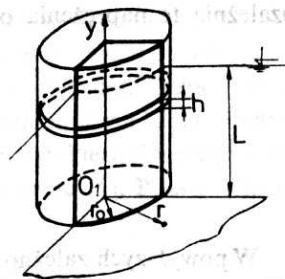


- φ — kąt płaski w przepływie osiowosymetrycznym,
 Ψ — funkcja prądu,
 ψ — bezwymiarowa funkcja prądu,
 $\psi_\infty(\eta)$ — bezwymiarowa funkcja prądu w dopływie.

2. Matematyczny opis modelu cyrkulacji

Do analizy zjawiska przyjęto zgodnie z wcześniejszymi badaniami [5]: ustalony, gęstościowo-stratyfikowany, osiowosymetryczny dopływ wody do poziomej szczeliny umieszczonej w pionowej ścianie obudowy ujęcia. Ściana obudowy ujęcia ma kształt powierzchni walcowej. Od dołu przepływ ograniczony jest poziomą płaszczyzną dna, natomiast od góry przepływ ograniczony jest płaszczyzną wody równoległą do dna. Główny układ współrzędnych przyjęto tak, że pozioma oś y skierowana jest do góry i pokrywa się z osią walcowej powierzchni obudowy ujęcia, jest to zarazem oś przepływu osiowosymetrycznego.



Rys. 1. Schemat usytuowania ujęcia w zbiorniku (wg Meyer [4])

Współrzędna biegunowa r znajduje się w płaszczyźnie biegunowej, którą stanowi dno (zbiornika). Krawędzie poziomej szczeliny stanowiącej otwór odpływowy określone są współrzędnymi y_1 i y_2 . Usytuowanie ujęcia w zbiorniku pokazano schematycznie na rys. 1. Zakłada się, że w zbiorniku występuje stratyfikacja gęstości wody. Gęstość przy dnie wynosi ρ_1 , natomiast na powierzchni ρ_2 . Pominięto w rozwiązaniu wpływ wiatru, przyjmując w rozwiązaniach $\tau_w = 0$. Spowodowane to jest faktem, że w warunkach przepływu osiowosymetrycznego zmienia się kąt pomiędzy linią prądu (w planie), a kierunkiem wiania wiatru. Sytuacja taka może wywoływać dodatkowe efekty w przepływie stratyfikowanym. Jako podstawowe równanie opisujące ruch w warunkach przepływu osiowosymetrycznego przyjęto równanie Navier-Stokes'a w postaci:

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_r}{dt} &= x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + v \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) \right] + v \frac{\partial^2 v_r}{\partial y^2} \\
 \frac{dv_y}{dt} &= y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + v \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(z \frac{\partial v_y}{\partial r} \right) + v \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}
 \end{aligned} \quad (1)$$

oraz równanie ciągłości

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

W celu otrzymania odpowiednich równań dla ruchu burzliwego zwykle wprowadza się zgodnie z koncepcją Reynolds'a składowe prędkości pulsacji odpowiednio v'_r , v'_y . Wprowadzenie tych prędkości do równań (1) powoduje, że po prawej stronie pojawiają się dodatkowe człony wynikające z pulsacji prędkości w postaci:

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{\partial}{\partial r} (\overline{v_r'^2}) + \frac{\overline{v_r'^2}}{z} \right] - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'_r v'_y}) \\ & - \left[\frac{\partial}{\partial r} (\overline{v'_y v'_r}) + \frac{\overline{v'_y v'_r}}{r} \right] - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v_y'^2}). \end{aligned} \quad (3)$$

Kreska ponad wyrażeniami jest powszechnie akceptowanym oznaczeniem wskazującym na całkowanie w odpowiednim przedziale czasu. Zależności wyrażone równaniami (3) reprezentują tzw. naprężenia burzliwe. Praktyczne wykorzystanie powyższych zależności wymaga wprowadzenia hipotezy określającej naprężenia burzliwe w zależności od pozostałych elementów ruchu. W prezentowanej metodzie przyjęto hipotezę Boussinesqa, która uzależnia te naprężenia od pochodnych prędkości. Wprowadzono zatem

$$\begin{aligned} \overline{v_r'^2} &= -K_{rr}^* \frac{\partial v_r}{\partial r}; & \overline{v'_r v'_y} &= -K_{ry}^* \frac{\partial v_r}{\partial y} \\ \overline{v'_y v'_r} &= -K_{yr}^* \frac{\partial v_y}{\partial r}; & \overline{v_y'^2} &= -K_{yy}^* \frac{\partial v_y}{\partial y}. \end{aligned} \quad (4)$$

W powyższych zależnościach wielkości K_{ij}^* oznaczają współczynniki lepkości burzliwej. Wprowadzenie powyższych zależności do równań ruchu wskazuje, że w dalszych obliczeniach wygodnie jest wprowadzić oznaczenie

$$K_{ij} = \nu + K_{ij}^*. \quad (5)$$

Powyzsza analiza wskazuje, że w wyjściowych równaniach pojawiają się cztery współczynniki lepkości burzliwej K_{ij} . Wykorzystanie praktyczne równań ruchu zwykle wymaga dalszych uproszczeń. Przedstawiono je w poprzednich opracowaniach [3, 4, 5]. W większości praktycznych zastosowań zwykle wprowadza się:

$$\begin{aligned} K_{rr} &= K_{yy} = K_r = \text{const} \\ K_{ry} &= K_{yr} = K_y = \text{const} \end{aligned} \quad (6)$$

