

**ELŻBIETA STILGER-SZYDŁO**

Wrocław

## **Kinematycznie dopuszczalna analiza stateczności skarp uwarstwionych**

### **1. Wprowadzenie**

Teoria stanu granicznego gruntów, opierająca się na sztywno-idealnie-plastycznym modelu materiału, znalazła szerokie zastosowanie w ocenie stateczności skarp i zboczy. W istniejących opracowaniach, rozważania są przeważnie ograniczone do analizy statyki. Nieliczne rozwiązania zupełne, dotyczą jedynie najprostszycch przypadków skarp jednorodnych. Głównym tego powodem jest nie wyjaśniona do tej pory postać prawa fizycznego obowiązującego w zakresie znacznych deformacji plastycznych gruntu [2].

W pracach [8 - 12] podano rozwiązania statyki skarp nawodnionych i uwarstwionych. Określono w nich stateczne kształty zboczy przy zadanym obciążeniu wzdłuż naziomu.

W niniejszej pracy przedstawiono rozwiązanie zupełne skarpy uwarstwionej, obejmujące statykę oraz kinematykę. Uzyskane statycznie dopuszczalne pole naprężeń pozwoliło na ustalenie wpływu zmiany uwarstwienia na graniczny kształt profilu skarpy oraz na uzyskanie dolnej oceny wskaźnika stateczności.

W podejściu kinematycznym, stosując twierdzenie o górnej ocenie obciążenia granicznego, otrzymano dla przyjętego kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu plastycznego płynięcia, wskaźnik stateczności skarpy uwarstwionej, będący górną oceną rzeczywistego. Przeprowadzono ponadto analizę dopuszczalności różnych mechanizmów zniszczenia skarpy.

## **2. Statyka i kinematyka stanu granicznego**

### **2.1. Statyka**

Płaski stan odkształcenia przy zastosowaniu warunku plastyczności Coulomba-Mohra, w przyjętym układzie odniesienia  $x, y$  (rys. 1), opisuje układ równań różniczkowych czą-

stkowych, quasi-liniowych typu hiperbolicznego o postaci

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} (1 + \sin \Phi \cos 2\varphi) - 2\sigma \sin \Phi \sin 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \sin \Phi \sin 2\varphi \frac{\partial \sigma}{\partial y} + 2\sigma \sin \Phi \cos 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} = X, \quad (1)$$

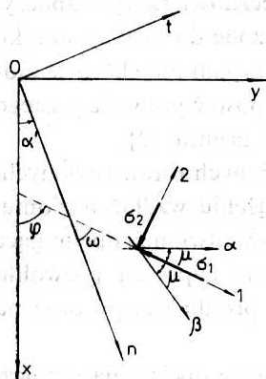
$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} \sin \Phi \sin 2\varphi + 2\sigma \sin \Phi \cos 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial y} (1 - \sin \Phi \cos 2\varphi) + 2\sigma \sin \Phi \sin 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} = Y$$

lub

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \operatorname{tg}(\varphi + \mu) \frac{\partial \xi}{\partial y} = - \frac{X \sin(\varphi - \mu) - Y \cos(\varphi - \mu)}{2\sigma \cos 2\mu \cos(\varphi + \mu)} = a, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} + \operatorname{tg}(\varphi - \mu) \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{X \sin(\varphi + \mu) - Y \cos(\varphi + \mu)}{2\sigma \cos 2\mu \cos(\varphi - \mu)} = b,$$

gdzie  $\sigma = 0,5(\sigma_1 + \sigma_2) + c \cdot \operatorname{ctg} \Phi = 0,5(\sigma_x + \sigma_y) + c \cdot \operatorname{ctg} \Phi = c \cdot \exp(\xi + \eta) \cdot \operatorname{tg} \Phi$  jest naprężeniem zastępczym,  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  są składowymi symetrycznego tensora naprężenia,  $\sigma_1, \sigma_2$  są składowymi naprężenia głównego,  $\varphi = 0,5(\xi - \eta)$  jest kątem kierunku nachylenia większego naprężenia głównego z osią  $0x$ ,  $2\chi = \xi + \eta = \operatorname{ctg} \Phi \ln \sigma/c$ ,  $\xi = \chi + \varphi$ ,  $\eta = \chi - \varphi$ ,  $\mu = \pi/4 - \Phi/2$ ,  $X$  i  $Y$  są składowymi wektora sił masowych.



Rys. 1. Linie poślizgu w obszarze równowagi granicznej

Rozwiązanie układu (1) lub (2) najwygodniej uzyskać metodą charakterystyk określonych parametrycznie we współrzędnych charakterystycznych  $\alpha$  i  $\beta$ . Równania charakterystyk i związki wzdłuż nich zachodzące przybierają postać:

– dla I rodziny charakterystyk  $\alpha = \text{const}$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\varphi + \mu),$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = a(\varphi, \sigma) \quad \text{lub} \quad \frac{d\sigma}{\sigma} + 2 \operatorname{tg} \Phi d\varphi = 2a(\varphi, \sigma) \operatorname{tg} \Phi dx, \quad (3)$$

