

WŁODZIMIERZ CZERNUSZENKO, PIOTR LEBIECKI

Warszawa

## Turbulencja w przepływach rzecznych

### 1. Wstęp

Przepływ wody w rzece jest z reguły przepływem turbulentnym. Pole prędkości takiego przepływu jest losowe i pełny jego opis wymaga podania wielowymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa wystąpienia zadanych prędkości, w dowolnie wybranych punktach przepływu. Jest to obecnie niemożliwe nawet w najprostszych przypadkach przepływu rzeczno-ego. Wynika to zarówno z braku teoretycznego opisu struktury przepływu turbulentnego, jak i z braku dostatecznej ilości pomiarów wielkości charakteryzujących tą strukturę.

Niestety nie posiadamy odpowiednich przyrządów do pomiaru i rejestracji chwilowych wartości prędkości w przepływie rzecznoym. Stosowane z powodzeniem w przepływach gazu anemometry stałotemperaturowe, mogą być stosowane do pomiaru prędkości wody jedynie w warunkach laboratoryjnych. Czujniki ultradźwiękowe czy laserowe, również należy zaliczyć do przyrządów laboratoryjnych.

Z braku pomiarów struktury turbulencji w rzekach zmuszeni jesteśmy przyjmować o niej pewne hipotezy opierając się na analogicznych pomiarach w powietrzu np. w tunelu aerodynamicznym. Oczywiście nie zawsze możemy być pewni, czy taka analogia istnieje. Aby uwiarygodnić te hipotezy i analogie musimy wykonywać pomiary turbulencji w rzekach, nie czekając na skonstruowanie doskonałego czujnika. Bardzo ważne stają się jakiegokolwiek, rzetelne pomiary turbulencji rzecznoej, nawet te dotyczące struktury największych wirów. Pomiary takie wykonywane najczęściej za pomocą specjalnych młynków hydrometrycznych, były już przeprowadzane zarówno w kraju jak i za granicą [3, 12, 18].

W pracy przedstawiono pomiary niskoczęstotliwościowych charakterystyk turbulencji rzecznoej wykonane na Wiśle w rejonie Elektrowni Połaniec w latach 1982, 1983 i 1984\*. Pomiary prędkości wykonywano za pomocą specjalnego młynka hydrometrycznego. Dotyczyły one między innymi rozkładów prawdopodobieństwa prędkości turbulentnych, funkcji autokorelacji i skal czasowych oraz funkcji gęstości widmowej.

Doc. dr hab. W. CZERNUSZENKO, Instytut Geofizyki PAN, ul. Ks. Janusza 01-452 Warszawa.  
 Inż. P. LEBIECKI, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, ul. Podleśna 61, 01-673 Warszawa.

\* Pomiary wykonywał zespół pracowników IMGW pod kierunkiem dr inż. Andrzeja DOBROWOLSKIEGO.

### 1.1. Ogólne informacje o turbulencji rzecznej

Wiadomo, że począwszy od pewnej wartości liczby Reynoldsa przepływ staje się niestabilny. Pojawiają się obszary przepływu (wiru) luźno ze sobą powiązane, charakteryzujące się jakimś rozmiarem liniowym i prędkością. Jeżeli lokalna (turbulentna) liczba Reynoldsa dla jakiegoś obszaru (wiru) przekroczy wartość krytyczną, wówczas wir ten rozpada się na mniejsze, oddając im część swojej energii. Proces ten przebiega aż do powstania bardzo małych wirów, dla których siły lepkości są dominujące, powodując zamianę nadwyżek energii kinetycznej wirów na ciepło. Turbulentna liczba Reynoldsa dla tych wirów, jest rzędu jedności, a ich rozmiar nazywamy mikroskalą Kolmogorowa i oznaczamy  $-\lambda_0$ .

Przepływ wody w rzece ograniczony jest w kierunku pionowym dnem i powierzchnią zwierciadła wody, a w kierunku poziomym brzegami. Nasze rzeki są zazwyczaj szerokie i płytkie. Głębokości są rzędu metrów, a szerokości setek metrów. Należy więc spodziewać się istnienia w rzece największych poziomych wirów o rozmiarach około  $10^4$  cm, pionowych rzędu  $-10^2$  cm i najmniejszych, izotropowych wirów o rozmiarach milimetrycznych [4]. Uważa się, przez analogię z przepływem powietrza, że istnieje taki podzakres wirów (zwany podzakresem bezwładnościowym), w którym gęstość widmowa energii wyraża się zależnością [11]:

$$E(\omega) = A\varepsilon^{2/3}\omega^{-5/3}u^{-2/3}, \quad (1)$$

gdzie:  $A$  – stała uniwersalna,  $\varepsilon$  – szybkość dyssypacji energii turbulentnej jednostki masy płynu,  $\omega$  – częstość,  $u$  – prędkość średnia.

Podzakres bezwładnościowy jest bardzo ważny, charakteryzuje się on stałym strumieniem energii przepływającym od wirów największych do najmniejszych. W tym zakresie nie ma ani strat energii, ani jej produkcji. Dzisiaj jeszcze nie wiemy czy zakres bezwładnościowy istnieje w przepływach rzecznych, w jakich warunkach on powstaje i jakie obejmuje częstości. Wydaje się, że w przypadku prostych odcinków rzek regularnych, o niezbyt połałdowanym dnie, bez budowli hydrotechnicznych (ostróg, filarów itp.), powinien istnieć podzakres bezwładnościowy wirów, w którym gęstość widmowa energii spełnia zależność (1). Dokładne pomiary anemometryczne w laboratoryjnym kanale wodnym o głębokości kilkunastu cm i prędkości średniej kilkudziesięciu cm/s wykazały istnienie zakresu bezwładnościowego [15, 20]. Całe widmo energii takiego przepływu rozciąga się do kilkudziesięciu Hz, a główna jej część zawarta jest w pasmie do 2 Hz. Stwierdzono, że największe wiry są rzędu dziesięciu głębokości.

Młynki hydrometryczne umożliwiają pomiary w pasmie częstotliwości maksymalnie do kilku Hz. Pomiary takie, wykonane młynkiem o średnicy 1,5 cm w rzece o średniej prędkości 1,3 m/s i głębokości 2,7 m nie wykazały istnienia podzakresu bezwładnościowego. Stwierdzono tylko istnienie podzakresu wirów, w których energia zmniejsza się proporcjonalnie do ich częstości [21]. Pomiary na innej rzece [16] wykazały istnienie podzakresu bezwładnościowego. Rozciąga się on od wirów, których rozmiary liniowe są rzędu centymetra, aż do wirów prawie metrowych.

Struktura turbulencji rzecznej jest bardzo złożona. Wynika ona nie tylko z geomorfologicznych własności rzeki, ale również z innych czynników generujących turbulencję, związanych np. z zabudową rzeki. Dlatego też nie można automatycznie uogólniać otrzymanych wyników pomiarów z jednej rzeki na drugą, nawet przy zbliżonych warunkach przepływu w obu rzekach.

## 1.2. Podstawowe pojęcia i definicje

Przyjmować będziemy, że losowe pole prędkości  $u(x, t)$  jest stacjonarne, a prędkość w określonym punkcie przepływu jest procesem stochastycznym posiadającym własność ergodyczności. Fizycznie oznacza to, że rozpatrywany przepływ turbulentny jest stacjonarny w zwykłym hydrodynamicznym sensie (wszystkie uśrednione charakterystyki tego przepływu nie zmieniają się w czasie), a pomierzone średnie wielkości nie zależą od wykonywanego pomiaru (każdy pomiar w tym punkcie daje identyczne średnie). Poza tym średnie statystyczne wartości wielkości hydrodynamicznych są identyczne ze średnimi czasowymi.