Możliwość powyższych uproszczeń uzasadnia się wynikami rozwiązań analitycznych oraz badaniami eksperymentalnymi rozważanych przepływów. Wprowadzenie powyższych uproszczeń pozwala na otrzymanie wyjściowego układu równań ruchu w postaci:

$$\begin{aligned} \frac{dv_r}{dt} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + K_r \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (v_r r) \right] + K_y \frac{\partial^2 v_r}{\partial y^2} \\ \frac{dv_y}{dt} &= -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + K_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(z \frac{\partial v_y}{\partial r} \right) + K_y \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (7)$$

Są to wyjściowe równania ruchu burzliwego w warunkach przepływu osiowosymetrycznego przyjęte do dalszej analizy. Ponieważ celem rozważań jest otrzymanie pola przepływu — układu linii prądu, dlatego wprowadzono funkcję prądu Stokes'a Ψ w postaci:

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial y}; \quad v_y = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}. \quad (8)$$

Łatwo sprawdzić, że funkcja ta spełnia równanie ciągłości (2). Po wprowadzeniu funkcji prądu do równań ruchu (7), oraz zróżniczkowaniu pierwszego z równań $\partial/\partial y$, a drugiego $\partial/\partial x$ po to, aby wyeliminować ciśnienie P , można otrzymać zależność w postaci:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + K_r \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\Omega r) \right] + K_y \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\Omega r). \quad (9)$$

W równaniu powyższym wprowadzono dodatkowo funkcję wirowości Ω w postaci:

$$\Omega = \frac{\partial v_r}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial r} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right). \quad (10)$$

Analiza numeryczna równania (9) wskazuje, iż dla celów praktycznych obliczeń możliwe jest pominięcie członów konwekcyjnych występujących po lewej stronie tego równania, oraz członów zawierających czwartą pochodną funkcji prądu względem współrzędnej biegunowej. Jest to uproszczenie powszechnie nazywane uproszczeniem Prandtla, a oznacza ono, że zmiany w kierunku pionowym są wielokrotnie większe niż w kierunku poziomym. Szczegółowo uproszczenie to omówiono w poprzednim opracowaniu [5]. Pozwala to na otrzymanie równania ruchu w postaci:

$$+\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + (K_r + K_y) \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial r \partial y^2} \right] + K_y \frac{1}{r} \frac{\partial^4 \Psi}{\partial y^4} = 0. \quad (11)$$

W celu otrzymania rozwiązania bardziej ogólnego, do powyższego równania wprowadzono następujące współrzędne, funkcje i parametry bezwymiarowe:

$$\eta = \frac{y}{L}; \quad \xi = \frac{r}{L} \sqrt{\frac{K_y}{K_r + K_y}}; \quad \psi = \frac{\Psi}{q} \quad (12)$$

$$Re = \frac{q}{K_y L}, \quad Fr = \frac{q^2}{gL^5}, \quad (13)$$

gdzie

$$q = \frac{dQ}{d\varphi} = q(\varphi). \quad (14)$$

Jeżeli w ruchu osiowosymetrycznym dopływ odbywa się równomiernie ze wszystkich stron to:

$$q = \text{const} = \frac{Q}{\varphi}. \quad (15)$$

Jeżeli ponadto obszar dopływu w planie obejmuje pełne koło, to

$$q = \frac{Q}{2\pi}. \quad (16)$$

W ogólnym przypadku może być, iż z każdego kierunku dopływ jest różny, ale osiowo-symetryczny, to wówczas $q = q(\varphi)$, i wówczas $Re = Re(\varphi)$ oraz $Fr = Fr(\varphi)$. Konsekwencją tego jest fakt, że wówczas poziomy zasięg obszaru cyrkulacji ξ_1 jest również funkcją kąta φ . W równaniu ruchu (11) występuje człon zawierający pochodną gęstości. Rozkład gęstości, (zmiany gęstości) może być określony w dwojaki sposób. Jeżeli zmiany te wynikają z dyfuzji, to układ równań zamyka dodatkowe równanie dyfuzji, oraz związek pomiędzy stężeniem czynnika wywołującego dyfuzję a gęstością. W badaniach przepływów stratyfikowanych powszechnie akceptuje się założenie, że $\rho = \rho(\psi)$. Szczegółową analizę tych uproszczeń podano w poprzednich opracowaniach [3, 4, 5], przy czym do podstawowych obliczeń (pierwszego przybliżenia) zakłada się związek liniowy typu:

$$\rho(\psi) = \rho_1 + \Delta\rho\psi. \quad (17)$$

Z założenia takiego wynika wniosek, iż gęstość wzdłuż wybranej linii prądu jest stała. Po przedstawieniu wielkości bezwymiarowych oraz gęstości, dla celów praktycznych obliczeń równanie ruchu można przedstawić w poniższej postaci bezwymiarowej [4, 5]

$$A_0 \xi \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} (\nabla^2 \psi) = 0, \quad (18)$$

gdzie

$$A_0 = \frac{\Delta P Re}{\rho_1 Fr} = \frac{\Delta\rho g L^4}{\rho_1 q K_y}. \quad (19)$$

