań.

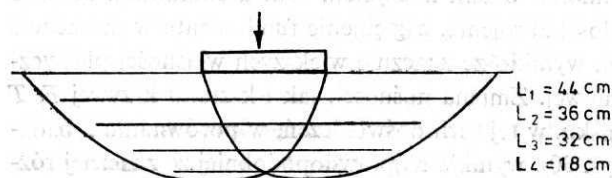
Tablica 3

Wyniki doświadczeń na piasku zbrojonym folią polietylenową

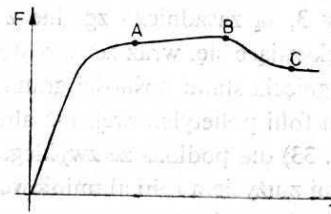
Typ materiału	$\eta_s \times 10^{-4}$	Siła maks. [N]	Napężenie maks. [kN/m ²]	Zagłębienie fund. [mm]	Kąt α (rys. 27) [rad]
grunt bez zbrojenia	0	690	38,3	6,0	0,593
	0	880	49,1	5,0	0,593
	0	785	43,2	5,0	0,628
	0	835	46,1	4,0	0,593
	0	930	51,0	4,0	0,541
wartość średnia	0	825	45,1	5,0	0,593
grunt zbrojony warstwy co 2 cm	6,7	1960	107,9	8,0	0,628
	6,7	1970	107,9	9,0	0,646
	6,7	1970	107,9	8,0	0,663
	6,7	1970	107,9	8,0	0,681
	6,7	1980	108,9	7,0	0,611
wartość średnia	6,7	1970	108,0	8,0	0,646
grunt zbrojony warstwy co 1,5 cm	8,9	2730	150,1	19,0	0,716
	8,9	2275	125,6	17,0	0,716
	8,9	3110	170,7	24,0	0,628
	8,9	2500	137,3	14,0	0,646
	8,9	2560	140,2	19,0	0,663
wartość średnia	8,9	2620	144,2	19,0	0,681

9.3.3. Badania na piasku zazbrojonym taśmami umieszczonymi wyłącznie w obszarze deformacji

Serię badań eksperymentalnych na piasku zazbrojonym krótkimi taśmami, umieszczonymi wyłącznie w obszarze deformacji ośrodka (rys. 34), przeprowadzono w celu określenia wpływu pracy zbrojenia na zewnętrznych liniach poślizgu, na nośność graniczną podłoża i ostateczny kształt stref deformacji. Kształt linii poślizgu przyjęto opierając się na wynikach doświadczeń na piasku bez zbrojenia. Długość taśm dobrano w taki sposób, aby zbrojenie nie wystawało poza przewidywany obszar deformacji. Taśmy o szerokości 5 cm i o długościach podanych na rys. 34, ułożono w czterech warstwach o odstępach 2 cm, po trzy jednakowe taśmy w jednej warstwie. Końce każdej taśmy oznaczono znacznikami, aby wykryć ewentualne wystąpienie poślizgu.



Rys. 34



Rys. 35

Podstawowe wyniki tej serii doświadczeń zestawiono w tablicy 4, zaś wykres zmian siły obciążającej w czasie przedstawiono na rys. 35. Doświadczenia R-1, R-2, R-3 i R-4 stanowiły podstawową grupę badań w tej serii. Kształt strefy deformacji w tych eksperymentach pokrywał się lub był bardzo zbliżony, do obszarów deformacji dla gruntu zwykłego. W dwóch doświadczeniach stwierdzono lekki poślizg jednego końca środkowej taśmy w górnej warstwie zbrojenia (1 mm i 4 mm). W doświadczeniu R-5 zastosowano, krótsze o 6 cm w każdej warstwie, taśmy zbrojenia. Zmiana ta nie miała wpływu na kształt deformacji ośrodka, ani na jego nośność. Natomiast pod koniec badania, przy dużym zagłębieniu fundamentu (około 20 mm), pojawił się, wyraźnie zaznaczony na powierzchni ośrodka, poślizg wszystkich taśm umieszczonych w pierwszej warstwie. Poślizg na długości 7 - 10 mm związany był z wyraźnym spadkiem nośności podłoża