Określenie losowego pola prędkości wymaga znajomości wielowymiarowych gęstości prawdopodobieństwa. Pozwalają one obliczyć prawdopodobieństwo wystąpienia zadanych wartości prędkości, z żadaną dokładnością, w rozpatrywanych punktach przepływu. Wyznaczenie tych gęstości jest najczęściej niemożliwe. Ograniczamy się zatem do poszukiwania informacji o jednowymiarowych rozkładach prędkości w wybranych punktach przekroju poprzecznego rzeki.

Skoncentrujemy uwagę na jednowymiarowych gęstościach prawdopodobieństwa  $p(u)$ , określonych dla interesujących nas punktów przepływu. Gęstości te są ściśle powiązane ze statystycznymi momentami rozkładu. Szczególnie ważne, cztery pierwsze momenty rozkładu (momenty te są przedmiotem opisanych dalej pomiarów i obliczeń) definiowane są w sposób następujący:

$$\overline{u(x)} = \int_{-\infty}^{+\infty} u p(u) du, \quad (2)$$

– drugi moment centralny (wariancja):

$$\overline{u'^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - \bar{u})^2 p(u) du, \quad (3)$$

– trzeci i czwarty moment centralny rozkładu prędkości:

$$\overline{u'^3} = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - \bar{u})^3 p(u) du, \quad (4)$$

$$\overline{u'^4} = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - \bar{u})^4 p(u) du, \quad (5)$$

gdzie:  $u' \equiv u - \bar{u}$ , nazywane jest prędkością turbulentną lub fluktuacją, czasami zaś pulsacją prędkości.

Wymienione wyżej momenty rzadko kiedy wystarczają do całkowitego określenia funkcji gęstości prawdopodobieństwa prędkości turbulentnych w rzece. Dlatego uzupełniamy je dodatkowymi informacjami o innych łatwo mierzalnych funkcjach opisujących strukturę turbulencji rzecznej. Takimi funkcjami są funkcja autokorelacyjna i widmowa związane ze sobą wzajemnymi transformacjami Fouriera [10].

Zgodnie z wcześniej przyjętymi założeniami, prędkość turbulentną, w dowolnym punkcie przekroju poprzecznego rzeki, można rozłożyć na nieskończoną sumę funkcji okresowych

o losowych amplitudach. Informacji o tym rozkładzie dostarcza nam znormalizowana funkcja gęstości widmowej zdefiniowana wzorem:

$$E(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau, \quad (6)$$

gdzie:  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  – częstotliwość,  $R(\tau)$  – znormalizowana funkcja autokorelacyjna określona wzorem:

$$R(\tau) = \frac{u'(t)u'(t+\tau)}{u'^2}. \quad (7)$$

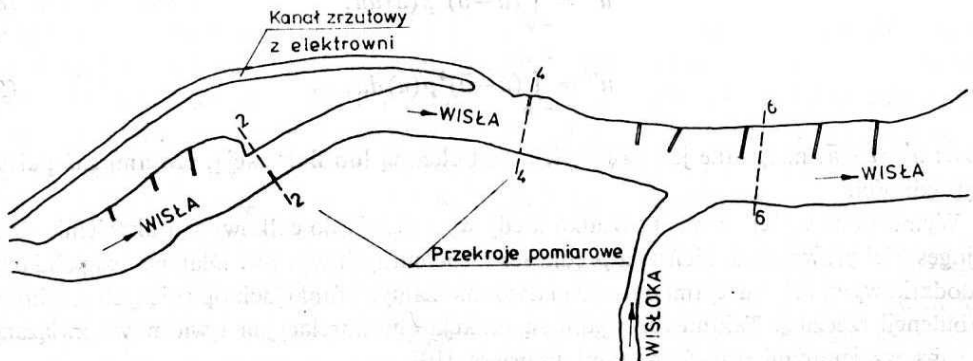
Funkcja gęstości widmowej określa rozkład energii kinetycznej ruchu turbulentnego względem występujących w przepływie częstości (wirów).

Wyżej wymienione charakterystyki pola prędkości turbulentnych są przedmiotem pomiarów terenowych oraz obliczeń opisanych w dalszej części pracy.

## 2. Pomiary terenowe

Pomiary wykonano na Wiśle w rejonie elektrowni Połaniec w latach 1982, 1983 i 1984 [2]. Pomiary wykonywano w trzech przekrojach pomiarowych. Pierwszy z nich (przekrój nr 2) znajdował się na prostym odcinku Wisły około 900 m powyżej ujścia kanału zrzutowego. Drugi (przekrój nr 4) położony był tuż poniżej ujścia kanału w przekroju ostrogi regulacyjnej, a trzeci (przekrój nr 6) ok. 100 m poniżej spokojnie wpływającej do Wisły, Wisłoki. Na rys. 1 pokazano plan sytuacyjny pomiarowego odcinka Wisły, natomiast na rys. 2 wyżej wymienione przekroje pomiarowe.

Pomiary pulsacji prędkości wykonywano z łodzi młynkiem na zawieszeniu. Czas rejestracji ciągów wartości prędkości ustalono na 8 - 9 min. Czas ten ustala się najczęściej na

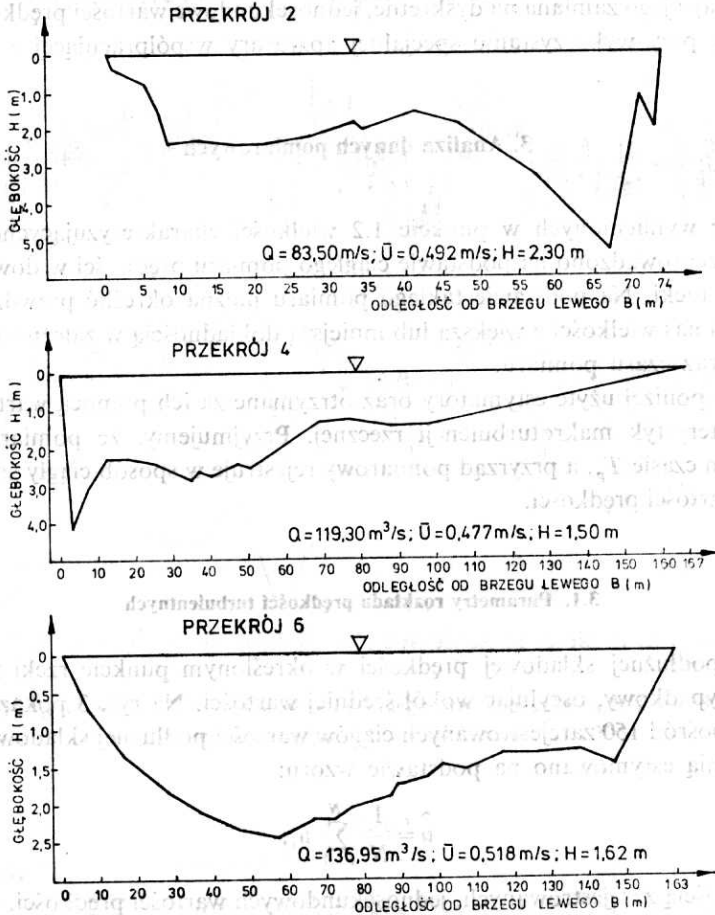


Rys. 1. Plan sytuacyjny Wisły w rejonie elektrowni Połaniec

podstawie nierówności:

$$T_p \gg L_{\max}/U, \quad (8)$$

gdzie:  $L_{\max}$  – rozmiar największych wirów istniejących w przepływie rzeczny,  $B$  – szerokość rzeki,  $U$  – prędkość średnia rzeki.