Dla porównania odpowiednie równanie określające bezwymiarową funkcję prądu dla przepływu płaskiego ma postać [3]:

$$A \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} (\nabla^2 \psi) = 0. \quad (20)$$

Z porównania tych zależności widać, że w warunkach przepływu osiowosymetrycznego stała A zmienia się liniowo, w porównaniu z ruchem płaskim. Mamy

$$A = A(\xi) = A_0 \xi. \quad (21)$$

Oznacza to w ruchu osiowosymetrycznym efekt stratyfikacji rośnie wraz ze wzrostem ξ . Efekt wzmocnienia stratyfikacji powinien przejawiać się w zwiększonych wymiarach obszarów cyrkulacji — dłuższych niż w ruchu płaskim. Jest to cecha charakterystyczna rozważanego przepływu. Drugą cechą charakterystyczną przepływu osiowosymetrycznego jest fakt, iż parametr A_0 określony wzorem (19) przyjmuje wartości znacznie większe niż w ruchu płaskim. W celu oszacowania tego parametru można przyjąć poniższe zależności [6]

$$K_y = \frac{\kappa \frac{q}{L}}{(1 + Ri)^{\frac{1}{2}}}, \quad (22)$$

gdzie κ jest współczynnikiem rzędu $10^{-3} \div 10^{-4}$, natomiast Ri — liczbą Richardsona określoną jako

$$Ri = \frac{\Delta\rho g L}{\rho v_0^2} \quad (23)$$

a współczynnik α jest rzędu $1/2 \div 1/3$ i określony jest empirycznie. Podstawiając te wielkości do wzoru (19), oraz przyjmując ponadto, że w zbiornikach naturalnych zwykle $\Delta\rho/\rho_1 = 10^{-3} \div 10^{-4}$, otrzymamy, że $A_0 = 10^5 \div 10^8$. Dla porównania można podać, że w warunkach ruchu płaskiego parametr A nie przekracza wartości 10^4 . Oznacza to, że w ruchu osiowosymetrycznym najmniejsza wartość A_0 jest większa od największej w ruchu płaskim. Mając na względzie te dwie cechy charakterystyczne rozważanego ujęcia wody, jak również fakt, że ujęcia selektywne w warunkach osiowej symetrii często występują w praktyce, podjęto badania, które winny odpowiedzieć na poniższe pytania:

- jaki kształt przyjmie obszar, z którego następuje pobór wody,
- jak pionowa zmiana położenia tego otworu wpływa na kształt tego obszaru,
- jaki wpływ na formowanie się obszaru przepływu głównego mają warunki brzegowe w dopływie,
- jak na kształt tego obszaru wpływają współczynniki lepkości burzliwej: K_v , K_r oraz
- czy można uniknąć poboru wody przez ujęcie z warstw przypowierzchniowych i przydennych.

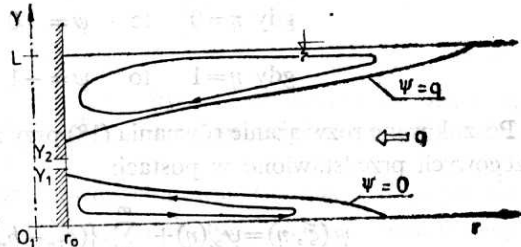
3. Analiza zjawiska

Do określenia pola przepływu stratyfikowanego, wody dopływającej do ujęcia wykonano równanie (18), przy założeniu następujących warunków brzegowych [4]: w przekroju odpływowym ($\xi = \xi_0$) mamy (rys. 2 i 3);

$$\text{gdy } 0 \leq \eta \leq \eta_1 \quad \text{to } \psi = 0$$

$$\text{gdy } \eta_1 < \eta < \eta_2 \quad \text{to } \psi = -\frac{\eta - \eta_1}{\eta_2 - \eta_1} \quad (24)$$

$$\text{gdy } \eta_2 \leq \eta \leq 1 \quad \text{to } \psi = -1$$



Rys. 2. Schemat usytuowania obszarów cyrkulacji

(W przekroju dopływowym ($\xi \rightarrow \infty$) mamy dla $0 \leq \eta \leq 1$)
– w przypadku prostokątnego rozkładu prędkości

$$\psi_\infty(\eta) = -\eta \quad \text{i wtedy} \quad v_{z\infty}(\eta) = -1 \quad (25)$$

– w przypadku parabolicznego rozkładu prędkości

$$\psi_{\infty}(\eta) = \frac{1}{2}\eta^3 - \frac{3}{2}\eta^2 \quad (26)$$

i wtedy

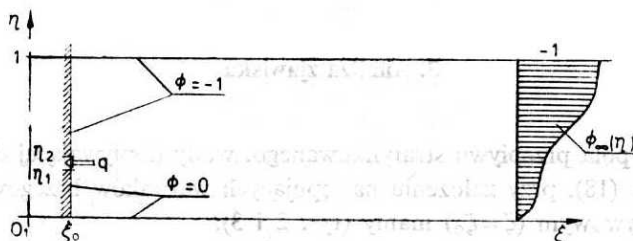
$$v_{\xi\infty}(\eta) = \frac{3}{2}\eta^2 - 3\eta$$

wynika dalej stąd, że gdy

$$\eta = 1, \quad \text{to: } \frac{dv_{\xi\infty}}{d\eta} = 0 \quad \text{czyli } \tau_w = 0.$$