– dla rodziny charakterystyk  $\beta = \text{const}$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\varphi - \mu),$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = b(\varphi, \sigma) \quad \text{lub} \quad \frac{d\sigma}{\sigma} - 2 \operatorname{tg} \Phi d\varphi = 2b(\varphi, \sigma) \operatorname{tg} \Phi dx. \quad (4)$$



b) wzdłuż granicy  $O_1E$  pomiędzy warstwami ( $x=h_1$ )

$$|\tau_{xy}| \leq \sigma_x \operatorname{tg} \Phi_2 + c_2, \quad (9)$$

– naprężenie zastępcze działające na warstwę dolną

$$\sigma_d = \frac{\sigma_x + c_2 \operatorname{ctg} \Phi_2}{\cos^2 \Phi_2 \cos \delta} (\cos \delta - \sqrt{\sin^2 \Phi_2 - \sin^2 \delta}),$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x + c_2 \operatorname{ctg} \Phi_2}, \quad |\delta| \leq \Phi_2, \quad \varphi_d = -\frac{\delta}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{\sin \delta}{\sin \Phi_2} \right), \quad (10)$$

– w punkcie  $O_1$  profilu skarpy w warstwie dolnej

$$\sigma_{p01} = \frac{c_2 \operatorname{ctg} \Phi_2}{1 - \sin \Phi_2}, \quad \varphi_{p01} = \frac{\operatorname{ctg} \Phi_2}{2} \ln \frac{\sigma_p}{\sigma_d} + \varphi_{d01}. \quad (11)$$

## 2.2. Kinematyka

Pole naprężeń w obszarze znajdującym się w stanie równowagi granicznej, uzyskane z rozwiązania statycznego, nie musi być rozwiązaniem dopuszczalnym z kinematycznego punktu widzenia. Podobnie, nie każde rozwiązanie kinematyczne, znajdujące pole prędkości cząstek ośrodka, jest rozwiązaniem statycznie dopuszczalnym.

W teorii plastyczności, rozwiązanie statyczne pozwala na ogół na tzw. dolne oszacowanie nośności granicznej dla danych warunków brzegowych a kinematyczne na tzw. górne oszacowanie. Poprawne rozwiązanie zagadnienia uzyskuje się w punkcie styku obu dopuszczalnych rozwiązań, zgodnie z zasadą jednoznaczności rozwiązania.

Dla ośrodków rozdrobionych, traktowanych jako ciało sztywno-idealnie-plastyczne, zaproponowano szereg różnych praw fizycznych. Zagadnienie wyboru właściwego prawa płynięcia wymaga wielu jeszcze badań doświadczalnych [13].

Przyjęcie prawa płynięcia stowarzyszonego z warunkiem stanu granicznego Coulomba, odpowiada założeniu współosiowości kierunków głównych tensorów  $\sigma_{ij}$  (naprężenia) i  $\dot{\epsilon}_{ij}$  (prędkości odkształcenia) oraz ortogonalności wektora  $\dot{\epsilon}$  do warunku plastyczności. Z założeń tych wynikają równania kinematyki wiążące w układzie  $x, y$  składowe  $v_x$  i  $v_y$  wektora prędkości  $v$ :

$$(\sin \Phi + \cos 2\varphi) \frac{\partial v_x}{\partial x} - (\sin \Phi - \cos 2\varphi) \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0,$$

$$2 \sin 2\varphi \frac{\partial v_x}{\partial x} + (\sin \Phi - \cos 2\varphi) \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) = 0. \quad (12)$$

Stanowią one układ równań różniczkowych cząstkowych liniowych typu hiperbolicznego i mogą być rozwiązane analogicznie jak (1) metodą charakterystyk. Równania charakterystyk i związki zachodzące wzdłuż nich przybierają postać:

– dla pierwszej rodziny charakterystyk  $\alpha = \text{const}$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\varphi + \mu), \quad dv_x - (v_x \operatorname{tg} \Phi - v_y \sec \Phi) d\varphi = 0, \quad (13)$$

– dla drugiej rodziny charakterystyk  $\beta = \text{const}$

$$(21) \quad \frac{dy}{dx} = \text{tg}(\varphi - \mu), \quad dv_\beta + (v_\beta \text{tg} \Phi - v_\alpha \sec \Phi) d\varphi = 0,$$

gdzie  $v_\alpha$ ,  $v_\beta$  są rzutami wektora prędkości  $v$  na kierunki  $\alpha$ ,  $\beta$ . Liniowość równań (12) sprawia, że pole charakterystyk prędkości nie zależy od kinematycznych warunków brzegowych, a tylko od postaci pola charakterystyk naprężenia. W przypadku stowarzyszonego prawa płynięcia, charakterystyki prędkości pokrywają się z charakterystykami naprężenia. Mając wyznaczone charakterystyki prędkości, wartości wektorów prędkości określa się ze związków wzdłuż charakterystyk. Rozwiązanie można uzyskać stosując numeryczną metodę całkowania bądź metodę graficzną polegającą na konstruowaniu hodografu prędkości [3].

Kinematycznie dopuszczalny mechanizm plastycznego płynięcia, czyli pole prędkości odkształceń uzyskane z rozwiązania kinematycznego, wyznacza wskaźnik stateczności będący górną oceną rzeczywistego. Górną ocenę wskaźnika stateczności otrzymuje się na drodze rozwiązania numerycznego [13] lub stosując przybliżone metody rozwiązań [1, 4, 5, 6, 7], oparte na twierdzeniach nośności granicznej.