Rys. 2. Przekroje pomiarowe

Wykonano łącznie sto kilkadziesiąt pomiarów ciągów prędkości w punktach położonych w różnych odległościach od brzegów i dna rzeki. Obserwowany w czasie pomiarów poziom wody zmieniał się nieznacznie, tak że można było przyjąć warunki przepływu za ustalone.

### 2.1. Aparatura pomiarowa

Pomiar i rejestrację chwilowych, jednosekundowych wartości prędkości na Wiśle wykonano za pomocą specjalnego zestawu aparaturowego, w skład którego wchodzi:

- młynek hydrometryczny, generujący 16 impulsów w czasie jednego obrotu skrzydełka,

- blok sterujący impulsami z młynka i przygotowujący te impulsy do zapisu na taśmie magnetycznej,
- magnetofon kasetowy.

Młynek hydrometryczny wyposażony był w dwa skrzydełka duraluminiowe o średnicy 80 mm i skrętach 100 mm dla prędkości mniejszych, i 200 mm dla większych. Odtwarzanie sygnału z taśmy i jego zamiana na dyskretne, jednosekundowe wartości prędkości, przeprowadzane były przy wykorzystaniu specjalnej aparatury współpracującej z dalekopisem.

### 3. Analiza danych pomiarowych

Określenie wymienionych w punkcie 1.2 wielkości charakteryzujących losowe pole prędkości, przeprowadzono na podstawie ciągłego pomiaru prędkości w dowolnie wybranym punkcie rzeki. Na podstawie takiego pomiaru można określić prawdziwe wartości interesujących nas wielkości z większą lub mniejszą dokładnością w zależności od użytego estymatora oraz czasu pomiaru.

Omówimy poniżej użyte estymatory oraz otrzymane za ich pomocą wartości ważniejszych charakterystyk makroturbulencji rzecznej. Przyjmujemy, że pomiar odbywa się w skończonym czasie  $T_p$ , a przyrząd pomiarowy rejestruje w sposób ciągły średnie, jednosekundowe wartości prędkości.

#### 3.1. Parametry rozkładu prędkości turbulentnych

Wartości podłużnej składowej prędkości w określonym punkcie rzeki zmieniają się w sposób przypadkowy, oscylując wokół średniej wartości. Na rys. 3 pokazano przykładowo jeden spośród 150 zarejestrowanych ciągów wartości podłużnej składowej prędkości. Wartość średnią estymowano na podstawie wzoru:

$$\hat{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i, \quad (9)$$

gdzie  $N$  jest ilością zarejestrowanych, jednosekundowych wartości prędkości. Dla prostoty zapisu w dalszej części opracowania pomijając będziemy daszek nad wielkością obliczaną oznaczający estymację wielkości.

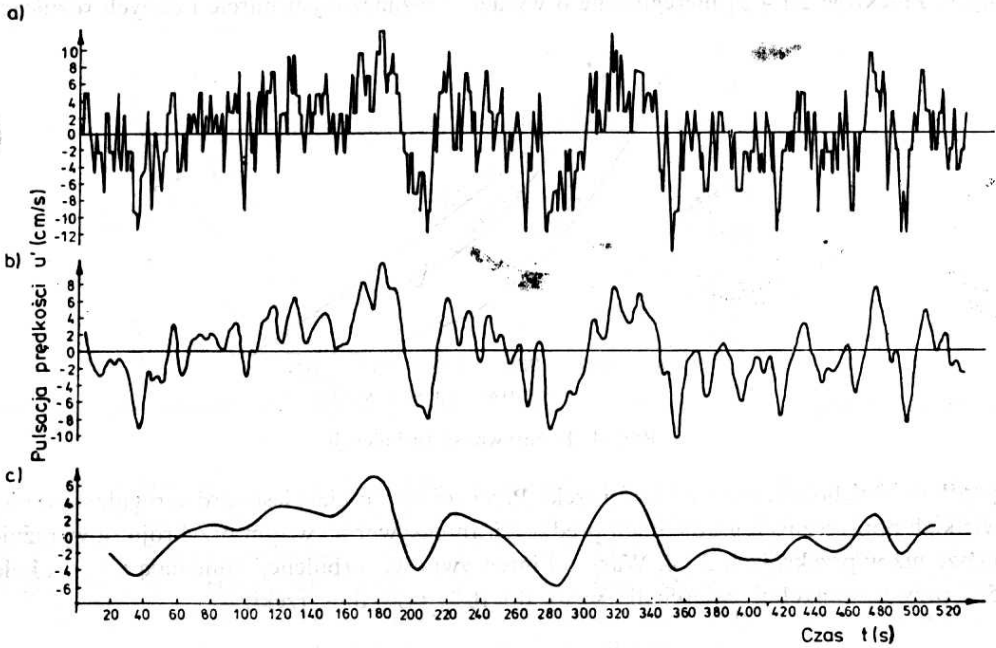
Obliczone wartości średniej prędkości w punkcie wahały się w przedziale od 0,5 m/s do 1,2 m/s (tab. 1).

Intensywność turbulencji. Bardzo ważną charakterystyką losowego pola prędkości jest wariancja, którą estymujemy wzorem:

$$\bar{u}'^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2. \quad (10)$$

Stosunek wariancji do średniej prędkości w punkcie nazywany jest intensywnością turbulencji i jest często analizowany w badaniach turbulencji przepływu rzecznej.

Dotychczasowe wyniki pomiarów [6, 8, 21] potwierdzają wzrost intensywności turbulencji w kierunku od powierzchni zwierciadła wody do dna. Szybkość tego wzrostu zależy od wielu czynników i jest trudna do określenia. Tym niemniej istnieją próby ustalenia przebiegu zmian intensywności turbulencji względem odległości od dna. Są to jednak zależności empiryczne o niezbyt dobrze określonych współczynnikach. Zmiany intensywności turbu-



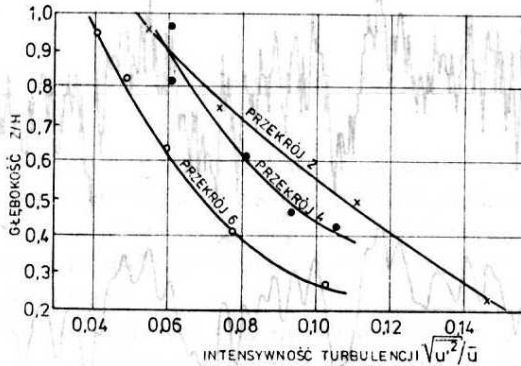
Rys. 3. Ciąg pulsacji prędkości. Przekrój 6, 34 m od brzegu prawego,  $z/h=0,48$ ,  $h=1,35$  m, a) ciąg zmierzony, b) i c) ciągi po filtracji z szerokością okna 7 i 37 s