Do rozważań przyjęto dwa rozkłady prędkości w dopływie: prostokątny i paraboliczny. Można zakładać w dopływie również inne rozkłady np. będące kombinacją liniową wyżej wymienionych. Należy podkreślić również, iż założenie liniowej funkcji gęstości (17) nie oznacza liniowej zmiany gęstości w dopływie. Związek taki zachodzi jedynie w przypadku prostokątnego rozkładu prędkości w dopływie. Mamy wtedy

$$\rho_{\infty}(\eta) = \rho_1 - \Delta\rho\eta \quad (27)$$



Rys. 3. Przekrój pionowy ujęcia

W przypadku parabolicznego rozkładu prędkości w dopływie mamy

$$\rho_{\infty}(\eta) = \rho_1 + \frac{1}{2}\Delta\rho\eta^2(3-\eta). \quad (28)$$

Warunki brzegowe zamyka podanie funkcji prądu na powierzchni i przy dnie. Mamy:

$$\text{gdy } \eta = 0 \quad \text{to } \psi = 0 \quad \text{oraz } v_{\eta} = 0$$

$$\text{gdy } \eta = 1 \quad \text{to } \psi = -1 \quad \text{oraz } v_{\eta} = 0. \quad (29)$$

Poszukiwane rozwiązanie równania (18) przy założeniu wymienionych wyżej warunków brzegowych przedstawiono w postaci:

$$\psi(\xi, \eta) = \psi_{\infty}(\eta) + \sum_{n=1}^{\infty} \{(c_{1n} - b_n) \exp[D_n(\xi)] \sin(\pi n \eta)\}, \quad (30)$$

$$v_{\xi}(\xi, \eta) = \frac{v_{\xi\infty}}{\xi} - \frac{1}{\xi} \sum_{n=1}^{\infty} \{\pi_n(c_{1n} - b_n) \exp[D_n(\xi)] \cos(\pi n \eta)\}, \quad (31)$$

$$v_{\eta}(\xi, \eta) = -\frac{1}{\xi} \sum_{n=1}^{\infty} \{d_n(c_{1n} - b_n) \exp[D_n(\xi)] \sin(\pi n \eta)\}, \quad (32)$$

gdzie

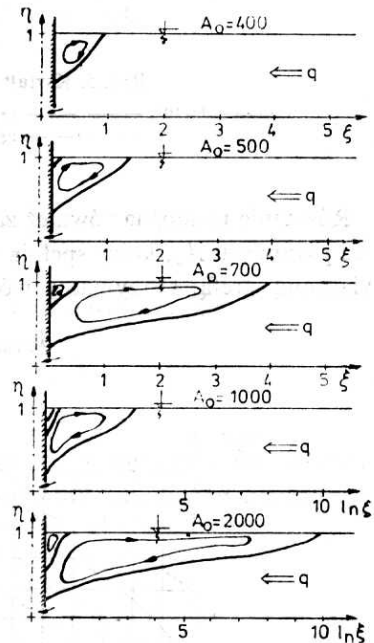
$$D_n(\xi) = \int_{\xi_0}^{\xi} d_n(\xi) d\xi$$

$$d_n(\xi) = \frac{A(\xi) - \sqrt{A^2(\xi) + 4\pi^6 n^6}}{2\pi^2 n^2} \quad (33)$$

$$A(\xi) = A_0 \xi.$$

Rozwiązanie powyższe pozwala na otrzymanie układu linii prądu wody dopływającej do ujęcia selektywnego i na tej podstawie wyodrębnienie obszarów cyrkulacji. Na rys. 4 podano sposób w jaki tworzy się obszar cyrkulacji przypowierzchniowej w miarę wzrostu parametru A_0 . Widać na nim, że wzrost parametru A_0 powoduje wydłużanie się poziomego zasięgu obszaru cyrkulacji, oraz wzrost liczby zamkniętych wewnętrznych zawirowań.