### 2.3. Rozwiązanie zupełne

W teorii ciała sztywno-idealnie-plastycznego, zupełne rozwiązanie zagadnienia brzegowego powinno zawierać poprawne rozwiązanie statyczne oraz odpowiadające mu poprawne rozwiązanie kinematyczne. Rozwiązanie statyczne musi spełniać statyczne warunki brzegowe i nigdzie nie przekraczać warunku plastyczności. Dotyczy to także obszaru położonego poza polem deformacji, co prowadzi do konieczności znalezienia przedłużenia w obszar sztywny [3].

Rozwiązanie kinematyczne powinno zapewniać możliwość płynięcia materiału i spełniać kinematyczne warunki brzegowe, przy zachowaniu ciągłości materiału. Ponadto rozwiązanie kinematyczne, odpowiadające rozwiązaniu statycznemu, ma zapewniać nieujemność przyrostu pracy naprężeń na odkształceniach uzyskanych z rozwiązania kinematycznego. Ten ostatni warunek nieujemności mocy dysypowanej wyraża się dla elementu objętości związkiem

$$D_v = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \geq 0. \quad (14)$$

Rozwiązanie zupełne nie będzie rozwiązaniem ścisłym w przypadku, gdy prawo płynięcia nie jest stowarzyszone z warunkiem plastyczności. Brak wtedy twierdzeń o nośności granicznej oraz o jednoznaczności problemu brzegowego.

## 3. Kinematyka skarpy uwarstwionej

### 3.1. Schemat obliczeniowy skarpy

Rozpatrzono zagadnienie poszukiwania swobodnego kształtu skarpy o granicznej stateczności, przy zadanym obciążeniu na koronie. Korpus skarpy tworzy ośrodek dwuwarstwowy, charakteryzujący się kątem tarcia wewnętrznego  $\Phi$ , spójnością  $c$  oraz ciężarem objętościowym  $\gamma$  (rys. 2).

Miarą zapasu bezpieczeństwa skarpy jest wskaźnik stateczności

$$F = \frac{\tau_f}{\tau_0} = \frac{\sigma \operatorname{tg} \Phi + c}{\sigma \operatorname{tg} \Phi_0 + c_0}, \quad (15)$$

gdzie  $\tau_f$  jest granicznym oporem na ścinanie,  $\tau_0$  jest oporem zmobilizowanym (wzbudzonym).

Na podstawie twierdzeń teorii nośności granicznej [1, 4], określono dolną i górną ocenę rzeczywistego wskaźnika stateczności  $F$

$$F_s \leq F \leq F_k, \quad (16)$$

gdzie  $F_s$  jest dolną oceną wskaźnika stateczności wynikającą ze statycznie dopuszczalnego stanu naprężenia,  $F_k$  jest górną oceną wskaźnika stateczności, wynikającą z kinematycznie dopuszczalnego pola prędkości.

### 3.2. Rozwiązanie statyczne

Rozważania przeprowadzono dla schematu ważkiej skarpy ziemnej obciążonej na koronie obciążeniem równomiernie rozłożonym  $q = 2c_1 \cos \Phi_1 (1 - \sin \Phi_1)$ . Jest ono punktem wyjścia do określenia funkcji  $\sigma$  i  $\varphi$  wzdłuż korony skarpy. Te zaś warunki brzegowe prowadzą do określenia poszukiwanych funkcji w warstwie górnej, wewnątrz obszarów przyjętego schematu skarpy. We wszystkich przykładach obliczeniowych przyjęto stałą miąższość warstwy górnej ( $x = h_1 = 2,70$  m), o jednakowych parametrach gruntu ( $\Phi_1 = 20^\circ$ ,  $c = 20 \text{ kNm}^{-2}$ ). Zmieniano natomiast  $\Phi_2$  i  $c_2$  warstwy dolnej.

Wyznaczenia rozkładu naprężenia wzdłuż granicy  $O_1E$  dwóch warstw ośrodka gruntowego, dokonano przy użyciu wzorów (10). Uwzględniano w nich wartości składowych normalnych naprężeń  $\sigma_x$  uzyskane z rozwiązania (2) w warstwie pierwszej, wzdłuż punktów prostej  $x = h_1$ . Pochodzą one z interpolacji tychże wartości pomiędzy punktami linii poślizgu leżącymi w bezpośrednim sąsiedztwie granicy warstw. W tym celu, rozwiązanie z warstwy pierwszej przedłużono nieco poza jej zasięg.

Znajomość granicznych wartości  $x, y, \xi, \eta, \varphi_d, \sigma_d$  wzdłuż stropu warstwy drugiej, pozwoliła na numeryczne rozwiązanie układu równań (2) w tej warstwie. Statyczne warunki brzegowe w warstwie górnej, dolnej oraz wzdłuż granicy warstw podano w rozdz. 2.1 i w [12].