Tablica 1

Numer przekroju	Odległość od b. prawego [m]	Głębokość [m]	$z/H$	$\bar{u}$ [m/s]	$\overline{u'^2}$ [m/s] <sup>2</sup>	$\sqrt{\overline{u'^2}/\bar{u}}$	$C_s$	$E_s$	$\tau_0$ [s]	$T_E$ [s]	$L$ [m]	$K$ [m <sup>2</sup> /s]	$N$
2	39	1,35	0,33	0,587	0,0052	0,1226	-0,348	2,968	5,6	2,00	1,17	0,0339	541
	46	1,95	0,95	0,687	0,0014	0,0552	-0,152	2,741	5,8	1,66	1,14	0,0171	664
	46	1,95	0,74	0,646	0,0023	0,0739	-0,689	3,569	17,2	3,26	2,11	0,0404	743
	46	1,95	0,49	0,590	0,0045	0,1134	-0,548	2,915	12,8	2,96	1,75	0,0469	620
	46	1,95	0,23	0,498	0,0054	0,1471	-0,043	2,320	9,9	2,66	1,32	0,0389	470
4	138	2,60	0,96	0,810	0,0025	0,0618	-0,168	2,969	9,0	3,70	3,00	0,0599	588
	138	2,60	0,81	0,823	0,0026	0,0618	-0,393	3,175	-	7,04	5,79	0,1182	533
	138	2,60	0,62	0,765	0,0039	0,0812	-0,349	3,320	9,5	3,48	2,67	0,0665	544
	138	2,60	0,42	0,673	0,0051	0,1059	-0,151	2,690	8,5	2,64	1,78	0,0507	528
	143	2,40	0,46	0,689	0,0041	0,0935	-0,467	3,015	6,8	2,60	1,79	0,0459	522
	103	1,55	0,16	0,688	0,0057	0,0960	0,278	2,513	22,2	6,20	4,89	0,1475	482
6	70	1,70	0,41	0,694	0,0029	0,0776	-0,537	2,951	11,0	2,36	1,64	0,0353	559
	60	1,65	-0,94	0,774	0,0010	0,0416	-0,115	2,986	4,9	1,10	0,85	0,0108	536
	60	1,65	0,82	0,755	0,0014	0,0490	-0,735	3,702	10,4	2,02	1,52	0,0228	504
	60	1,65	0,63	0,714	0,0018	0,0595	-0,289	2,977	27,0	3,76	2,68	0,0456	498
	60	1,65	0,27	0,592	0,0037	0,1024	-0,131	2,553	22,0	3,56	2,11	0,0513	638

lencji w Wiśle są typowe. Na rys. 4 przedstawiono wyniki pomiarów intensywności turbulencji na różnych głębokościach w trzech przekrojach pomiarowych Wisły (przekroje 2, 4, 6, rys. 2).

Obserwuje się duże, względne różnice otrzymanych intensywności, dochodzące do 30% między przekrojami 2 i 4, a przekrojem 6. Tłumaczy się to kształtem przekrojów poprzecznych. Przekroje 2 i 4 są nieregularne o wyraźnie zaznaczonym nurcie i dużych różnicach



Rys. 4. Intensywność turbulencji

prędkości i głębokości na szerokości rzeki. Przekrój 6 natomiast jest bardzo regularny o niewielkich poprzecznych gradientach prędkości. Intensywności w tym przekroju są wyraźnie niższe niż w przekrojach 2 i 4. Wartości intensywności turbulencji zmieniają się od około 5% przy powierzchni zwierciadła wody do 10% przy dnie rzeki.

**Asymetria i eksces.** Trzeci i czwarty moment rozkładu turbulentnych pulsacji prędkości estymowano wzorami:

$$\overline{u'^3} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^3, \quad (11)$$

$$\overline{u'^4} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^4. \quad (12)$$

Są to estymatory obciążone, ale zgodne, o niedużej wariancji. Obciążenie nie ma tu większego znaczenia ze względu na znaczną długość ciągu pomiarowego.

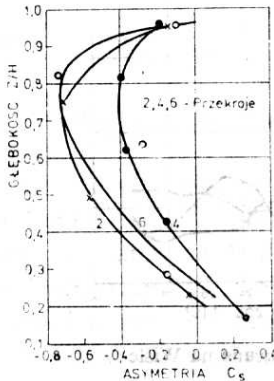
Często używanymi charakterystykami w pomiarach turbulencji są współczynniki skośności (asymetrii) i spłaszczenia (ekscesu). Współczynniki te dla rozkładu normalnego przyjmują wartości odpowiednio: zero i trzy. Są one miarą odchylenia obserwowanego rozkładu od rozkładu normalnego. Definiujemy je wzorami:

$$C_s = \frac{\overline{u'^3}}{(\overline{u'^2})^{3/2}}, \quad E_s = \frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2}. \quad (13), (14)$$

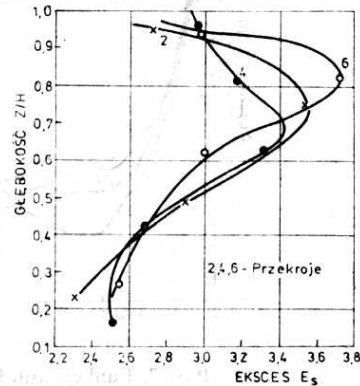
Ze względu na wartości asymetrii można wydzielić trzy strefy głębokości przyprływu, a mianowicie: strefę przydenną, w której asymetria jest dodatnia, strefę przypowierzchniową, w której jest bliska zero i centralną, w której asymetria jest ujemna.



W przeprowadzonych pomiarach na Wiśle otrzymano najniższe wartości asymetrii równe około  $-0,6$  na głębokościach  $0,7H - 0,8H$ . Strefa przydena o dodatnich wartościach asymetrii, sięgała do  $0,2H - 0,3H$  (rys. 5). Dodatkowo wartości asymetrii przy dnie rzeki świadczą o istnieniu w tym obszarze dużych dodatnich wartości pulsacji prędkości.



Rys. 5. Zmiana asymetrii z głębokością rzeki



Rys. 6. Zmiana ekscesu z głębokością rzeki

Eksces w warstwie przydennej przyjmuje wartości mniejsze od trzech, w powierzchniowej – bliskie trzem, a w centralnej – większe od trzech. Największe wartości ekscesu równe ok.  $3,6$  zarejestrowano na głębokości  $0,75 H$  w przekroju  $4$ . Natomiast najmniejsze równe  $2,4$  na głębokości  $0,25 H$  (rys. 6). Należy przy tym zaznaczyć, że pomiary były wykonywane w strefie głębokości od  $0,15 H$  do  $0,35 H$ . Nie obejmowały one strefy bezpośrednio przylegającej do dna rzeki. W strefie tej wartości ekscesu zbliżone były do zera.