Tablica 4

Zestawienie wyników doświadczeń na piasku zbrojonym wyłącznie w obszarze deformacji

Nr doświadczenia	Siła maks. [N]	Napężenie maks. [kN/m ²]	Zagłębienie fundamentu [mm]	Kąt α (rys. 27) [rad]
R-1	1715	94,2	6	0,576
R-2	1960	107,9	8	0,593
R-3	2010	110,9	7	0,593
R-4	1960	107,9	9	0,611
R-5	2060	112,8	10	0,575
R-6	1910	105,0	9	—
R-7	1865	102,0	8	—
R-8	1865	102,0	9	0,576
R-9	1865	102,0	9	0,611
wartość średnia	1910	105,0	8	0,593

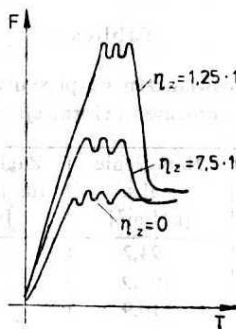
(około 14% wartości maksymalnej — odcinek BC na rys. 35). Obserwacja ta znalazła potwierdzenie w doświadczeniach R-8 i R-9, w których stwierdzono wyraźny związek pomiędzy spadkiem nośności podłoża, a pojawieniem się na powierzchni ośrodka wyraźnych śladów poślizgu zbrojenia. Poślizg taki pojawiał się dopiero przy znacznym zagłębieniu fundamentu (ok. 20 mm) i dużej deformacji podłoża. W doświadczeniach R-6 i R-7 przy osiągnięciu nośności granicznej (punkt A na rys. 35) przerywano eksperyment dla zbadania stanu zbrojenia. W obu doświadczeniach nie stwierdzono poślizgu żadnej, z umieszczonych pod fundamentem, taśm.

Opierając się na wynikach tej serii badań można stwierdzić, że wzrost kąta α , (patrz rys. 27), nachylenia zewnętrznych linii poślizgu do powierzchni gruntu, w doświadczeniach opisanych w p. 9.2 i 9.3.1, związany jest z pracą taśm zbrojenia na zewnętrznych liniach poślizgu. Z tym zjawiskiem związany jest także stosunkowo niewielki wzrost nośności podłoża.

Poślizg krótkich taśm zbrojenia występuje jedynie przy dużym zagłębieniu płyty fundamentowej i związany jest z wyraźnym spadkiem nośności podłoża.

9.4. Badania na ośrodku Taylor-Schneebeli zazbrojonym taśmami z folii polietylenowej

Głównym celem badań na ośrodku Taylor-Schneebeli było ustalenie sposobu deformacji zbrojonego podłoża, w momencie osiągnięcia stanu granicznego. Uzyskanie, dla piasku zbrojonego, wyraźnych linii poślizgu było możliwe jedynie przy dużym zagłębieniu fundamentu, gdy stan nośności granicznej został już dawno osiągnięty. Na tym etapie zbrojenie pod fundamentem zostało już zerwane lub było silnie zdeformowane. Natomiast ośrodek Taylor-Schneebeli umożliwiał dokładne ustalenie sposobu zachowania się podłoża zbrojonego pod stopą fundamentową. Deformację rejestrowano bowiem w sposób ciągły przy użyciu aparatu fotograficznego z otwartą migawką.