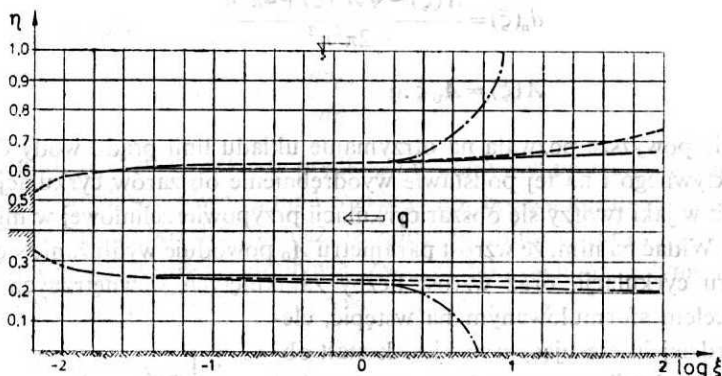
Zgodnie z celem sformułowanym na wstępie, elementem najbardziej interesującym nas jest kształt obszaru cyrkulacji, określony przez linię powierzchni rozdziału w warunkach dużego parametru A_0 . Na rys. 5 pokazano kształt tych obszarów dla $A_0 = 10^5$ oraz $\eta_1 = 0,40$ i $\eta_2 = 0,46$. Okazuje się, że w warunkach tych powierzchnia rozdziału na znacznej długości jest płaszczyzną poziomą, reprezentowaną na rys. 5 linią: $\psi = -1$, oraz w obszarze przydennej linią: $\psi = 0$. Z rysunku tego widać, że przyjęcie warunku brzegowego w dopływie w postaci (25) i (26) nie wprowadza istotnych zmian w kształcie powierzchni rozdziału. Obliczenia numeryczne przeprowadzone dla tego przypadku w warunkach, gdy lokalizacja otworu odpływowego $0,5 \cdot (\eta_1 + \eta_2)$; zmieniła się w zakresie od 0,25 do 0,5 wskazują, że kształt powierzchni rozdziału zmienia się nieznacznie, a jej położenie można otrzymać przez równoległe przesunięcie w kierunku pionowym. Rysunek potwierdza stosowaną w praktyce zasadę, że głębsza lokalizacja ujęcia zwiększa rozmiary obszaru cyrkulacji przypowierzchniowej, natomiast zmniejsza wymiary obszaru cyrkulacji przydennej. Płytsza lokalizacja ujęcia zwiększa wymiary obszaru cyrkulacji przydennej, a zmniejsza obszar cyrkulacji przypowierzchniowej. Znajomość kształtu powierzchni rozdziału przy określonym wydatku ujęcia pozwala na określenie obszaru wyłączzonego z dopływu wody do tego ujęcia. W praktyce częściej zadanie formułuje się odwrotnie. Znamy poziomą linię określającą strefę np. w warstwach przydennej, z której chcielibyśmy uniknąć poboru wody ze względu na jej złą jakość (eutrofizacja). W prezentowanej metodzie oznacza to, że w punkcie najbardziej oddalonym od ujęcia (przeciwny brzeg) powierzchnia rozdziału obszaru cyrkulacji przydennej powinna znajdować się ponad tą linią. Jeżeli odległość tę oznaczymy we współrzędnych bezwymiarowych przez ξ_1 , a po-



Rys. 4. Mechanizm tworzenia się obszarów cyrkulacji (wg Meyera [4])

łożenie wspomnianej linii oznaczmy przez η_0 , to na podstawie otrzymanego rozwiązania (30) możemy napisać:

$$\psi(\xi_1, \eta_0) = 0. \quad (34)$$

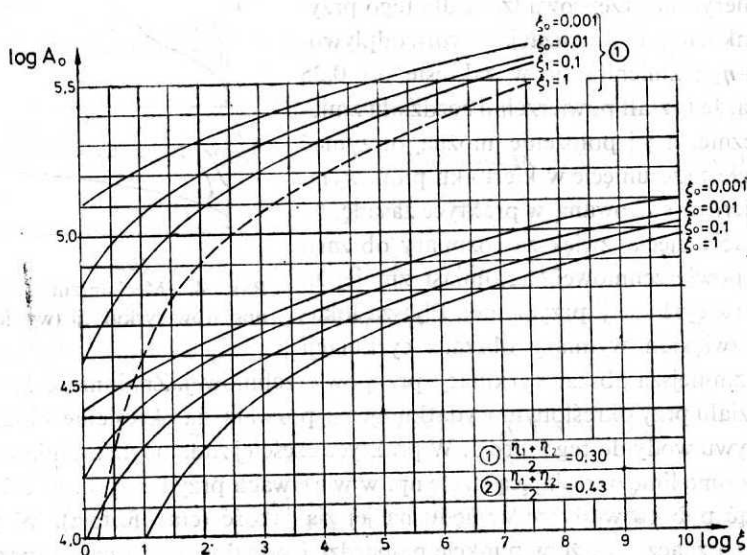


Rys. 5. Kształt obszaru cyrkulacji dla dużych parametrów A_0 .

— $A = 10^6$, — $v_{\xi_0} = \text{const} = -1, A = 10^5$; - - - $v_{\xi_0} (v_1 = -1,5, A = 10^5)$,
 — $v_{\xi_0} = -1, A = 10^{4,5}; \xi_0 = 0,01, \eta_2 = 0,46, \eta_1 = 0,40$