### 3.2. Funkcja autokorelacyjna i skale turbulencji

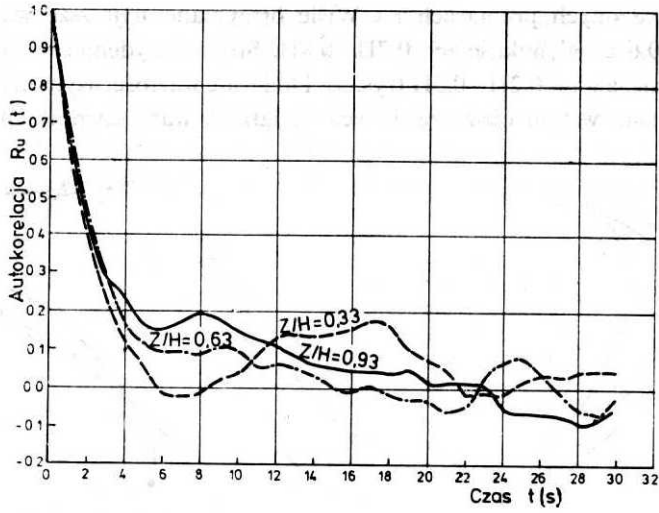
Czasowa funkcja autokorelacyjna charakteryzuje stopień zależności między pulsacjami prędkości pomierzonymi w wybranym punkcie przepływu w różnych chwilach czasowych. Interesujący jest czasowy przebieg tej funkcji oraz czas jej pierwszego zerowania. Wartości funkcji autokorelacyjnej estymowano wzorem:

$$R(k\Delta t) = \frac{1}{u'^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} u'_i u'_{i+k} \quad \text{dla } k=0, 1, \dots, M, \quad (15)$$

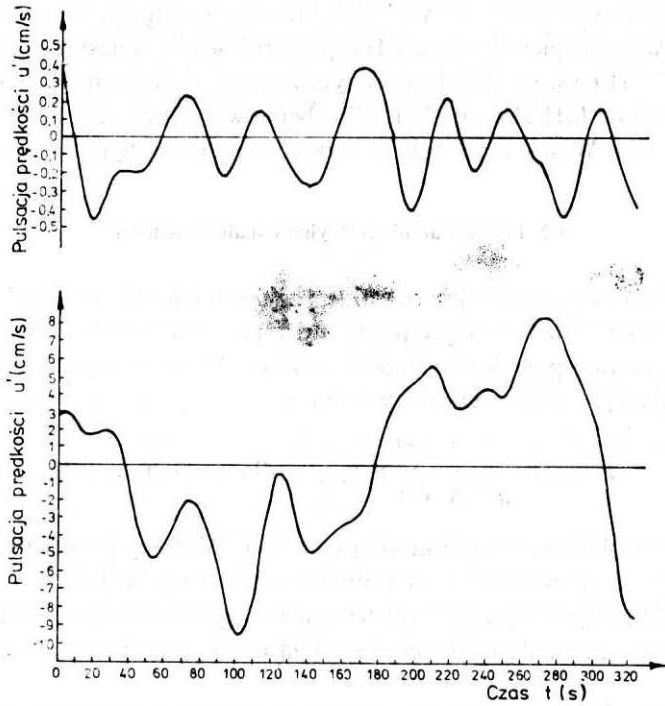
gdzie:  $M$  – punkt obcięcia funkcji autokorelacyjnej. W pracy przyjmowano  $M < 0,1 N$ . W przeprowadzonych pomiarach czas próbkowania,  $\Delta t$  wynosił  $1s$ .

Estymator (15) jest jedynie asymptotycznie nieobciążonym estymatorem funkcji autokorelacyjnej, ale posiada małą wariancję, mniejszą niż typowy nieobciążony estymator tej funkcji [13].

Spośród pomierzonych funkcji autokorelacyjnych większość ma podobny przebieg: wraz ze wzrostem czasu, wartości ich szybko maleją do zera, a następnie nieregularnie oscylują wokół zera (rys. 7). Czas pierwszego zerowania funkcji waha się od  $5s$  do  $30s$ .



Rys. 7. Funkcje autokorelacyjne zarejestrowane na Wiśle



Rys. 8. Ciągi pulsacji prędkości po filtracji dla kanału laboratoryjnego i Wisły

1 - koryto laboratoryjne  $B = 1,75$  m,  $Z/H = 0,807$ ,  $u = 0,928$  m/s, czas uśredniania - 27 s; 2 - Wisła, profil Połaniec,  $B = 155$  m,  $Z/H = 0,82$ ,  $u = 0,928$  m/s, czas uśredniania - 27 s

Czasowe funkcje autokorelacyjne umożliwiają określenie „rozmiarów” istniejących w przepływie rzeczonym zaburzeń turbulentnych tzw. wirów. Średni, podłużny rozmiar największych wirów istniejących w przepływie turbulentnym utożsamiany jest z całkową skalą turbulencji  $L$ , definiowaną wzorem:

$$L = u \int_0^{\infty} R(\tau) d\tau \quad (16)$$

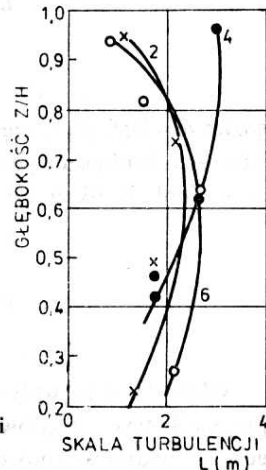
lub krócej

$$L = \bar{u} T_E, \quad (17)$$

gdzie:  $T_E$  – czasowa Eulerowska skala turbulencji,  $\bar{u}$  – prędkość średnia w punkcie pomiarowym.

Wartości skali turbulencji dla przeprowadzonych pomiarów na Wiśle zmieniały się od 1 m do 7 m [2]. Na rys. 9 pokazano przebieg tych zmian wraz z głębokością, dla wybranych pionów pomiarowych. Widzimy, że przy powierzchni zwierciadła wody i przy dnie skale turbulencji przyjmują mniejsze wartości, a w środkowej części strumienia – większe. Przebieg taki jest zgodny z bardzo precyzyjnymi pomiarami laboratoryjnymi wykonywanymi anemometrem stałotemperaturowym [15, 20].

Ogólnie stwierdza się, że podłużny wymiar największych pionowych wirów nie przekracza pięciu głębokości rzeki. Ocena ich szerokości jest trudna, wymaga specjalnych jednoczesnych pomiarów dwoma młynkami. Pomiary takie wskazują na szerokość wirów porównywalną z głębokości rzeki [21].



Rys. 9. Skala turbulencji względem głębokości rzeki

x – przekrój 1, ● – przekrój 4, ○ – przekrój 6

Poziome wiry są większe, a ich podłużny wymiar określa się poprzez wielokrotną filtrację ciągu chwilowych prędkości. Na rys. 3 przedstawiono ciąg wyjściowy i ciągi przefiltrowane z czasami uśredniania 7 s i 37 s. Orientacyjnie można określić czasowe wymiary największych wirów na 80 s co odpowiada wymiarowi podłużnemu rzędu 50 m. Analiza przeprowadzonych pomiarów pokazuje, że największe poziome wiry są długości ok. 170 m tzn. są rzędu szerokości rzeki. Wielkość tę należy traktować jako orientacyjną, przede wszystkim ze względu na małą liczbę pomiarów i dosyć krótkie ciągi pomiarowe. W celu określenia największych, poziomych wirów potrzebne są ciągi bardzo długie o cza-

się rejestracji godziny lub kilku godzin. Pomiaru takie wykonane na jednej z rzek w Japonii wykazały istnienie wirów rzędu 1 km.

Pomiary wykonane na bardziej uregulowanych i wolno płynących rzekach wskazują na istnienie znacznie większych wirów i tak na ujściowym odcinku rzeki  $u_{ji}$  [21] podłużne wymiary największych wirów pionowych są rzędu 10 H, a poziomych 10 B. Natomiast w przepływie turbulentnym w kanale laboratoryjnym otrzymano odpowiednio 5 H i 8 B (rys. 8) [2].