Rys. 36

Tę serię badań przeprowadzono na stanowisku o wymiarach $115 \times 76 \times 6$ cm, stosując jako model płytkę stalową o wymiarach $20 \times 6 \times 1$ cm, pokrytą od spodu papierem ściernym. Do skrajów fundamentu przymocowane były pod kątem prostym dwie gładkie płytki, umożliwiające usypanie 5-centymetrowego naziomu. Oprócz rejestracji deformacji ośrodka, mierzono również, za pomocą czujników, siłę obciążającą i przemieszczenie pionowe. Badany ośrodek składał się z aluminiowych wałeczków o średnicy 5 mm i 3 mm i długości 6 cm, o średniej wadze odpowiednio 3,08 g i 1,22 g. Kąt tarcia wewnętrznego, określony na aparacie bezpośredniego ścinania, wynosił $\phi = 31,2^\circ$, zaś średnie zagęszczenie, mierzone zliczaniem wałeczków na obszarze 5×5 cm, wynosiło 2000 kg/m^3 . Jako zbrojenia użyto folii polietylenowej o wymiarach 110×6 cm, grubości 27 μm , wytrzymałości na rozrywanie $16,0 \text{ MN/m}^2$, pokrytej obustronnie proszkiem ściernym. Kąt tarcia wewnętrznego, pomiędzy ośrodkiem i zbrojeniem, określony podobnie jak w p. 9.3.1, wynosił $\phi = 32,6^\circ$. Przygotowując zbrojony ośrodek, stanowisko wypełniano do poziomu 35 cm od dołu zwykłymi wałeczkami, a następnie co 2 cm, lub co 3 cm, układano taśmę zbrojenia. Fundament umieszczano na poziomie 71 cm, a następnie usypywano 5-centymetrowy naziom. Współczynnik η_z dla warstw układanych co 2 cm wynosił $\eta_z = 1,25 \times 10^{-3}$, zaś dla warstw układanych co 3 cm wynosił $\eta_z = 7,5 \times 10^{-4}$.

Pierwsze doświadczenia przeprowadzono na ośrodku bez zbrojenia, kolejne na ośrodku zazbrojonym, o warstwach co 2 i 3 cm. Wykres zmian obciążenia w czasie przedstawiono

na rys. 36. W ośrodku bez zbrojenia, podobnie jak w ośrodku ze zbrojeniem, zaobserwowano ten sam charakter deformacji podłoża, zarówno przed, jak i po osiągnięciu stanu nośności granicznej. Podobnie, jak dla piasku jako ośrodka, pod stopą fundamentową pojawiał się klin, a ośrodek był wypychany na zewnątrz po charakterystycznych liniach poślizgu (rys. 27). Po zakończeniu badania, w taśmach można było zaobserwować strefy zniszczone, rozciągane i ściskane. Zerwanie taśm występowało na liniach ograniczających klin podfundamentowy. W tej serii doświadczeń trudno było o dokładne ustalenie kąta nachylenia

Tablica 5

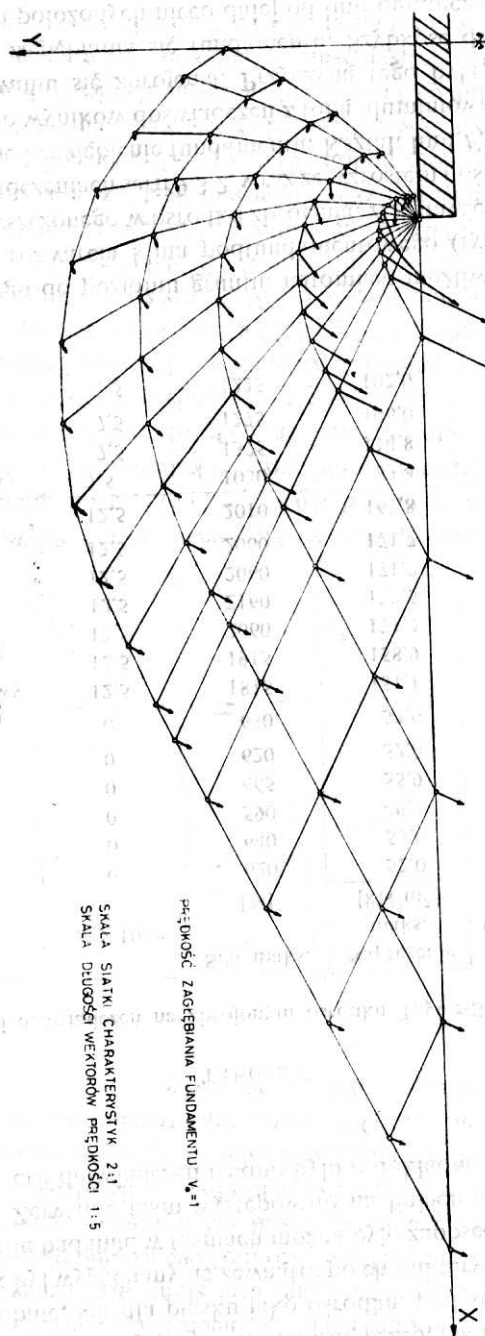
Wyniki doświadczeń na zbrojonym ośrodku Taylor-Schneebeli