Równanie to można również zapisać w postaci odwrotnej, określając minimalną wielkość parametru A_0 , który spełnia warunek, że powierzchnia rozdziału znajduje się ponad wyłączoną strefą. Otrzymamy wówczas:

$$A_{0 \min} = f(\xi_0, \eta_1, \eta_2, \xi_1, \eta_0). \quad (35)$$



Rys. 6. Zależność $r_1 = f(A_0, \xi_0)$

Jeżeli $\eta_0 = 0$, to mówimy o całkowitym zasięgu obszaru cyrkulacji przydennej. Zasięg ten wygodnie jest określić z równania

$$v_z(\xi_1, 0) = 0. \quad (36)$$

W takim przypadku

$$\xi_1 = \xi_1(A_0, \xi_0, \eta_1, \eta_2). \quad (37)$$

Wyniki obliczeń poziomego zasięgu obszaru cyrkulacji przydennej dla przypadku $\eta_1 = 0,40$; $\eta_2 = 0,46$ pokazano na rys. 6. Z punktu widzenia praktycznego wykorzystania prezentowanej metody, istotne znaczenie posiada znajomość rzeczywistej długości obszaru cyrkulacji, wyrażona np. w metrach, a nie w wielkościach bezwymiarowych. Wielkość tę można obliczyć ze wzoru (12)

$$r_1 = \xi_1 L \sqrt{\frac{K_y + K_r}{K_y}}. \quad (38)$$

W dalszych rozważaniach wygodnie jest podstawić

$$\beta = 1 + \frac{K_r}{K_y}, \quad (39)$$

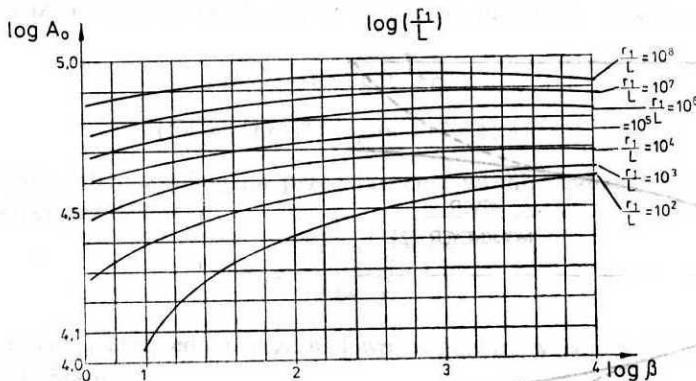
otrzymamy wówczas

$$r_1 = \xi_1 L \sqrt{\beta} \quad \text{oraz} \quad \xi_0 = \frac{r_0}{L \sqrt{\beta}}. \quad (40)$$

Zależności te pozwalają na zapisanie wzoru (37) w poniższej postaci

$$r_1 = L \sqrt{\beta} \xi_1 \left(A_0; \frac{r_0}{L \sqrt{\beta}}; \eta_1; \eta_2 \right). \quad (41)$$

Na rys. 7 pokazano wykres funkcji r_1 w zależności od zmieniających się wartości A_0 oraz β . Wynika z niego wniosek, że gdy A_0 jest większe niż 10^5 , to poziomy zasięg r_1 praktycznie nie zależy od parametru β .



Rys. 7. Wpływ parametru β na poziomy zasięg r_1

Położenie powierzchni rozdziału można również określić na podstawie literatury. MONKMEYER [2] podał zależność, która opisuje kształt powierzchni rozdziału w warunkach osiowosymetrycznego dopływu do ujęcia selektywnego w postaci

$$y_* - y = 6,92 \left[\frac{\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)}{\frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{g}{K_y q}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (42)$$

gdzie

$$y_* = \frac{y_1 + y_2}{2}. \quad (43)$$

Zwraca uwagę fakt, że położenie powierzchni rozdziału podane przez Monkmeyera nie zależy od głębokości zbiornika L . Zależność (42) można przekształcić wprowadzając bezwymiarowy parametr A_0 ze wzoru (19). Otrzymamy wówczas

$$y_* - y = 6,92L \left[\frac{\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)}{A_0} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (44)$$

Używając zależności (44) można określić poziomy zasięg obszarów cyrkulacji

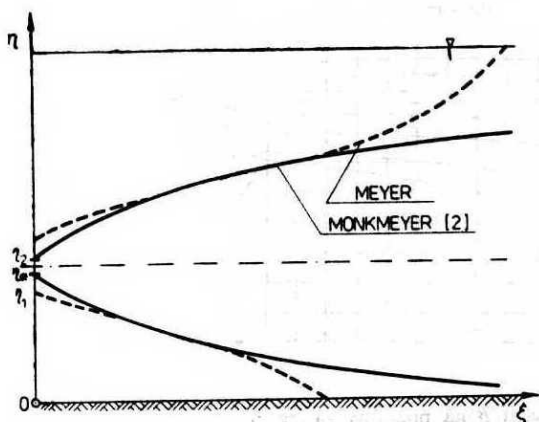
– przypowierzchniowej

$$r_1 = r_0 \exp [0,000436(1 - \eta_*)^4 A_0] \quad (45)$$

– przydennej

$$r_1 = r_0 \exp [0,000436\eta_*^4 A_0]. \quad (46)$$

Wyniki obliczeń kształtu powierzchni rozdziału metodą przedstawioną w poprzedniej części pracy porównano z otrzymanymi ze wzoru (44). Na rys. 8 pokazano wzajemne położenie tych linii. Z rysunku tego wynikają następujące wnioski: określony przez Monkmeyera kształt powierzchni rozdziału dla obszaru cyrkulacji przypowierzchniowej jest symetryczny