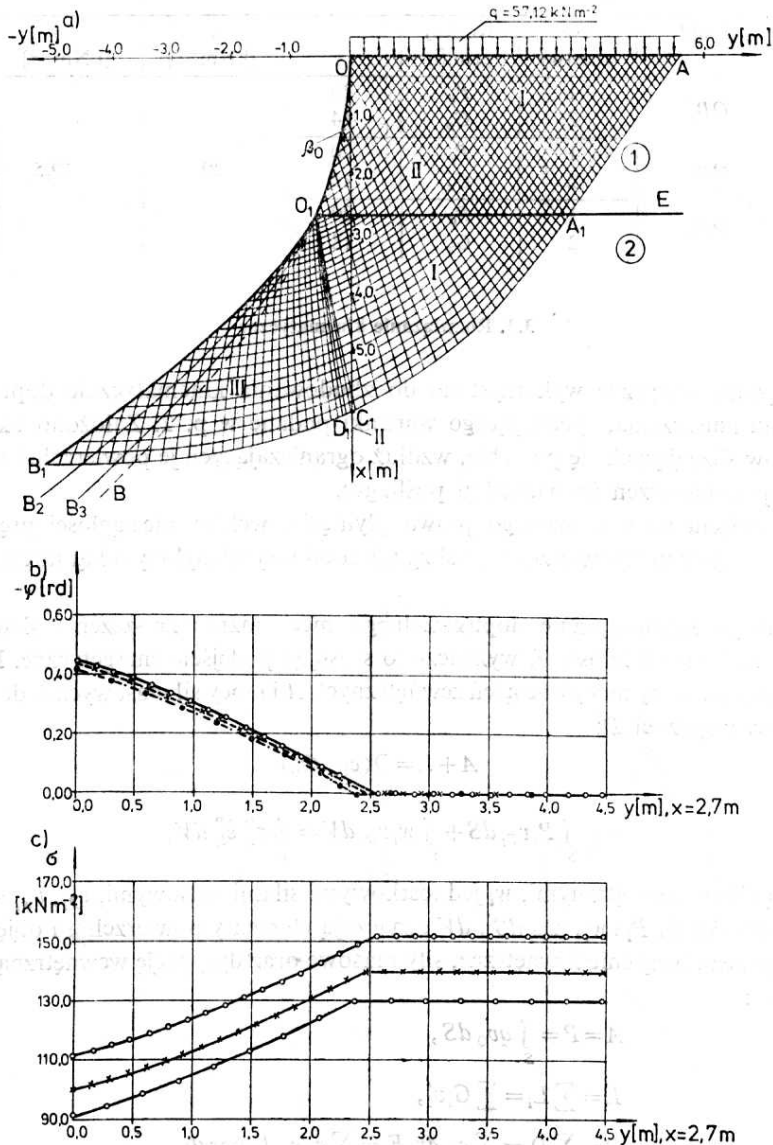
Badaniami testowymi objęto ocenę dokładności rozwiązania równań (1), (2), uwarunkowanej gęstością podziału siatki charakterystyk. W obliczeniach przyjmowano krok  $\Delta x = 0,025$ , nie przekraczający wartości 0,1 m (w zmiennych wymiarowych) dla różnych wartości  $c/\gamma$ . Dalsze zagęszczanie siatki charakterystyk nie spowodowało już zmiany kształtów profilów skarp.

Na rys. 3 przedstawiono rozwiązania statyczne skarp uwarstwionych dla parametrów geotechnicznych podanych w tablicy 1. Uzyskano je numerycznie metodą charakterystyk, otrzymując pole charakterystyk oraz wartości  $\sigma, \varphi$  w punktach węzłowych siatki. Rysunek 3a pokazuje pole charakterystyk dla profilu  $OB_1$  oraz kształty pozostałych profilów skarp. Linia przerywaną zaznaczono profil  $OB$  skarpy zbudowanej z gruntu warstwy górnej. Dla rozpatrzonych przypadków skarp uwarstwionych, w których  $|\delta| \leq \Phi_2$  i  $\sigma_d \geq \sigma_p$ , otrzymane profile posiadają mniejsze nachylenie w warstwie dolnej aniżeli profile skarp jedno-



rodnych  $OB$ . Rysunki 3b, c podają zmienność wartości kąta  $\varphi$  i naprężeń  $\sigma$  wzdłuż granicy  $O_1E$  pomiędzy warstwami.

Naprężenia zredukowane  $\sigma$  oraz zastępcze działające na warstwę dolną  $\sigma_d$  wzdłuż od profilu skarpy w kierunku dodatniej osi  $y$ . W punkcie  $O_1$  profilu skarpy na granicy warstw, wartości naprężeń stycznych  $\tau_{xy}$  przybierają maksymalne wartości zaś naprężeń normalnych  $\sigma_x$  minimalne. Z powyższego widać, że na granicy warstw należy dokonywać wstępnych