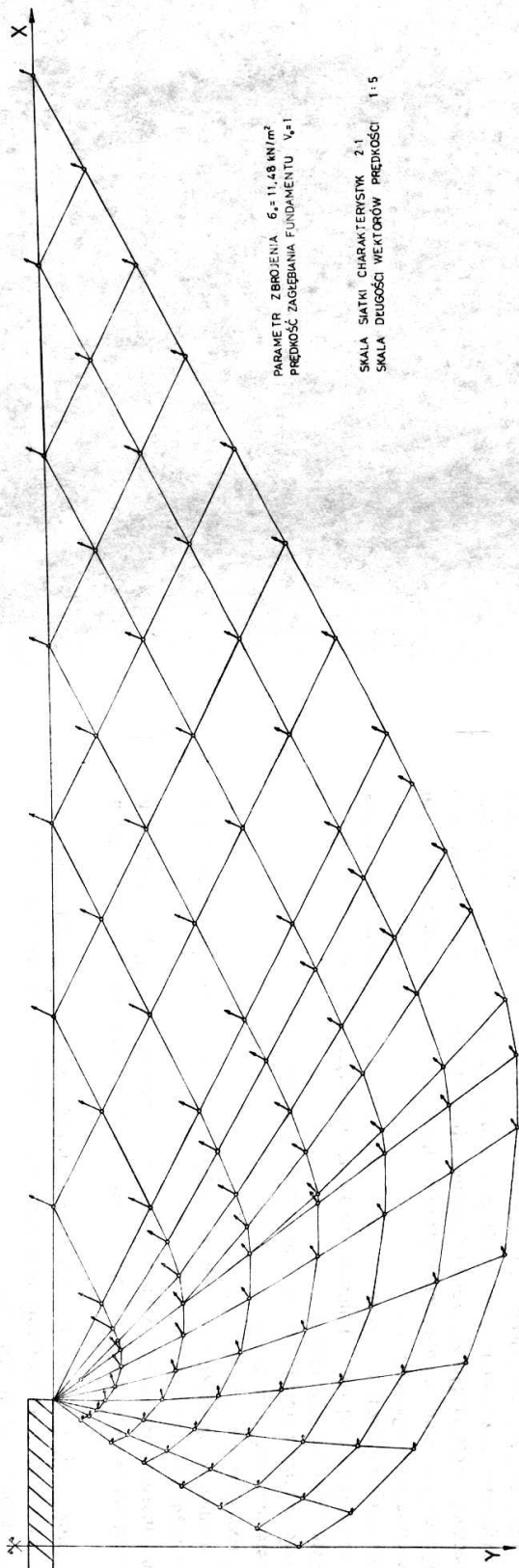
Typ materiału	$\eta_z \times 10^{-4}$	Siła maks. [N]	Napężenie maks. [kN/m ²]	Zagłębienie fundamentu [mm]	Kąt β (rys. 27) [rad]
ośrodek bez zbrojenia	0	620	52,0	13,0	0,873
	0	640	53,0	14,0	0,960
	0	590	49,1	15,0	1,187
	0	665	55,9	13,0	1,135
	0	620	52,0	14,0	—
wartość średnia	0	630	52,0	14,0	1,030
ośrodek zbrojony warstwy co 2 cm	12,5	1815	151,1	—	1,117
	12,5	1915	158,9	—	0,977
	12,5	2060	171,7	—	1,012
	12,5	2160	179,5	—	0,873
	12,5	2060	171,7	55,0	1,047
	12,5	2060	171,7	27,0	1,047
wartość średnia	12,5	2010	167,8	41,0	1,012
ośrodek zbrojony warstwy co 3 cm	7,5	1030	83,4	17,0	1,047
	7,5	1375	114,8	20,0	0,960
	7,5	1275	106,0	22,0	1,047
wartość średnia	7,5	1225	102,0	20,0	1,012