Biorąc pod uwagę, że Wisła na odcinku pomiarowym jest nieuregulowana, a przepływ zaburzany jest dodatkowo występującymi grodzami dopływami (Wisłoka, kanał zrzutowy), otrzymane rozmiary wirów są całkowicie realne.

### 3.3. Gęstość widmowa mocy

Gęstość widmową mocy (funkcję spektralną energii) obliczamy najczęściej jako transformatę Fouriera funkcji autokorelacyjnej. Ten sposób obliczania gęstości widmowej jest równoważny bardziej naturalnej metodzie, opartej na transformacji Fouriera ciągu chwilowych wartości prędkości. Wśród inżynierów hydrologów bardzo popularną metodą obliczania gęstości widmowej jest tzw. metoda filtracyjna polegająca na odfiltrowywaniu kolejnych częstotliwości i obliczaniu mocy (energii) odfiltrowywanych ciągów prędkości. W pracy gęstość widmową obliczano z zależności [17]:

$$E(\omega) = \frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^P R(k\Delta t) w(k/P) \cos \omega k \Delta t, \quad (18)$$

$$\omega = 0, \frac{\pi}{P}, \frac{2\pi}{P}, \dots, \pi,$$

gdzie:  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  – częstotliwość w hertzech,  $P$  – punkt obciążenia okna. Jeżeli  $P = M$ , wówczas do obliczeń gęstości widmowej wykorzystywana jest cała funkcja autokorelacyjna,  $w$  – funkcja okna czasowego, w pracy definiowana wzorem:

$$w\left(\frac{k}{P}\right) = \begin{cases} 0,5 \left(1 + \cos \frac{\pi k}{P}\right) & \text{dla } \left|\frac{k}{P}\right| \leq 1 \\ 0 & \left|\frac{k}{P}\right| > 1 \end{cases} \quad (19)$$

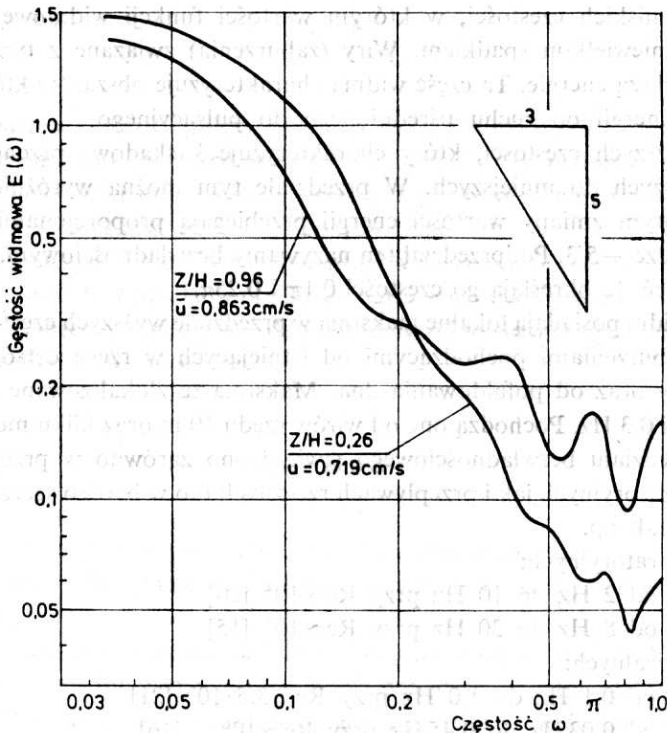
Okno łagodzi wpływ obciążenia funkcji autokorelacyjnej, jak również łagodzi wpływ przypadkowych błędów pomiaru wartości prędkości. Liczbę punktów obliczeniowych gęstości widmowej możemy zwiększyć np. dwukrotnie, przyjmując przedział obliczeniowy częstości równy  $\pi/2P$ .

Można pokazać [13], że estymowana na podstawie skończonego zapisu prędkości, funkcja gęstości widmowej równa jest splotowi autentycznej funkcji gęstości widmowej i okna częstotliwościowego

$$E(\omega) = \int_0^{\infty} E_a(\omega') W(\omega - \omega') d\omega', \quad (20)$$

gdzie:  $E_a(\omega')$  – autentyczna funkcja gęstości widmowej. Definiujemy ją jako transformatę Fouriera iloczynu uciętej funkcji autokorelacji pomnożonej przez okno czasowe  $w(t)$ ;  $W(f)$  – okno częstotliwościowe (widmowe).

Potocznie mówimy, że obliczanie gęstości widmowej na podstawie skończonego ciągu wartości prędkości równoważne jest oglądaniu autentycznej gęstości widmowej przez okno częstotliwościowe. Powyższa zależność mówi nam, że ucięcie funkcji autokorelacyjnej powoduje rozmycie widma na szerszy przedział częstotliwości. Na jaki przedział i w jaki sposób zależy od kształtu okna częstotliwościowego. Ucinając np. funkcję autokorelacyjną w punkcie  $T = \Delta t$  za pomocą okna prostokątnego, otrzymujemy rozmycie energii skupionej w jednym punkcie na przedział częstotliwości rzędu  $1/T$ . W wyniku tej operacji, ze względu na prostokątny kształt okna, możemy otrzymać ujemne wartości funkcji gęstości widmowej. Jest to poważna wada okna prostokątnego i dlatego jest ono rzadko używane. Stosuje się inne rodzaje okien o lepszej charakterystyce częstotliwościowej. Jednym z najczęściej używanych jest, przyjęte w pracy okno Hanna.



Rys. 10. Funkcje spektralne zarejestrowane na Wiśle

Oprócz kształtu okna ważnym parametrem jest jego szerokość  $T$ . Zmieniając wielkość  $T$  poszerzamy lub zawężamy zarówno okna czasowe jak i częstotliwościowe. Zwiększając  $T$  zawężamy okna częstotliwościowe. W granicy, gdy  $T$  dąży do nieskończoności, okno częstotliwościowe przyjmuje postać funkcji delta. Wybór szerokości okna wpływa na wielkość błędów estymacji funkcji gęstości widmowej. Błąd ten jest sumą błędów wynikających z obciążenia i wielkości wariancji estymatora.

Przy określaniu szerokości okna należy kierować się następującymi względami:

– wybierając wąskie okno czasowe decydujemy się na szerokie okno widmowe. Powoduje to uśrednienie widma w dużym przedziale częstotliwości, a tym samym zwię-

kszenie obciążenia estymatora. Zmniejsza się jednak wariancja oszacowania wielkości energii.

— wybierając szerokie okno  $w(t)$  powodujemy zawężenie okna widmowego tzn. zmniejszenie obciążenia estymatora, ale jednocześnie zwiększamy wariancję oszacowania wartości funkcji widmowej. Wybierając zatem szerokość okna, wybieramy pomiędzy błędem wynikającym z obciążenia estymatora i błędem dużej wariancji. Praktycznie szerokość okna wybieramy na podstawie wstępnych obliczeń. W pracy przyjęto  $T_p=15s$ , otrzymując dostatecznie wygładzoną funkcję gęstości widmowej.