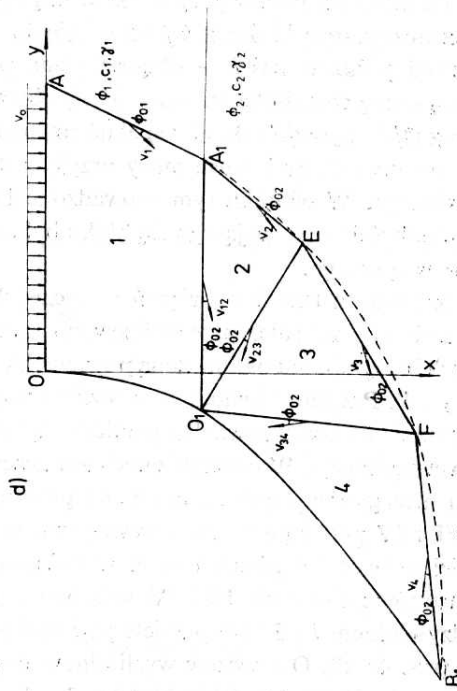
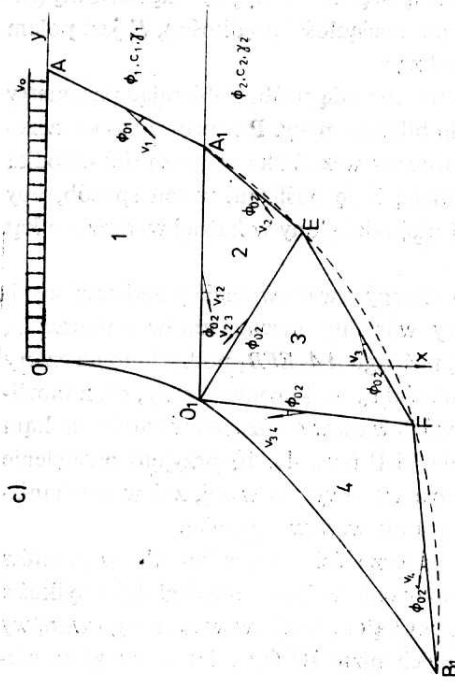
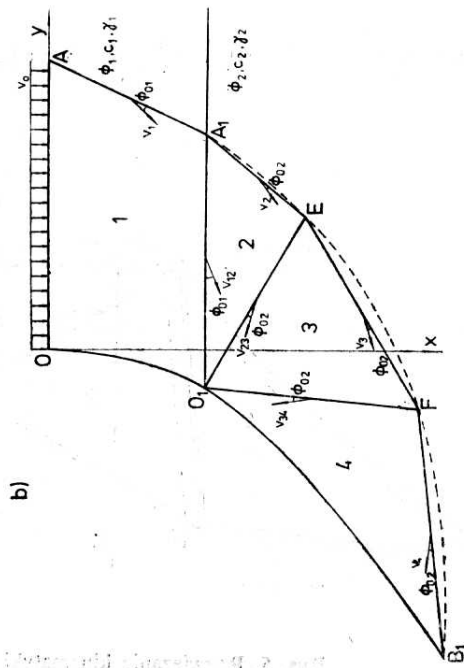
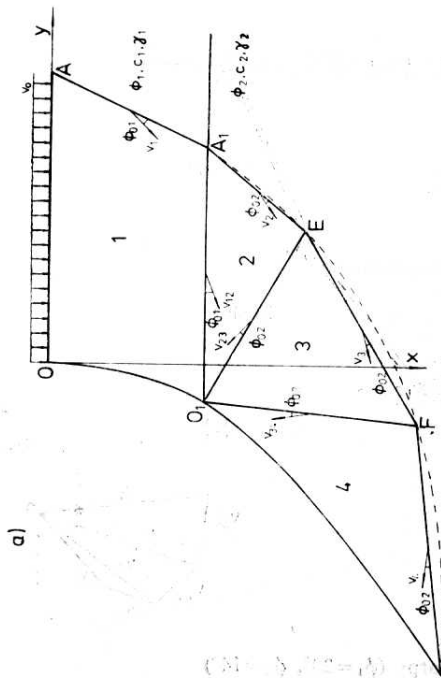


Rys. 3. Rozwiązanie statyki skarpy

a) siatka charakterystyk, b) zmienność wartości kąta  $\varphi$  wzdłuż granicy pomiędzy warstwami, c) zmienność naprężenia  $\sigma$  wzdłuż granicy pomiędzy warstwami,  $\circ$ — $\circ$  profil  $OB_1$ ,  $\times$ — $\times$  profil  $OB_2$ ,  $\bullet$ — $\bullet$  profil  $OB_3$







Rys. 4. Warianty kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia skarpy

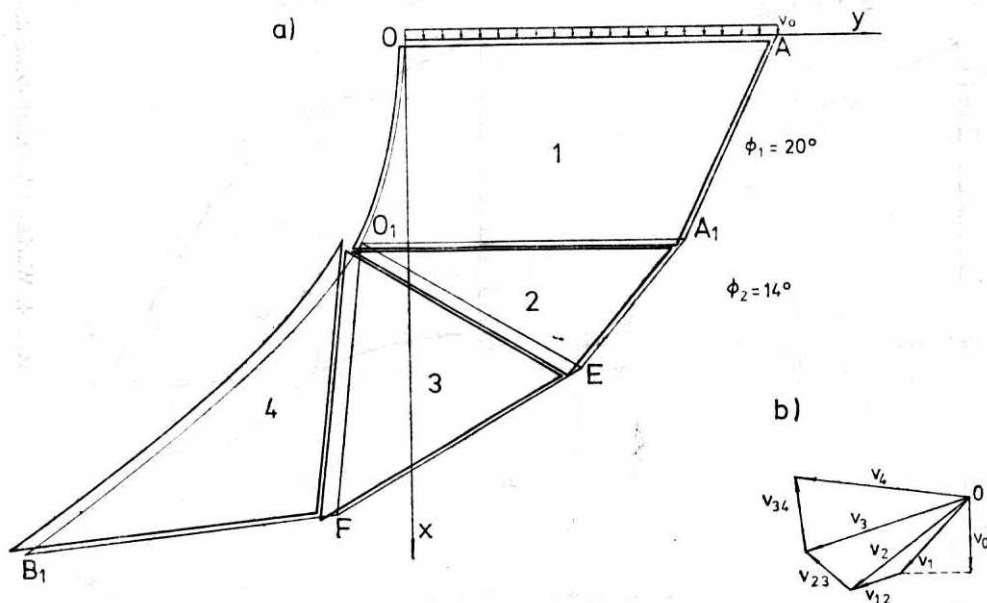
a) mechanizm I, b) mechanizm II, c) mechanizm III, d) mechanizm IV