zewnątrznych linii poślizgu do poziomu gruntu, natomiast możliwe było w miarę precyzyjne określenie kąta β rozwarcia klina podfundamentowego (rys. 27), który był stały niezależnie od ilości umieszczonego w ośrodku zbrojenia. Z zestawienia w tablicy 5 wynika, że podobnie jak w doświadczeniach serii 9.3.2, wraz ze wzrostem ilości zbrojenia w ośrodku, rosło obciążenie graniczne i zagłębienie fundamentu. Kształt linii F , T dla ośrodka zbrojonego (rys. 36), zbliżony do wyników doświadczeń z folią aluminiową, świadczy o gwałtownym, jednoczesnym zerwaniu się zbrojenia. Przyczyną tego była prawdopodobnie stosunkowo duża prędkość zagłębiania się fundamentu. Szybkość deformacji była na tyle duża, że taśmy w strefach położonych nieco dalej od linii ograniczających klin podfundamentowy nie zdążyły się uplastycznić. W tym przypadku niemożliwe było otrzymanie płynięcia materiału, takiego jak w badaniach na piasku zbrojonym folią polietylenową, gdzie prędkość zagłębiania fundamentu była bardzo mała.

Rys. 37

SKALA SIATKI CHARAKTERYSTYK 2:1
SKALA DŁUGOŚCI WEKTORÓW PRĘDKOŚCI 1:5
PRĘDKOŚĆ ZAGŁĘBIANIA FUNDAMENTU $v_f = 1$





Rys. 38

9.5. Podsumowanie części eksperymentalnej

Z analizy przedstawionego w tym paragrafie materiału doświadczalnego można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Charakter deformacji w gruncie zbrojonym, obciążonym fundamentem, jest taki, sam jak w gruncie bez zbrojenia tzn. obserwuje się pojawienie w stanie granicznym tzw. klina podfundamentowego, oraz charakterystycznych linii poślizgu.

2. Zmiana ilości zbrojenia umieszczonego w ośrodku nie powoduje zasadniczych zmian wyżej wymienionych cech charakterystycznych.

3. Deformacja ośrodka, o wyżej podanych cechach, ma miejsce zarówno w momencie, jak i po osiągnięciu stanu granicznego.

4. Ze wzrostem ilości zbrojenia umieszczonego w ośrodku, związany jest znaczny wzrost nośności podłoża i wzrost kąta α nachylenia zewnętrznych linii poślizgu do poziomu gruntu.

5. Wzrost kąta α związany jest z pracą taśm zbrojenia na zewnętrznych liniach poślizgu. Dla taśm umieszczonych wewnątrz obszaru deformacji, kształt linii poślizgu jest taki sam jak dla gruntu bez zbrojenia.

6. W momencie osiągnięcia stanu granicznego, w pracującym zbrojeniu można wyróżnić trzy charakterystyczne obszary:

- a) strefę naprężeń niszczących;
- b) strefę naprężeń rozciągających poniżej granicy zniszczenia;
- c) strefę naprężeń ściskających.

7. Kształt klina pod stopą fundamentową jest niezależny od ilości umieszczonego w ośrodku zbrojenia, a kąt pod jakim przecinają się ograniczające go linie poślizgu można opisać wyrażeniem $\beta = 2\varepsilon = (\pi/2) - \phi$.

8. Wielkość osiadania w momencie osiągnięcia stanu nośności granicznej związana jest z własnościami zbrojenia. Dla sztywnego zbrojenia, np. z folii aluminiowej, osiadanie graniczne maleje wraz ze wzrostem ilości zbrojenia w ośrodku. Natomiast dla taśm polietylenowych, o dobrych właściwościach plastycznych, osiadanie graniczne wzrasta wraz z rosnącym procentem zbrojenia kompozytu.