Na rys. 10 przedstawiono typowy przebieg funkcji gęstości widmowej energii otrzymany dla jednego z punktów pomiarowych na Wiśle. W przebiegu tym, można wyróżnić dwa przedziały częstości:

— przedział niskich częstości, w którym wartości funkcji widmowej są najwyższe i przebiegają z niewielkim spadkiem. Wiry (zaburzenia) związane z tymi częstościami posiadają największą energię. Ta część widma charakteryzuje obszar, w którym następuje przekazywanie energii od ruchu uśrednionego do pulsacyjnego.

— przedział wyższych częstości, który charakteryzuje kaskadowe przenoszenie energii od wirów większych do mniejszych. W przedziale tym można wyróżnić podprzedział częstości, w którym zmiany wartości energii przebiegają proporcjonalnie do wartości częstości w potęgze  $-5/3$ . Podprzedział ten nazywamy bezwładnościowym. Orientacyjnie, można powiedzieć, że określają go częstości  $0,1\pi$  i  $0,25\pi$ .

Niektóre z widm posiadają lokalne maksima w przedziale wyższych częstości. Spowodowane są one zaburzeniami pochodzącymi od istniejących w rzece ostróg regulujących przepływ rzeczny oraz od pofałdowania dna. Maksima te zlokalizowane są w pasmach częstości 0,1 Hz i 0,3 Hz. Pochodzą one od wirów rzędu 10 m oraz kilku metrów.

Istnienie przedziału bezwładnościowego stwierdzono zarówno w przepływach wody w kanałach laboratoryjnych jak i przepływach rzecznych i to w bardzo szerokim przedziale częstotliwości i tak np.

w kanałach laboratoryjnych:

- w przedziale od 2 Hz do 10 Hz przy  $Re \approx 10^4$  [20]
- w przedziale od 8 Hz do 30 Hz przy  $Re \approx 10^5$  [15]

w kanałach naturalnych:

- w przedziale od 0,1 Hz do 1,0 Hz przy  $Re \approx 3,5 \cdot 10^6$  [21]
- w przedziale od 0,03 Hz do 0,45 Hz przy  $Re \approx 10^6$  [16]

### 3.4. Współczynnik dyfuzji turbulენტnej

Współczynnik dyfuzji turbulენტnej jest ważną charakterystyką przepływu turbulენტnego. Charakteryzuje on zdolność strumienia turbulენტnego do przenoszenia masy, pędu czy ciepła. Definiujemy go wzorem [9]:

$$K(t) = \overline{u'^2} \int_0^{\infty} R^L(t) dt, \quad (21)$$

gdzie:  $R^L(t)$  — czasowa unormowana funkcja autokorelacyjna dla ciągu prędkości wybranego elementu płynu.

Funkcja autokorelacyjna występująca w powyższym wzorze jest trudno mierzalna. Przypuszcza się, że jest ona związana z rozważaną w pracy funkcją autokorelacyjną (7) zależnością [19]:

$$R^L(\beta t) = R(t), \quad (22)$$

gdzie  $\beta$  jest bezwymiarowym współczynnikiem większym od jedności. Przyjmuje się często, że:

$$\beta = \bar{u} / \alpha (\overline{u'^2})^{0,5}. \quad (23)$$

Współczynnik  $\alpha$  określa się na podstawie doświadczeń. Przyjmuje się zwykle, że  $\alpha = 2,5$  [7].

Ostatecznie współczynnik dyfuzji turbulentnej w określonym punkcie przepływu wyraża się wzorem:

$$K = \bar{u} \frac{(\overline{u'^2})^{0,5}}{\alpha} T_E. \quad (24)$$

Obliczone wartości tego współczynnika dla przeprowadzonych pomiarów na Wiśle wskazują na jego zmienność w przedziale od 0,02 do 0,12 m<sup>2</sup>/s. Podobne pomiary w laboratorium wskazują na stukrotnie mniejsze wartości tego współczynnika [4]. Jest to logiczne i wynika ze skali zjawiska w rzece i w laboratorium.

Określenie współczynnika dyfuzji turbulentnej w kierunku poprzecznym wymaga znajomości zarówno wariancji rozkładu prędkości pulsacyjnej jak i całkowitej skali turbulencji w tym kierunku. Obecnie niestety nie dysponujemy odpowiednią aparaturą do pomiaru tej składowej prędkości w rzece.

#### 4. Wnioski

1. Młynek hydrometryczny jest użyteczny do badań turbulencji rzecznej. Oczywiście może on rejestrować tylko jedną, podłużną składową prędkości i tylko jej niskoczęstotliwościowe zmiany.

2. Przebieg zmian intensywności turbulencji względem głębokości na Wiśle jest typowy tzn. największe wartości intensywności występują przy dnie rzeki (na głębokościach 0,2 H) i wahają się od 0,10 do 0,15. Natomiast najmniejsze intensywności zarejestrowano przy powierzchni zwierciadła wody (na głębokościach 0,95 H). Wahają się one w granicach od 0,4 do 0,6.

3. Otrzymane wartości asymetrii i ekscesu świadczą o tym, że rozkład chwilowych wartości prędkości jest jedynie zbliżony do rozkładu Gaussa. Najniższe, ujemne wartości asymetrii (ok. -0,6) występują w przedziale głębokości od 0,6 H do 0,8 H. Natomiast eksces w tym przedziale przyjmuje największe wartości zmieniające się w przedziale od 3,2 do 3,6.

4. Rozmiary największych pionowych wirów na badanym odcinku Wisły nie przekraczają pięciu średnich głębokości rzeki. Natomiast największe poziome wiry są rozmiarów szerokości rzeki. Ocena rozmiarów tych największych wirów jest trudna, wymaga rejestracji bardzo długich ciągów chwilowych wartości prędkości.

5. Energia ruchu turbulentnego zawarta jest głównie w wirach większych, związanych z częstotliwościami mniejszymi niż  $0,1 \pi$  rad/s. Stwierdza się występowanie bezwładnościowego zakresu wirów w pomierzonych widmach częstotliwościowych z tym, że dla mniejszych prędkości w dolnej strefie głębokości  $z \leq 0,4 H$ ) jest on szerszy. Orientacyjny zakres częstotliwości tych wirów rozciąga się w granicach od  $0,1 \pi$  do  $0,5 \pi$  rad/s.

### Spis ważniejszych oznaczeń

- $C_s$  – współczynnik asymetrii (skośność)  
 $E_s$  – współczynnik spłaszczenia (eksces)  
 $E(\omega)$  – gęstość widmowa mocy (funkcja spektralna energii)  
 $f$  – częstotliwość  
 $h$  – głębokość lokalna  
 $H$  – głębokość średnia  
 $K$  – współczynnik dyfuzji turbulentnej  
 $L$  – całkowita skala turbulencji  
 $L_{max}$  – maksymalny rozmiar wirów  
 $M$  – punkt obciążenia funkcji autokorelacyjnej  
 $N$  – liczba pomierzonych wartości prędkości w ciągu,  $T_p = N \Delta t$   
 $p(u)$  – gęstość prawdopodobieństwa prędkości  
 $P$  – punkt obciążenia okna  
 $R$  – funkcja autokorelacyjna Eulera  
 $R^L$  – funkcja autokorelacyjna Lagrange'a  
 $T$  – czas obciążenia funkcji autokorelacyjnej,  $T = M \Delta t$   
 $T_p$  – czas pomiaru  
 $T_E$  – czasowa Eulerowska skala turbulencji  
 $\bar{u}$  – prędkość średnia w punkcie  
 $u'$  – prędkość turbulentna (pulsacyjna)  
 $U$  – prędkość średnia w przekroju poprzecznym rzeki  
 $w(t)$  – funkcja okna czasowego  
 $W(f)$  – funkcja okna częstotliwościowego  
 $\epsilon$  – szybkość dyssypacji energii turbulentnej  
 $\omega$  – częstość kołowa,  $\omega = 2\pi f$   
 $\lambda_0$  – wymiar najmniejszych wirów  
 $\tau_0$  – czas zerowania funkcji autokorelacyjnej