bloku  $i$  na kierunek pionowy,  $v_i$  – składową styczną prędkości,  $G_i$  jest siłą masową (indeks  $i$  oznacza numer bloku, zaś  $j$  odnosi się do linii nieciągłości prędkości),  $F_j$  jest polem powierzchni poślizgu, zaś  $l$  – długością linii poślizgu.

Górną ocenę wskaźnika stateczności  $F_k$  obliczono metodą prób, dobierając parametry  $\text{tg } \phi_0 = \text{tg } \phi / F$  i  $c_0 = c / F$  tak, aby spełnić równanie bilansu mocy. Przeprowadzono szczegółową analizę metody bilansu mocy przyjętej do oceny wskaźnika stateczności ośrodka uwarstwionego. W ośrodku tym prowadzono łamaną linię poślizgu, w ten sposób, aby wektor prędkości przesuwającego się bloku był od niej odchylony w każdej warstwie o kąt tarcia wewnętrzznego.

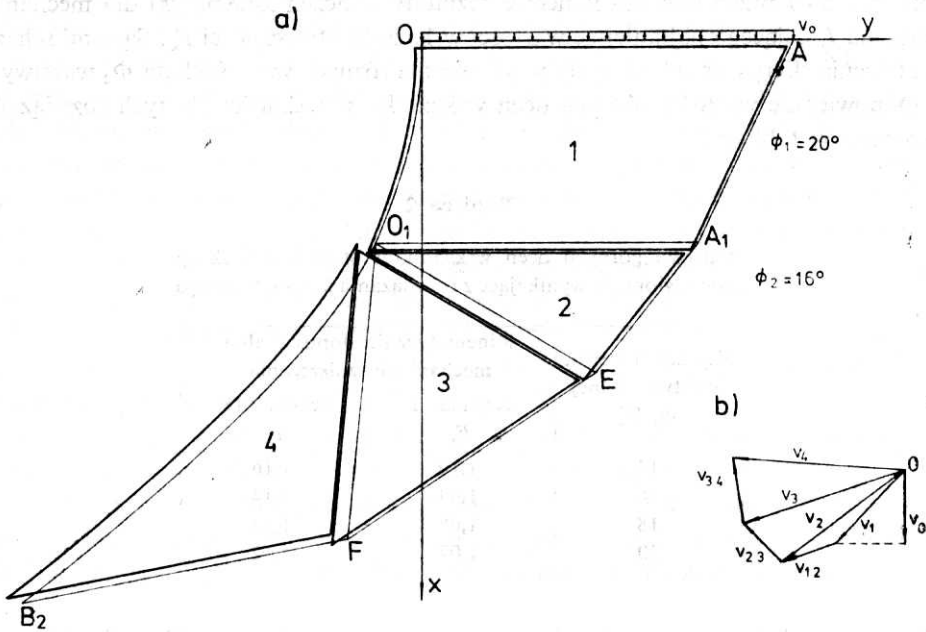
Dla każdego z trzech rozwiązań statycznych skarpy uwarstwionej, przedstawionych w poprzednim rozdziale, przeanalizowano cztery warianty mechanizmów zniszczenia, w których bryłę odłamu ograniczoną powierzchnią poślizgu  $AA_1EFB_1$  podzielono na cztery bloki (rys. 4). Przyjęto równomierny rozkład prędkości  $v_0$  na koronie skarpy, oraz możliwość wystąpienia poślizgu wzdłuż granicy styku dwóch warstw o różnych wartościach kąta tarcia wewnętrznego. W mechanizmach zniszczenia I i II (rys. 4a, b) przyjęto nachylenie wektora nieciągłości prędkości  $v_{12}$  pod kątem tarcia warstwy pierwszej, zaś w mechanizmach III i IV pod kątem tarcia wewnętrznego gruntu warstwy drugiej.

Mniejsze wartości górnych ocen wskaźnika stateczności otrzymano dla wariantów mechanizmów zniszczenia III i IV, w których nachylenie wektora nieciągłości prędkości pomiędzy blokiem 1 i 2 było przyjęte pod mniejszym kątem tarcia wewnętrznego warstwy dolnej. (rys. 4c, d). Ostatecznie wyeliminowano mechanizm III (rys. 4c), z uwagi na nieznaczne zachodzenie na siebie bloków 2 i 3.