10. Podsumowanie pracy

W przedstawionej pracy wykazano możliwość otrzymania rozwiązania zagadnienia fundamentu posadowionego na gruncie zazbrojonym poziomo ułożonymi włóknami, przy wykorzystaniu opracowanego w IBW PAN modelu sztywno-plastycznego.

Na wstępie określono, przy wykorzystaniu metody charakterystyk, charakterystyki pola naprężeń i prędkości dla kolejnych warunków plastyczności. Następnie, dla ośrodka nieważkiego, otrzymano analitycznie jednakowe rozwiązania statyczne i kinematyczne (czyli tzw. rozwiązanie kompletne). Dodatkowo przedstawiono sposób przedłużenia pola naprężeń w obszar sztywny, co pozwoliło na uzyskanie rozwiązania ścisłego. Dla ośrodka ważkiego opracowano numeryczną metodę otrzymania rozwiązania statycznego i kinema-

tycznego. W powyższej analizie zastosowano, specjalnie dla tych rozwiązań opracowaną, konstrukcję linii nieciągłości naprężeń pokrywających się z charakterystyką. Tę nietypową linię można określić, przez analogię do nieciągłości Prandtla, jako sprowadzony do linii obszar charakterystyk.

W celu poznania charakteru pracy gruntu zbrojonego, a także zweryfikowania wyżej wymienionych rozwiązań, przeprowadzono kilka serii badań doświadczalnych na piasku zbrojonym folią aluminiową i polietylenową, a także na zbrojonym ośrodku Taylor-Schneebeili. Badania te wykazały podobieństwo pomiędzy teoretycznymi i eksperymentalnymi strefami deformacji, jak również potwierdziły możliwość przeprowadzenia analizy teoretycznej uplastycznionego kompozytu przy wykorzystaniu trzech warunków plastyczności modelu sztywno-plastycznego. Podsumowujące wyniki przedstawiono w tablicy 6.

Tablica 6

Zestawienie zbiorcze wyników eksperymentalnych i teoretycznych

Dla doświadczeń i obliczeń zestawionych w tablicy 6 przyjmujemy wartości:

1. Dla piasku jako ośrodka

– powierzchnia fundamentu	182 cm ²
– kąt tarcia wewnętrzznego	34° (0,646 rad)
– gęstość ośrodka	1730 kg/m ³
– obciążenie naziumu	0,98 N/m ²

2. Dla ośrodka Taylor-Schneebeili

– powierzchnia fundamentu	120 cm ²
– kąt tarcia wewnętrzznego	31° (0,541 rad)
– gęstość ośrodka	2100 kg/m ³
– obciążenie naziumu	9,80 N/m ²

Rodzaj ośrodka	σ_0 [N/m ²]	Nośność ekspery- mentalna [N]	Nośność w [N] wg rozwiązania numerycznego			Zasięg deformacji [m]
			analitycz- na	statyczna	kinema- tyczna	
piasek bez zbrojenia	0	824	53	600	—	0,24
piasek + Al co 2 cm	22 759	2845	2833	3250	3251	0,32
piasek + Al co 1,5 cm	30 215	3434	3698	4197	4197	0,34
piasek + Pol co 2 cm	11 478	1972	1458	2007	2045	0,32
piasek + Pol co 1,5 cm	15 206	2619	1913	2434	2510	0,32
T-S bez zbrojenia	0	628	245	795	—	0,60
T-S + Poliet. co 3 cm	11 968	1226	1020	1716	1835	0,70
T-S + Poliet. co 2 cm	20 013	2011	1540	2207	2315	0,74

Uwaga! Zestawiony w ostatniej rubryce zasięg strefy deformacji został obliczony numerycznie. Średni, eksperymentalny zasięg strefy deformacji gruntu zbrojonego wynosi dla piasku 26 cm, a dla ośrodka Taylor-Schneebeili 52 cm.