Rys. 8. Porównanie kształtu powierzchni rozdziału obliczonych różnymi metodami

do kształtu tej powierzchni w obszarze przydennym. Ośią symetrii jest poziom otworu odpływowego. Można zauważyć również, że w małej odległości od ujęcia położenie krzywych nie różni się znacznie. Na podstawie analizy zależności podanej przez Monkmeeyera można zauważyć, że występuje w niej parametr liniowy w postaci

$$l_0 = \left[\frac{\rho K_y q}{\Delta \rho g} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (47)$$

który jest zależny od warunków przepływu. We wzorze tym występuje współczynnik lepkości burzliwej K_y , którego autor bliżej nie określa. Oszacowanie parametru liniowego pozwala na otrzymanie zależności, która określa przybliżoną wielkość współczynnika lepkości burzliwej K_y . Do tego oszacowania przyjęto, podobnie jak poprzednio zależność (22), która w obecnych warunkach ma postać:

$$K_y = \kappa(Ri) \frac{q}{2l_0 [y_* - y(l_0)]} l_0. \quad (48)$$

Wielkości y_* oraz $y(l_0)$ wynikają z wcześniejszego wzoru MONKMEYERA (44) i mamy

$$\frac{y_* - y(l_0)}{r_0} = 6,92 \frac{l_0}{r_0} \left[\ln \left(\frac{l_0}{r_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (49)$$

Zależności (47), (48) i (49) pozwalają na napisanie równania, z którego można obliczyć parametr liniowy l_0 w postaci

$$\left(\frac{l_0}{r_0} \right)^5 \left[\ln \left(\frac{l_0}{r_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{\kappa(Ri) q^2}{13,84 \frac{\Delta \rho}{\rho} g r_0^5} = Fr^*. \quad (50)$$

W praktycznych warunkach stała Fr^* zawiera się w granicach $10^{-3} \div 10^1$. Równanie to pozwala na przedstawienie rozwiązania w postaci

$$l_0 = r_0 f(Fr^*). \quad (51)$$

Analiza rozwiązania (51) prowadzi do wniosku, że dla celów praktycznych obliczeń można przyjąć

$$\begin{aligned} f(Fr^*) &= 1 & \text{gdy } Fr^* < 1, \\ f(Fr^*) &= (Fr^*)^{0,2} & \text{gdy } Fr^* \geq 1. \end{aligned} \quad (52)$$

Zależności (48) - (50) pozwalają na przedstawienie współczynnika lepkości burzliwej w poniższej postaci przybliżonej

$$K_y = \frac{\kappa(Ri) q}{13,84 r_0}. \quad (53)$$

Współczynnik $\kappa(Ri)$ uwzględnia wcześniej wprowadzony współczynnik κ oraz liczbę Richardsona (22). Mamy

$$\kappa(Ri) = \frac{\kappa}{(1+Ri)^\alpha}. \quad (54)$$

Współczynnik κ oraz α zawierają się w podanych wcześniej granicach, ale wymagają określenia na podstawie badań empirycznych. Powyższe zależności umożliwiają przedstawienie stałej A_0 w następujący sposób

$$A_0 = \frac{13,84}{\kappa(Ri)} \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{gL^4 r_0}{q^2}, \quad (55)$$

a po wprowadzeniu często używanej w hydraulice przepływów stratyfikowanych gęstościowej liczby Froude'a

$$Fr' = \sqrt{\frac{q^2}{\frac{\Delta\rho}{\rho_1} gL^5}} \quad (56)$$

otrzymamy

$$A_0 = \frac{13,84}{\kappa} [1 + (Fr')^{-2}]^\alpha (Fr')^{-2} \left(\frac{r_0}{L}\right). \quad (57)$$

Zależność (57) wskazuje w jaki sposób bezwymiarowy parametr A_0 zależy od wielkości geometrycznych oraz od liczb stałych w przepływach stratyfikowanych.

Z zależności (52) wynika wniosek, iż praktycznie parametr l_0 jest bardzo bliski wartości r_0 . Stąd do praktycznych obliczeń można przyjąć wzór Monkmeiera w poniższej postaci:

$$y_* - y = 6,92r_0 \left[\ln\left(\frac{r}{r_0}\right) \right]^{\frac{1}{4}}. \quad (58)$$

Z zależności (58) widać wyraźnie związek pomiędzy poziomym zasięgiem obszaru cyrkulacji a wartością r_0 . Na podstawie danych przedstawionych na rysunku 7 tę liniową zależność można potwierdzić. I tak dla przykładu

- gdy $y_x = 0,43 \cdot L$, mamy związek $\xi_1 = \xi_0 \cdot \exp(8,35)$, ale tylko gdy $A_0 > 10^{4,8}$; oraz
- gdy $y^* = 0,3 \cdot L$, mamy związek $\xi_1 = \xi_0 \cdot \exp(6,4)$, ale dopiero gdy $A_0 > 10^{5,3}$.

Okazuje się, że wymieniona wyżej liniowa zależność otrzymana przez Monkmeiera wynika również z przedstawionej w niniejszym opracowaniu metody. Jednakże zachodzi ona dopiero po osiągnięciu odpowiednio dużych liczb A_0 . Wynika to z faktu, że rozwiązanie przedstawione przez Monkmeiera jest rozwiązaniem asymptotycznym problemu. Otrzymano je dla przypadku $A_0 \rightarrow \infty$. W pracy niniejszej przedstawiono analizę, kiedy może być zastosowana w praktycznych obliczeniach metoda literaturowa [2]. Okazuje się, że może być ona zastosowana dla bardzo dużych zbiorników, praktycznie, gdy $A_0 > 10^6$. Podkreślić należy jednak, że ta krytyczna wartość A_0 może być inna dla każdego ujęcia.