### LITERATURA

1. J. S. BENDAT, A. G. PIERSOL, Random data: analysis and measurement, J. Wiley and Sons, Inc. New York 1971.
2. W. CZERNUSZENKO, P. LEBIECKI, Określenie charakterystyk turbulencji przepływu... IMGW Temat PR-7.01.04.05, Warszawa 1985.
3. W. CZERNUSZENKO, P. LEBIECKI, Turbulentne charakterystyki strumienia w kanale otwartym, Arch. Hydrot. tom XXVII, z. 1, 1980.
4. W. CZERNUSZENKO, P. LEBIECKI, Turbulence and diffusion in open channel flow, Arch. Hydrot., tom XXXII, z. 3/4, 1985.



5. G. DAGAN, Dispersivity tensor for turbulent uniform channel flow, Journ. Hydraulics Div., ASCE, HY5, 1969.
6. W. K. DEBOLSKIJ, E. N. DOLGOPOLOWA, A. C. ORLOW, Statističeskoe opisanie turbulentnogo dwizenija w rekach Wodnye Resursy, No. 4, 1986.
7. F. ENGELUND, Dispersion of Floating Particles in Uniform Channel Flow, Journ. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 95, No. HY4, 1969.
8. D. I. GRINVALD, N. I. ZELEZNJAK, O dissipacii turbulentnoj energii v estestvennom ruslovom potoke, Meteorologija i Gidrologija, 7, 1971.
9. F. HANSEN, Lagrangian characteristics of surface turbulence, Journ. Hydraulics Div., ASCE, HY7, 1972.
10. J. O. HINZE, Turbulence, Mc Graw-Hill, London 1959.
11. Y. ISHIHARA, S. YOKOSI, The Spectra of Turbulence in a River Flow, XII Congress IAHR, Fort Collins, Colorado U.S.A. 1967.
12. Y. IWASA, H. IMAMOTO, Turbulence measurements by means of small current meter... XII Congress IAHR, Fort Collins, Colorado U.S.A. 1967.
13. G. M. JENKINS, D. G. WATTS, Spectral analysis and its applications, Holden-Day 1968.
14. A. S. MONIN, A. M. JAGLOM, Staticeskaja Gidromechanika t. 1, Moskva 1965.
15. C. NALLURI, P. NOVAK, Turbulence Characteristics in Smooth Open Channel Flow, Fifth Biennial Symposium on Turbulence, Missouri-Rolla Univ. 1977.
16. V. I. NIKORA, O strukture turbulentnosti recnych potokov s gradovym dnom, Meteorologija i Gidrologija, 6, 1985.
17. R. K. OTNES, L. ENOCHSON, Digital time series analysis, J. Wiley and Sons, Inc., 1972.
18. M. D. PALMER, J. B. IZATT, Dispersion prediction from current meter, Journ. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 96, HY8, 1970.
19. F. PASQUILL, Atmospheric Diffusion, D. Van Nostrand Company Ltd. 1962.
20. F. RAICHLER, Some Turbulence Measurements in Water, Journ. Eng. Mech. Div. EM2, April 1967.
21. S. YOKOSI, The Structure of River Turbulence, Bull. Disas. Res. Inst. Kyoto Univ., Vol. 17, Part 2, No. 121, 1967.

### Турбулентность речных потоков

#### Содержание

В работе представлены измерения низкочастотных характеристик речной турбулентности выполненных на двухкилометровом отрезке р. Вислы в районе электростанции Поланец.

Измерения скорости проводились с помощью специальной гидрометрической вертушки. Вертушка имеет кассетный магнитофон регистрирующий непрерывным образом генерированные сигналы.

Измерения пульсации скорости проводились с лодки. Время регистрации скорости установлено на около 9 мин. Проведено всего свыше ста измерения радов скорости в точках расположенных на разных расстояниях от берегов и дна реки.

На основе проведенных измерений вычислены параметры распределения вероятности турбулентных скоростей, функции автокорреляции в временных масштабах а также функции спектральной плотности и коэффициент турбулентной диффузии.

Было отмечено что изменения интенсивности турбулентности в Висле являются типичными то есть наступает рост интенсивности турбулентности в направлении от поверхности зеркала воды ко дну. Значения интенсивности изменяются от около 5% у поверхности зеркала воды до 10% у дна реки.

В проведенных измерениях на Висле получены самые низкие значения асимметрии равные ок. —0,6 ха глубине 0,7 - 0,8Н. Зато наименьшие значения эксцеса равные 2,4 - на глубине 0,25Н. Полу-

ченные значения свидетельствуют о том, что распределения мгновенных значений скорости являются только приближительным к распределению Гаусса.

Вычисленные на основе автокорреляционной функции размеры наибольших вертикальных завихрений не превышают пяти средних глубин реки.

Спектральная плотность мощности определена как трансформата Фурье автокорреляционной функции. Было отмечено, что энергия турбулентного движения содержится главным образом в крупнейших завихрениях, связанных с частотами меньшими чем 0,1 рад/сек.

## Turbulence of river flow

### Summary

This paper presents the measurements of low frequency characteristics of a river turbulence carried out on a 2 km long reach of the Vistula river.

The measurement and recording of instantaneous velocity values in the Vistula river were made by a special hydrometric current meter and the cassette recorder. The current meter generated 16 impulses per every propeller rotation and its diameter was 75 mm. The cassette recorder recorded the average one-second velocity sequences.

The time velocity sequences were recorded continuously for 9 minutes approximately. Altogether several dozen velocity sequences, in different measuring points of cross-sections, were recorded.

On the basis of velocity sequences the following turbulence parameters are calculated: turbulence intensities, skewness and excess factors, autocorrelation functions, dimensions of eddies, spectral density function and coefficient of turbulence diffusion.

The turbulence intensity variations in relation to the depth is typical i.e. the greatest values occur at the river bottom (at the depth of 0.2H) and range from 0.10 to 0.15. The smallest intensity were recorded at the water surface (at the depth of 0.95H). They vary from 0.04 to 0.06.

The resulting values of the skewness and excess factors show that the instantaneous velocity distribution only approximates the normal distribution. The smallest, negative values of skewness (about -0.6) occurs at the depths of 0.6H - 0.8H. The excess factor, however, takes here the largest values from 3.3 to 3.6.

The smallest values of excess equals to 2.4 was recorded at the depth of 0.25H. However, it should be stated, that the measurements were taken not closer to bottom than 0.15H.

The value of the turbulent scale in our measurements varied from 1 to 7 meters. It takes lesser values near the bottom of the river and greater in the center of the flow. It can be generally said that the length of the greatest vertical eddies does not exceed five times of the river depth.

Horizontal eddies are much larger and their length is determined by multiple filtering of the time series of the instantaneous velocity values. Analysis of the results show that the largest horizontal eddies are 170 m long, that means is about the same as the river width.

The energy of the turbulent flow is contained mostly in large eddies corresponding to the frequencies lower than  $0.1\pi$  rad./sec.