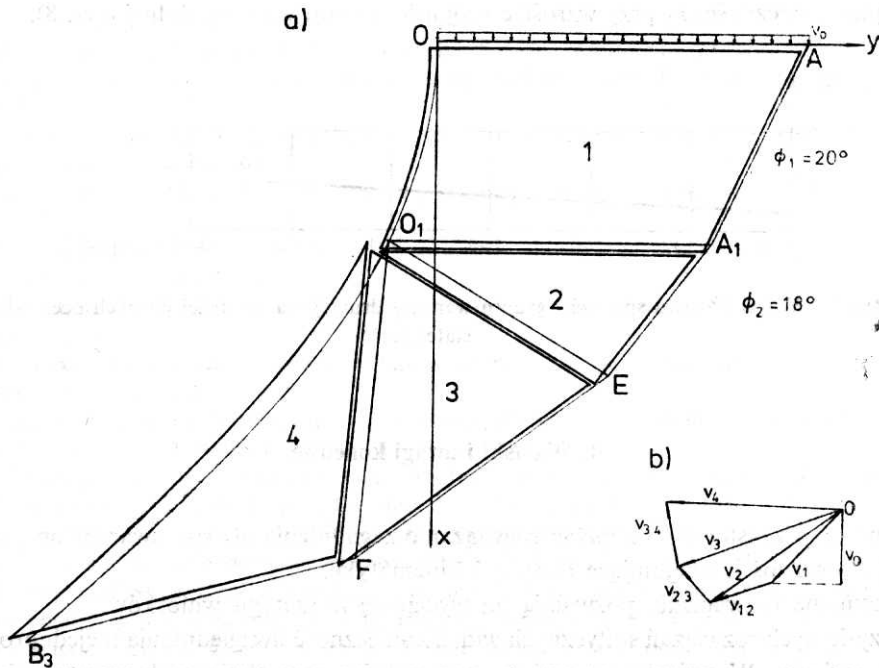


Rys. 5. Rozwiązanie kinematyki skarpy ( $\phi_1 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 14^\circ$ )

a) schemat odkształcenia skarpy, b) hodograf prędkości



Rys. 6. Rozwiązanie kinematyki skarpy ( $\phi_1 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 16^\circ$ )



Rys. 7. Rozwiązanie kinematyki skarpy ( $\phi_1 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 18^\circ$ )

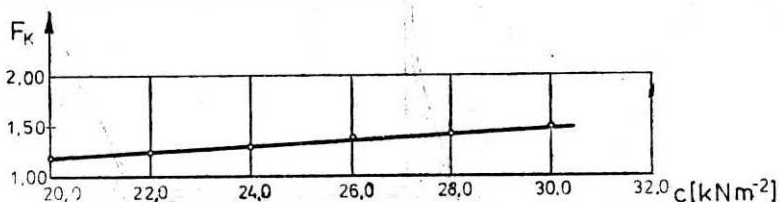
Na rys. 5-7 przedstawiono końcowe rezultaty obliczeń kinematyki dla mechanizmu zniszczenia I, dającego najmniejsze wartości wskaźnika stateczności  $F_k$ . Są nimi schematy odkształcenia skarpy oraz hodograpy prędkości dla różnych wartości kąta  $\Phi_2$  warstwy dolnej. Odpowiednie wartości górnych ocen wskaźnika stateczności dla tych rozwiązań zamieszczono w tablicy 2.

Tablica 2

Wartości górnych ocen wskaźników stateczności skarp uwarstwionych, wynikające z rozwiązania kinematycznego

Kąt tarcia wewn. warstwy dolnej $\Phi_2$ [°]	Kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia	
	schemat I $F_k$	schemat IV $F_k$
14	1,10	1,16
16	1,09	1,14
18	1,08	1,13
20	1,07	1,12

O wytrzymałości warstwy decyduje w znacznym stopniu wartość spójności gruntu. Przeprowadzono także obliczenia dla skarpy o granicznej stateczności dla zmieniających się wartości spójności  $c$  warstwy drugiej (od 20,0 do 30,0  $\text{kNm}^{-2}$ ) i stałej wartości kąta tarcia wewnętrznego tej warstwy ( $\Phi_2 = 14^\circ$ ). Wykazały one wzrost wartości górnych ocen wskaźnika stateczności  $F_k$  przy wzroście spójności gruntu warstwy dolnej (rys. 8).



Rys. 8. Wpływ wzrostu spójności gruntu warstwy drugiej, na wartości górnych ocen wskaźnika stateczności

#### 4. Wnioski i uwagi końcowe

W pracy przedstawiono zupełne rozwiązanie zagadnienia skarpy uwarstwionej o granicznej stateczności, obejmujące statykę i kinematykę.

Otrzymane rozwiązania pozwalają na wyciągnięcie szeregu wniosków.

— Z uzyskanych rozwiązań statycznych widać konieczność uwzględniania niejednorodności uwarstwienia. W związku ze zmianą parametrów geotechnicznych warstwy drugiej, zmienił się kształt profilu skarpy w obrębie tej warstwy. Dla przypadków, w których

$|\delta| \leq \Phi_2$  i  $\sigma_d \geq \sigma_p$ , otrzymane profile posiadają mniejsze nachylenie w warstwie drugiej aniżeli skarp jednorodnych, zbudowanych z gruntu warstwy pierwszej.