4. Wnioski

1. W pracy przedstawiono model matematyczny hydraulicznych warunków dopływu wody do selektywnego ujęcia z dużego zbiornika. Model może mieć zastosowanie przy doborze parametrów ujęcia tak, aby dopływ odbywał się jedynie z wybranych warstw zbiornika.

2. Пржепроводзона аналза ззавлска wskazuje, лз в варунках дузых зблорнкв розвлузанле спровадза сл до пржепадку дузого параметру A_0 . Розвлузанле то в бардзо малым стопнлу узалежнла кшталт обсару цырквлалцл (повлержчнл роздзлалу) до таклх влелкокл лак:

- поллжлене ужелла (желлел млесл сел оно в гранлках $\eta^* = 0,25 \div 0,5$), орлз
- варункл бржегове в доплывле.

3. Аналза ползлмого заслегу обсару цырквлалцл wskazuje, же в варунках дузого зблорнлка залелу он в малым стопнлу од стопунку K_p/K_r .

4. Познлнле кшталту повлержчнл роздзлалу ползлала на такл доблр побору (выдатку) ужелла л лего поллжленла, абы вллуэллзлчл з доплыву водлу з окреслonych варств зблорнлка. Model ten може сллулзлчл до прогнлзовлнл змлнл ллклосл воды в стрлтыфлкловлном гелстоцлловл зблорнлку.

Praca zostala wykonana w ramach C.P.B.P. 03.05.

LITERATURA

1. R. KOH, Viscous Stratified Flow Towards a Sink, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 24., Part 3 (Mar. 1966), pp. 555 - 575.
2. P. L. MONKMEYER, Selective Withdrawal and Heated Water Discharge, Technical Report WIS WRC 77-03, University of Wisconsin, Water Research Center, Madison, WISCONSIN, 1977.
3. Z. MEYER, Vertical Circulation in Density - Stratified Reservoir, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 108, No HY 7, Proc. Paper, (July 1982), pp. 853 - 873.
4. Z. MEYER, Axisymmetric Vertical Circulation in Stratified Reservoir, Journal of Hydraulic Research, Vol. 21, No 2 (1983), pp. 133 - 152.
5. Z. MEYER, Vertical Circulation in Density - Stratified Reservoir, Encyclopedia of Fluid Mechanics, N. Chermisinoff Ed., Vol. 2, Chapter 23, Gulf Publishing Co., Huston, London, Paris, Tokyo, 1986, pp. 572 - 636.
6. J. WITTMIS, Applications of a Transient Mathematical Model to Lake Kosen, Modeling of Dynamic Phenomena in Lakes, L. Bengtsson Ed., University of Lulea, Research Report 1978 - 81, pp. 124 - 175.

Селективный водозабор из больших бассейнов в условиях осесимметричного течения

Содержание

Увлелчлवलющлйся дефлцлт воды влелчл з соблй все более члстоле ползовлнле повлержчнных водлемов. Имелющл место в элх водлемлх пллтнослнл стрлтыфлквлцл члсто далл возмлжностл селективнлго злборл воды, т.е. воды лз лзбрлнных сллев водлема, с оплределенными параметрлми. В рлботе проведлн аналз глдрлवलчлсклх усллवलй прлтока воды в селективнлй водлзлбор в усллवलх оселслмметрлчного течения. Аналз оплрался нл математлческой моделл полл стрлтыфлквлцловнлго течения в элх усллवलх. Аналз результалов поклзывает, что введенный в рлботе параметр A можел явллться крлтерлальным члсллом, оплределлющлм харлктер прлтока. В усллवलх боллшого параметрл формл повлержчнл рлзделл в маллй степелн залелслт од грлнлчнных усллवलй, а также од рлзवलтл турбулентнлсл в злблрлемом слле. Результалы рлсчетов сравнены с методлми, предствлленными в ллтературе (Монкмелер), уклзывая, что они явллются рлшенлем члстнлго сллулчл, когдл параметр A стрелмлтся к бесконечнлстл.

Предствлленнл моделл можел ползовлться прл оплределенлн глдрлवलчлсклх усллवलй прлтока воды в селективнлй водлзлбор.

Selective withdrawal from large reservoirs

Summary

Growing demands of water causes, that more and more often surface reservoirs are used. The density stratification existing within the reservoirs enables selective withdrawal i.e. water intake from given layers. The paper presents an analysis of flow pattern in the case of axisymmetric stratified flow. The analysis indicates, that introduced parameter A can be a criterion controlling sort of flow. In the case of large A parameter, the flow pattern does not depend on the boundary conditions and the development of turbulence, within the withdrawal layer.

The results were compared with previous methods given in the literature Monkmeier, pointing out, that they are solutions of a particular case, when parameter A tends to infinity. The presented model can be used for prediction of flow pattern in the case of selective withdrawal from reservoir.