Z analizy powyższego materiału wynika że:

1. Zarówno badania eksperymentalne, jak i rezultaty analityczne i numeryczne wykazują, że ze wzrostem ilości zbrojenia w ośrodku, rośnie nośność graniczna gruntu zbrojonego.
2. Zawyżone, w przypadku zbrojenia folią aluminiową, wartości wyników rozwiązania analitycznego i numerycznego w stosunku do eksperymentów, spowodowane zostały, najprawdopodobniej, właściwościami tejże folii. Zrywała się ona na liniach ograniczających klin podfundamentowy, zanim taśmy zdołały się uplastyczyć w dalszych strefach.
3. W pozostałych przypadkach rozbieżności pomiędzy wynikami eksperymentalnymi i teoretycznymi, spowodowane są przyjęciem w obszarze $EA'D'$ i $EF'G'$, (rys. 16), warunku

stanu granicznego gruntu zbrojonego z uplastycznionymi włóknami. Natomiast, jak wynika z badań na ośrodku Taylor-Schneebeli, jak i z doświadczeń ze specjalną taśmą pomiarową, w obszarze tym siły rozciągające w zbrojeniu rosną od zera do granicy wytrzymałości na rozciąganie, osiąganej w okolicach klina podfundamentowego.

4. Z porównania wyników teoretycznych i eksperymentalnych można wnioskować, że dla oszacowania nośności fundamentu posadowionego na piasku zazbrojonym materiałem o właściwościach zbliżonych do plastycznych, możliwe jest, z powodzeniem, zastosowanie rozwiązania teoretycznego dla ośrodka wałkiego.

5. Różnice pomiędzy wynikami otrzymanymi z rozwiązania analitycznego i wynikami eksperymentalnymi powiększone są dodatkowo (oprócz przyczyn wymienionych powyżej w pkt. 3), przez przyjęcie założenia o nieważkości ośrodka. Rozwiązanie to może być jednak przydatne do szybkiego, wstępnego, oszacowania nośności fundamentu posadowionego na gruncie zbrojonym.

6. Z przedstawionych na rys. 37 i 38 pól naprężeń wynika, że dla przypadku wałkiego gruntu zbrojonego występuje znaczne zmniejszenie wektorów prędkości wewnątrz obszarów deformacji, w porównaniu ze zwykłym gruntem. Przyczyną tego jest wpływ zbrojenia, jak i specyficzna konstrukcja siatki charakterystyk.

7. Strefa deformacji dla ośrodka nieważkiego (rozwiązanie analityczne), jest stała niezależnie od ilości i wytrzymałości przyjętego zbrojenia. Natomiast dla ośrodka wałkiego, zasięg obszaru deformacji powiększa się wraz ze wzrostem parametru σ_0 .

8. Aby otrzymać opis pracy gruntu zbrojonego w pełni zgodny z eksperymentem, konieczne jest przyjęcie, w powyższym sztywno-plastycznym modelu gruntu zbrojonego, założenia, że materiał zbrojenia jest sprężysto-plastyczny, z ograniczonymi odkształceniami plastycznymi i możliwością zerwania się taśm. Kompozyt o powyższych właściwościach mogłaby dobrze opisywać, opracowana w IBW PAN przez Sawickiego, sprężysto-plastyczna teoria gruntu zbrojonego. Model ten jest jednak nieporównywalnie bardziej skomplikowany od rozważanego w niniejszej pracy. Brak obecnie całkowitej pewności, czy posiada on powierzchnię graniczną. Wykorzystanie takiego modelu do opisu zagadnień brzegowych, wymagałoby zastosowania odmiennych, skomplikowanych metod numerycznych. W takim przypadku analiza zagadnienia i fundamentu obciążającego, zarówno sprężysto-plastyczny, jak i sztywno-plastyczny grunt zbrojony, wykraczałaby znacznie poza łamy powyższej pracy.