– W analizie oceny wskaźnika stateczności, wychodzącej z równania bilansu mocy, uwzględniono również uwarstwienie korpusu skarpy. Na styku warstw dla linii poślizgu  $O_1A_1$  dokonano analizy dopuszczalności poszczególnych mechanizmów zniszczenia, uwzględniając nachylenie wektora nieciągłości prędkości  $v_{12}$  pod kątem tarcia wewnętrznego warstwy górnej i dolnej. Stwierdzono, że mniejsze wartości górnych ocen wskaźników stateczności uzyskuje się w przypadku przyjęcia mniejszego kąta (warstwy drugiej).

– Spośród czterech mechanizmów zniszczenia, przeanalizowanych w pracy, najmniejsze wartości wskaźników  $F_k$  otrzymano dla schematu I (rys. 4a).

– Zauważono, że im bardziej materiał jest jednorodny (kąt tarcia wewnętrznego warstwy drugiej dąży do kąta tarcia warstwy pierwszej), tym różnica pomiędzy ocenami wskaźnika stateczności jest mniejsza.

– Metoda bilansu mocy zastosowana do oceny wskaźnika stateczności wykazała liniowy wzrost wartości górnych ocen  $F_k$ , przy wzroście spójności  $c$  warstwy drugiej.

Wykreślenie hodografu prędkości dla rozpatrywanego mechanizmu zniszczenia, pozwala na zbadanie dopuszczalności warunków brzegowych oraz na wyznaczenie schematu odkształcenia skarpy, który może być pomocny przy ocenie zasięgu osuwiska.

#### LITERATURA

1. W. F. CHEN, Limit analysis and soil plasticity, Elsevier, Amsterdam 1975.
2. A. DRESCHER, A. DRAGON, O kinematyce skarp i nasypów, Arch. Inż. Lądowej, t. XX, z. 2, 1974 233 - 254.
3. A. P. GREEN, On the use of hodographs in problems of plane plastic strain, J. Mech. Phys. Solids, vol. 2, No. 1, 1954, 73 - 80.
4. R. J. IZBICKI, Z. MRÓZ, Metody nośności granicznej w mechanice gruntów i skał, PWN, Warszawa 1976.
5. R. J. IZBICKI, Kinematycznie dopuszczalna analiza stateczności skarp i zboczy, Arch. Hydrot. t. XXIX, z. 3, 1982, 275 - 296.
6. K. KARAL, Application of energy method, J. Geotech. Eng. Divis., ASCE, vol. 103, No. GT5, 1977, 381 - 397.
7. K. KARAL, Energy method for soil stability analyses, J. Geotech. Eng. Divis., ASCE, vol. 103, No. GT5, 1977, 431 - 445.
8. I. KISIEL, E. STILGER-SZYDŁO, On the stable shape of a sprinkled embankment, Studia Geotechnica, vol. 7, No. 1 - 2, Wrocław 1976, 17 - 25.
9. E. STILGER-SZYDŁO, I. KISIEL, Le champ des forces de filtration dans l'étendue d'un talus en état limite de la stabilité, PWN Serie De Mécanique Appliquée, Varsovie 1980, 551 - 560.
10. E. STILGER-SZYDŁO, Stateczność skarp przy uwzględnieniu sił filtracyjnych. Cz. I. Stateczny kształt skarpy położonej na podłożu nieprzepuszczalnym, Arch. Hydrot., t. XXXIII, z. 4, 1986, 441 - 462.
11. E. STILGER-SZYDŁO, Cz. II. Określenie statecznego kształtu nawodnionej skarpy ziemnej położonej na podłożu przepuszczalnym, Arch. Hydrot., t. XXXIV, z. 1 - 2, 1987, 113 - 126.
12. E. STILGER-SZYDŁO, Cz. III. Stateczny kształt skarpy uwarstwionej, Arch. Hydrot. t. XXXIV, z. 1 - 2, 1987, 127 - 142.
13. W. SZCZEPIŃSKI, Stany graniczne i kinematyka ośrodków sypkich, PWN, Warszawa 1974.

## Кинематически допустимый анализ устойчивости слоистых откосов

### Содержание

В настоящей работе представлено полное решение задачи о предельной устойчивости слоистого откоса, охватывающее статику и кинематику.

Полученное статически допустимое поле напряжений позволило проанализировать влияние слоистости на предельную форму профиля откоса и получить оценку снизу для показателя устойчивости.

При кинематическом подходе, применяя теорему об оценке сверху предельной нагрузки, получен для принятого кинематически допустимого механизма пластического течения показатель устойчивости слоистого откоса, являющийся верхней оценкой действительного.

## Kinematically admissible stability analysis of a stratified embankments

### Summary

Evaluation of stability and optimal design of embankments and slopes belong to important problems of engineering. Within the group of theoretical methods for slope designing, which are formulated on the basis of theory of plasticity, the method of limit stress yield is of a great importance. This method allows us to determine the relationship between the shape of the embankment, limit loading of the overburden and the stress state within the whole embankment body. The static and kinematic solution so far existing in literature concern solely homogeneous embankments.

A complex solution comprising statics and kinematics of a stratified embankment is given in the paper. Statically admissible stress field obtained in this work allowed us to analyse the influence of stratification on the limit shape of the profile of embankment and to obtain the lower bound estimate of the coefficient of stability.

In kinematic approach and by using the theorem of the upper estimate of the limit load for the assumed kinematically admissible mechanism of plastic flow, we have obtained the coefficient of stability of a stratified embankment. This coefficient is the upper bound estimate of the real coefficient.