LITERATURA

1. J. BINQET, K. L. LEE, Bearing capacity tests of reinforced earth slabs, J. Geot. Eng. Div. ASCE, 101, GT12.
2. J. BINQET, K. L. LEE, Bearing capacity analysis of reinforced earth slabs, J. Geot. Eng. Div. ASCE, 101, GT12.
3. E. DEMBICKI, Stany graniczne gruntów, teoria i zastosowanie, GTN 1970.
4. R. IZBICKI, Z. MRÓZ, Metody nośności granicznej w mechanice gruntów i skał, PWN 1976.
5. M. KULCZYKOWSKI, Analiza nośności granicznej podłoża z gruntu zbrojonego obciążonego fundamentem, Praca doktorska IBW PAN 1985.
6. N. T. LONG, F. SCHLOSSER, Zasada działania i zachowania się gruntu zbrojonego, Materiały konferencyjne-Jabłonna 1976.
7. A. SAWICKI, Kontynuacja teorii kompozytów i jej zastosowanie do analizy gruntu zbrojonego, IBW PAN 1980.

8. A. SAWICKI, Dolna ocena nośności podłoża z gruntu zbrojonego obciążonego fundamentem bezpośrednim, Inż. Morska 5/1982.
9. R. T. SHIELD, Plastic Potential Theory and Prandtl Bearing Capacity Solution, J. Appl. Mech., vol. 21, 1954.
10. W. W. SOKOŁOWSKI, Statika sypuczej sriedy, Moskwa 1960.
11. C. STEFANI, N. T. LONG, Comportement des semelles sur un massif arme semi-infini, Proc. Int. Conf. Soil Reinforcement, Paris, vol. 1, 1979.
12. C. STEFANI, N. T. LONG, Etude sur modèles réduits des radiers en terre armée à la rupture, Proc. Int. Conf. Soil Reinforcement, Paris, vol. 1, 1979.
13. W. SZCZEPIŃSKI, Stany graniczne i kinematyka ośrodków sypkich, PWN 1974.
14. A. WALTER, Instrukcja do zestawów programów FEMS, Prace wewnętrzne IBW PAN.
15. H. VIDAL, La terre armée, Annales Inst. Tech. du Batim. vol. 19, 1966.

Анализ предельной несущей способности основания из армированного грунта, нагруженного фундаментом

Содержание

Анализ проведен на базе жестко — пластической модели армированного грунта Савицкого с использованием метода характеристик. Для невесомой среды аналитически получено точное решение статическое и кинематическое. Продолжено также поле напряжений в жесткие области. Для весомого грунта представлен численный метод получения решения. Теоретические результаты сравнены с результатами экспериментальных исследований, проведенных на песке и среде Тейлора — Шнибей армированной алюминияевыми и полиэтиленовыми лентами.

Bearing capacity of foundation situated on reinforced earth

Summary

The aim of this paper is to present static and kinematic solutions of bearing capacity of footing on the reinforced earth. In order to obtain the basic information about the behaviour of this structure the rough experimental tests were performed. The measurements of stress distribution in reinforcement were performed, as well. It allowed for observation of the plastic, rigid and not working reinforcement zones in composites.

In order to describe the stress state in each zone, the yield conditions of rigid plastic theory of reinforced earth proposed by A. Sawicki was used. The solution was obtained by the method of characteristics. For the cases of plastic and not working fibres the stress distribution and the shape of characteristics lines was the same, as for the Coulomb yield condition. For the rigid reinforcement the characteristics followed the straight lines. On the boundary lines between zones, the stress discontinuity was not observed. It occurred, that in such case the upper horizontal characteristic line of rigid zone overlapped the boundary line. Therefore that area was limited to one line. Because of that, discontinuity stress line similar to the Prandtl solution was obtained.

In the case of inponderable soil the analytical static and kinematic solutions were found. The continuous velocity field, satisfying the condition of non-negative energy dissipation, was determined. The extension of stress state to the rigid zones was performed. Both static and kinematic solutions for boundary load were expressed in the same form. Thus, so called complete solution was obtained. For weighty medium the numerical solution was proposed.

In order to verify the theory the set of experiments on sand and Taylor-Schneebely medium, reinforced by the aluminium and polyethylene belts, was performed. Also the comparison of analytical, numerical and experimental results was presented. The slight discrepancies result from the different theoretical and actual properties of composite components.